ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME DECIMOSETTIMO

1881-82

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Librajo della R. Accademia delle Scienze.

1881

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVII, DISP. 1ª (*Novembre-Dicembre* 1881)

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI, STRANIERI E CORRISPONDENTI

al 1° Gennaio 1882

PRESIDENTE

Ricotti (Ercole), Senatore del Regno, Maggiore nel R. Esercito, Professore emerito della R. Università di Torino, Presidente della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Cord. ⊜, Cav. e Cons. ✠, ⊕.

VICE-PRESIDENTE

Richelmy (Prospero), Professore emerito di Meccanica applicata nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Comm. ✠ e ⊜.

TESORIERE

. . . .

VICE-TESORIERE

Manno (Barone Antonio), Membro e Segretario della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, ✠ e Comm. ⊜.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Direttore

Delponte (Giovanni Battista), Dottore in Medicina e in Chirurgia, Professore Onorario di Botanica nella R. Università, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Uffiz. ✱, e Comm. ⊜.

Segretario Perpetuo

Sobrero (Ascanio), Dottore in Medicina ed in Chirurgia, Professore emerito di Chimica docimastica nella Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Collegio di Scienze fisiche e matematiche, Presidente della Reale Accademia di Agricoltura, Comm. ✱, ✠, Uffiz. ⊜.

Accademici residenti

Sobrero (Ascanio), *predetto.*

Richelmy (Prospero), *predetto.*

Delponte (Giovanni Battista), *predetto.*

Genocchi (Angelo), Professore di Analisi infinitesimale nella R. Università, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✱, Uffiz. ⊜, ✠.

Lessona (Michele), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore e Direttore de' Musei di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università, Socio delle RR. Accademie di Agricoltura e di Medicina di Torino, Uffiz. ✱, e Comm. ⊜.

Dorna (Alessandro), Professore d'Astronomia nella R. Università, di Meccanica razionale nella R. Militare Accademia, Socio

corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, Direttore del R. Osservatorio astronomico di Torino, ✠, e Uffiz. ⊜.

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università, Professore di Storia naturale nel Liceo Cavour, Socio della R. Accademia di Agricoltura, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra e dell'Accademia delle Scienze di Nuova-York, Socio Straniero della *British Ornithological Union*, e Socio Straniero onorario del *Nuttal Ornithological Club*, ⊜.

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Professore di Chimica minerale, e Direttore della Stazione agraria presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, della R. Accademia di Agricoltura, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Uffiz. ✠, e Comm. ⊜.

Bruno (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Geometria descrittiva nella R. Università, ✠.

Berruti (Giacinto), Direttore della Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, del R. Museo Industriale Italiano, e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Uffiz. ✠, e Comm. ⊜, dell'O. di Francesco Gius. d'Austria, Cav. della L. d'O. di Francia, e Comm. della Repubblica di S. Marino.

Curioni (Giovanni), Professore di Costruzioni nella Scuola d'Applicazione degli Ingegneri, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Lucca, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, ✠, e Comm. ⊜.

SIACCI (Francesco), Capitano nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica Superiore nella R. Università, e di Balistica nella Scuola d'Applicazione delle Armi di Artiglieria e Genio, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ✠, ⊖.

BELLARDI (Luigi), Conservatore delle collezioni paleontologiche presso il Museo di Geologia della R. Università degli studi, Prof. di Storia naturale al Liceo *Gioberti*, Uffiz. ✠, Cav. ⊖, e dell'O. di Cristo del Portogallo, Membro di varii Istituti scientifici, ecc.

BASSO (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche e matematiche, Prof. di Fisica matematica nella R. Università, ⊖.

D'OVIDIO (Dott. Enrico), Professore ordinario d'Algebra e Geometria analitica, incaricato di Geometria superiore, e Rettore della Regia Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ecc., ✠, ⊖.

BIZZOZERO (Giulio), Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ecc., ✠, ⊖.

FERRARIS (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Professore di Fisica tecnica nel R. Museo Industriale Italiano, e di Fisica nella R. Scuola di Guerra.

NACCARI (Andrea), Dottore in Matematica, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ⊖.

MOSSO (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia de' Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ✠, ⊖.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. Menabrea (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella Regia Università di Torino, Dottore in Diritto civile nella R. Università di Oxford, Luogotenente Generale, Ambasciatore di S. M. a Londra, Primo Aiutante di campo Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della Reale Accademia dei Lincei, Membro Onorario del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ✱, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✪, ⊖, dec. della Med. d'oro al Valor Militare, Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di S. Alessandro di Newski di Russia, di Dannebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zöhringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ord. del Salvatore di Grecia, G. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Comm. dell'Ordine della L. d'O. di Francia, ecc., ecc.

Sella (Quintino), Membro del Consiglio delle Miniere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Mineralogia), Presidente della R. Accademia dei Lincei, Gr. Cord. ✱ e ⊖, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. degli O. di S. Anna di R., di Leop. d'A., dell'Aquila Rossa di Prussia, di Carlo III di Spagna, della Concez. di Port., del Mejidié di Turchia, e di S. Marino.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Professore d'Idraulica, e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), Socio

della R. Accademia dei Lincei, Gr. Uffiz. ✽, ⊜, ✣, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Govi (Gilberto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, Membro del Comitato internazionale dei Pesi e delle Misure, Socio della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia d'Agricoltura di Torino, Uffiz. ✽, ✣, Comm. ⊜.

Moleschott (Jacopo), Senatore del Regno, Professore di Fisiologia nella R. Università di Roma, Professore Onorario della Facoltà Medico-Chirurgica della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Hoorn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di Milano, Modena, Venezia, Bologna, delle Accademie Medico-Chirurgiche in Ferrara e Perugia, Socio Onorario della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Pathological Society* di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, Socio dell'Accademia Veterinaria Italiana, del Comitato Medico-Veterinario Toscano, della *Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles*, Socio Straniero della Società Olandese delle Scienze a Harlem, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Membro ordinario dell'Accademia Medica di Roma, Comm. ✽ e ⊜.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✽, ✣, Uffiz. ⊜.

Betti (Enrico), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola normale superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✽, ✣, Gr. Uffiz. ⊜.

Scacchi (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Ita-

liana delle Scienze detta dei XL, Presidente del Reale Istituto di Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Segretario della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✱, ✿, Gr. Uffiz. ⊜.

BALLADA DI S. ROBERT (Conte Paolo), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei.

CORNALIA (Emilio), Direttore del Museo civico e Professore di Zoologia applicata nella R. Scuola Superiore di Agronomia di Milano, Presidente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Economia rurale), Uffiz. ✱, ✿, Comm. ⊜ e di Sant'Anna di Russia, ecc., ecc.

SCHIAPARELLI (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroborgo, di Stockolma, di Upsala, e della Società de' Naturalisti di Mosca, e della Società astronomica di Londra, Comm. ✱, ✿, ⊜, Comm. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Accademici Stranieri

DUMAS (Giovanni Battista), Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Francia, Gr. Cr. della L. d' O. di Francia, *a Parigi.*

HELMHOLTZ (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Heidelberg, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Fisica generale), *a Berlino.*

DARWIN (Carlo), Membro della Società Reale di Londra, *a Londra.*

Dana (Giacomo), Professore di Storia naturale a New Haven, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia, *a New Haven.*

Hofmann (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della Reale Società delle Scienze di Londra, Corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Chimica), *a Berlino.*

Chevreul (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Gr. Cr. della L. d'O. di Francia, *a Parigi.*

Hermite (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia, Uffiz. della L. d'O. di Francia, *a Parigi.*

Schwan (Teodoro), Professore di Fisiologia nell' Università di Liegi, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Medicina e Chirurgia), *a Liegi.*

Joule (James Prescott), della Reale Società di Londra, *a Londra.*

Weierstrass (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Berlino.

CORRISPONDENTI

SEZIONE
DI MATEMATICA PURA E ASTRONOMIA

Gautier (Giovanni Alfredo), Professore d'Astronomia . . . . *Ginevra*

Plantamour (Emilio), Professore d'Astronomia *Ginevra*

De Gasparis (Annibale), Professore d'Astronomia nella R. Università di . . . . *Napoli*

Tardy (Placido), Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di . . . . *Genova*

Boncompagni (D. Baldassare), dei Principi di Piombino . . . . *Roma*

Cremona (Luigi), Professore di Matematiche superiori nella R. Università di . . . . *Roma*

Cantor (Maurizio), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Heidelberg*

Schwarz (Ermanno A.), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Gottinga*

Klein (Felice), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Lipsia*

Fergola (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica e di Meccanica superiore nella R. Università di . . . . *Pavia*

Casorati (Felice), Professore di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore nella R. Università di *Pavia*

Dini (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Pisa*

SEZIONE
DI MATEMATICA APPLICATA
E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

COLLADON (Daniele), Professore di Meccanica . *Ginevra*

LIAGRE (J. B.), Segretario Perpetuo della R. Accademia delle Scienze del Belgio; alla Scuola militare, *à la Cambre* . . . . *Ixelles*

TURAZZA (Domenico), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di . . . . . *Padova*

NARDUCCI (Enrico), Bibliotecario della Biblioteca Alessandrina di . . . . *Roma*

PISATI (Giuseppe), Professore di Fisica tecnica nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in . . *Roma*

SANG (Edoardo), Socio e Segretario della Società di Scienze ed Arti di . . . . *Edimborgo*

SEZIONE
DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

WEBER (Guglielmo), della Società Reale delle Scienze di . . . . *Gottinga*

SABINE (Edoardo), della R. Società di . . *Londra*

FECHNER (Gustavo Teodoro) . . . . . *Lipsia*

BLASERNA (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Roma*

KOHLRAUSCH (Federico), Professore nell'Università di . . . . *Würtzburg*

THOMSON (Guglielmo), Professore di Filosofia naturale nell'Università di . . . . *Glasgow*

JAMIN (Giulio Celestino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

CORNU (Maria Alfredo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

FELICI (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

ROSSETTI (Francesco), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Padova*

SEZIONE
DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

BONJEAN (Giuseppe) . . . . *Chambéry*
PLANTAMOUR (Filippo), Professore di Chimica . *Ginevra*
WILL (Enrico), Professore di Chimica . . . *Giessen*
BUNSEN (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . *Heidelberg*
MARIGNAC (Giovanni Carlo), Professore di Chimica *Ginevra*
PELIGOT (Eugenio Melchiorre), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*
WURTZ (Adolfo), dell'Istituto di Francia . . *Parigi*
BERTHELOT (Marcellino), dell'Istituto di Francia *Parigi*
WÖHLER (Federico), della Società Reale delle Scienze di . . . . *Gottinga*
PATERNÒ (Emmanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . *Palermo*
KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

SEZIONE
DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

MENEGHINI (Giuseppe), Professore di Geologia, ecc. nella R. Università di . . . . . *Pisa*
STUDER (Bernardo), Professore di Geologia . *Berna*
DE KONINK (Lorenzo Guglielmo) . . . . *Liegi*
DE ZIGNO (Achille), Uno dei XL della Società italiana delle Scienze . . . . *Padova*
FAVRE (Alfonso), Professore di Geologia . . *Ginevra*
KOKSCHAROW (Nicola DI), dell'Accademia Imperiale delle Scienze di . . . . *Pietroborgo*
RAMSAY (Andrea), della R. Società di . . . *Londra*
STRÜVER (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Professore di Petrografia nell'Università di . . . . *Strasborgo*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

Daubrée (Gabriele Augusto), dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere *a* . . . . *Parigi*

Zirkel (Ferdinando), Professore di Petrografia *a* *Lipsia*

Des Cloizeaux (Alfredo Luigi Oliviero Legrand), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

SEZIONE
DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Cesati (Vincenzo), Professore di Botanica e Direttore dell'Orto Botanico della R. Università di . *Napoli*

Garovaglio (Santo), Professore di Botanica e Direttore del Laboratorio crittogamico e dell'Orto Botanico della R. Università di . . . . . . *Pavia*

Trevisan de Saint-Léon (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . . . *Milano*

Candolle (Alfonso De), Professore di Botanica. *Ginevra*

Boissier (Pietro Ed.), Botanico . . . . *Ginevra*

Gennari (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Cagliari*

Decaisne (Giuseppe), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Tulasne (Luigi Renato), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

Gibelli (Giuseppe), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Bologna*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola Superiore d'Agricoltura in . . . *Milano*

SEZIONE
DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

FRANCESCHI (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

RÜPPEL (Edoardo), Segretario della Società Senckenbergiana di Scienze naturali in . . *Francoforte s/M.*

DE SELYS LONGCHAMPS (Edmondo) . . *Liegi*

BURMEISTER (Ermanno), Direttore del Museo pubblico di . . . . *Buenos Aires*

PHILIPPI (Rodolfo Armando) . . . . *Santiago* (Chilì)

SCHLEGEL (Ermanno), Direttore del Museo di *Leida*

DE CIGALLA (Conte Giuseppe), Protomedico onorario nell' isola di . . . . *Santorino*

OWEN (Riccardo), Direttore delle Collezioni di Storia naturale al *British Museum* . . *Londra*

KOELLIKER (Alberto), Professore di Anatomia e Fisiologia . . . . *Würtzburg*

DE-SIEBOLD (Carlo Teodoro), Professore di Zoologia e Anatomia comparata nell'Università di . . . . *Monaco* (Baviera)

STANNIUS (Armando) . . . . *Rostock*

MILNE EDWARDS (Henri), dell' Istituto di Francia . . . . *Parigi*

ERCOLANI (G. B.), Direttore della Scuola di Veterinaria, e Professore di Patologia generale e speciale ed Anatomia patologica nella Scuola medesima . . . . *Bologna*

GOLGI (Camillo), Professore di Istologia, ecc. nella R. Università di . . . . *Pavia*

HAECKEL (Ernesto), Professore nell' Università di . . . . *Jena*

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Fabretti (Ariodante), Professore di Archeologia greco-romana nella Regia Università, Direttore del Museo di Antichità, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio della Reale Accademia dei Lincei, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere dell'Accademia di Archeologia, Letteratura e Belle Arti di Napoli, della R. Accademia della Crusca e dell'Istituto di Corrispondenza archeologica, Professore Onorario dell'Università di Perugia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✱, Comm. ⊜, ✠, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Brasile.

Segretario Perpetuo

Gorresio (Gaspare), Senatore del Regno, Prefetto della Biblioteca Nazionale, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, e già Professore di Letteratura orientale nella R. Università di Torino, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio della Reale Accademia di Scienze e Lettere di Palermo, della R. Accademia della Crusca, ecc., Membro Onorario della Reale Società Asiatica di Londra, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✱, ✠, Gr. Uffiz. ⊜, dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia ecc.

Accademici residenti

RICOTTI (Ercole), *predetto.*

GORRESIO (Gaspare), *predetto.*

FABRETTI (Ariodante), *predetto.*

PEYRON (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Comm. ✠.

VALLAURI (Tommaso), Professore di Letteratura latina nella R. Università, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Comm. ✠, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

FLECHIA (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine e di Sanscrito nella R. Università, Socio della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ✠, Comm. ✪, ✤.

CLARETTA (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti e della Giunta conservatrice dei monumenti d'Antichità e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✠, Comm. ✪.

BIANCHI (Nicomede), Senatore del Regno, Soprantendente degli Archivi Piemontesi, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria delle antiche Provincie e della Lombardia, Membro corrispondente delle Deputazioni di Storia patria delle Provincie Modenesi, delle Provincie della Toscana, dell'Umbria e delle Marche, Membro Onorario della Società storica Svizzera, della R. Accademia Palermitana di Scienze e Lettere, della Società Ligure di Storia patria, della R. Accademia Petrarca di Scienze, Lettere ed Arti in Arezzo, dell'Accademia Urbinate di Scienze, Lettere ed Arti, del R. Ateneo di Bergamo, e della Regia Accademia Paloritana di Messina, Gr. Uffiz. ✠, Comm. ✪, e Gr. Uffiz. dell'O. di S. Mar.

PROMIS (Vincenzo), Dottore in Leggi, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M., Membro della R. Deputazione sovra

gli studi di Storia patria, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Ispettore degli scavi e monumenti d'antichità in Torino, ✠, Uffiz. ⊕.

Rossi (Francesco), Adiutore al Museo d'Antichità, Prof. d'Egittologia nella R. Università, ⊕.

Manno (Barone Antonio), *predetto.*

Bollati Barone di Saint-Pierre (Federigo Emmanuele), Dottore in Leggi, Direttore dell'Archivio di Stato, detto Camerale, Consigliere d'Amministrazione nel R. Economato generale delle antiche Provincie, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Socio Onorario della Società di Archeologia e Belle Arti di Milano, Corrispondente dell'Accademia storico-archeologica di Milano, della Società Lombarda di Economia politica, della Società Ligure di Storia Patria, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna e della Società per la Storia di Sicilia, Uffiz. ✠, ⊕.

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato, Professore di Storia antica, e Preside della Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, ✠, Comm. ⊕.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato e Professore straordinario nella Facoltà di Lettere e Filosofia della R. Università di Torino, ⊕.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, e Professore incaricato di Storia moderna nella R. Università di Torino, Professore di Letteratura Italiana nell'Accademia Militare, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro corrispondente dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, ⊕.

Siotto-Pintor (Giovanni), Nobile Cagliaritano, Senatore del Regno, Presidente Onorario di Corte di Cassazione, Gr. Uffiz. ✠, Comm. ⊕, Comm. dell'O. Supremo di Takowo di Serbia, ecc.

CARLE (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Leggi, Professore della Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Comm. ✠.

Accademici Nazionali non residenti

CARUTTI DI CANTOGNO (Barone Domenico), Consigliere di Stato, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio e Segretario della R. Accademia dei Lincei, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, della R. Accademia Lucchese, ecc., Membro del Consiglio degli Archivi, Gr. Uffiz. ✠, Comm. ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidié di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell'Ord. del Salv. di Gr., ecc.

AMARI (Michele), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Palermo e del R. Istituto di studi superiori di Firenze; Dottore in Filosofia e Lettere dell'Università di Leida e di Tubinga; Socio della Reale Accademia dei Lincei in Roma, delle RR. Accademie delle Scienze in Monaco di Baviera e in Copenhagen; Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze in Palermo, della Crusca, dell'Istituto Veneto, della Società Colombaria in Firenze, della R. Accademia d'Archeologia in Napoli, dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Lucca, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Parmensi, di quella per le Provincie Toscane, dell'Umbria e delle Marche, delle Accademie Imperiali di Pietroborgo e di Vienna; Socio Onorario della R. Società Asiatica di Londra, delle Accademie di Padova e di Gottinga; Presidente Onorario della Società Siciliana di Storia patria e Socio Onorario della Ligure, della Veneta e della Società storica di Utrecht; Gr. Uffiz. ✠, e Gr. Croce ✠, Cav. e Cons. ✠.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella R. Università, ✱.

Ricci (Marchese Matteo), Uffiz. ✱, *a Firenze*.

Minervini (Giulio), Bibliotecario e Professore Onorario della Regia Università di Napoli, Segretario generale Perpetuo dell'Accademia Pontaniana, Socio Ordinario della Società R. di Napoli, Socio della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), della R. Accademia delle Scienze di Berlino, ecc., Uffiz. ✱, e Comm. ⊜, Cav. della L. d'O. di Francia, dell'Aquila Rossa di Prussia, di S. Michele del Merito di Baviera, ecc.

De Rossi (Comm. Giovanni Battista), Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino e di altre Accademie, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Consigliere della Corte di Cassazione di Roma e del Consiglio del Contenzioso diplomatico, ✱, e Comm. ⊜.

Cantù (Cesare), Membro effettivo del R. Istituto Lombardo, Soprantendente degli Archivi Lombardi, Socio dell'Accademia della Crusca, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia di Madrid, Corrispondente dell'Istituto di Francia e d'altri, Gr. Uffiz. ✱ e Comm. ⊜, Cav. e Cons. ✤, Comm. dell'O. di C. di Port., Gr. Uffiz. dell'O. della Guadalupa, ecc., Officiale della Pubblica Istruzione e della L. d'O. di Francia, ecc.

Tosti (D. Luigi), Abate Benedittino Cassinese, Socio Ordinario della Società Reale delle Scienze di Napoli.

Berti (Domenico), Ministro d'Agricoltura, Industria e Commercio, Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito della R. Università di Roma, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ✱, Comm. ⊜, ✤.

Accademici Stranieri

MOMMSEN (Teodoro), Professore di Archeologia nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), *a Berlino*.

MÜLLER (Massimiliano), Professore di Letteratura straniera nell'Università di Oxford, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), *a Oxford*.

MIGNET (Francesco Augusto Alessio), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia Francese) e Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze morali e politiche, Gr. Uffiz. della L. d'O. di Francia, *a Parigi*.

RENIER (Leone), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Uffiz. della L. d'O. di Francia, *a Parigi*.

EGGER (Emilio), Professore alla Facoltà di Lettere di Parigi, Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Uffiz. della L. d'O. di Francia, *a Parigi*.

BANCROFT (Giorgio), Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche), *a Washington*.

DE WITTE (Barone Giovanni Giuseppe Antonio Maria), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), *a Parigi*.

LONGPÉRIER (Enrico Adriano PREVOST DE), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), *a Parigi*.

GREGOROVIUS (Ferdinando), della R. Accademia Bavarese delle Scienze in Monaco, *a Monaco*.

RANKE (Leopoldo), Socio *Straniero* dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche), della R. Accademia delle Scienze di Berlino, *a Berlino*.

CORRISPONDENTI

Betti (Salvatore), Socio della R. Accademia della Crusca . . . . *Roma*

Franceschi-Ferrucci (Catterina), Corrispondente della R. Accademia della Crusca . . . *Pisa*

Silorata (Pietro Bernabò) . . . . *Roma*

Vitte (Carlo), Professore nell'Università di . *Halle*

Haenel (Gustavo) . . . . *Lipsia*

Michel (Francesco) . . . . *Bordeaux*

Negri (Barone Cristoforo), Console generale di Iª Classe, Consultore legale del Ministero per gli affari esteri . . . . *Torino*

Reumont (Alfredo Di), Corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . *Borcette* presso Acquisgrana

Poli (Baldassarre), Socio del Reale Istituto Lombardo . . . . *Milano*

Krone (Giulio) . . . . *Vienna*

Sanguinetti (Angelo), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . . . *Genova*

Giuliani (P. Giambattista), Professore nel R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

Champollion-Figeac (Amato) . . . . . *Parigi*

Laboulaye (Edoardo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Henzen (Guglielmo) . . . . *Roma*

Boissieu (Alfonso De) . . . . *Lione*

Wieseler (Federico) . . . . *Gottinga*

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . . *Cherasco*

Daguet (Alessandro) . . . . *Ginevra*

Lepsius (Riccardo), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Berlino*

Perrens (Francesco) . . . . *Parigi*
Regnier (Adolfo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*
Odorici (Federico), Prefetto della Biblioteca nazionale di . . . . *Parma*
Campori (Marchese Giuseppe) . . . . . *Modena*
Haulleville (Prospero De) . . . . . . *Gand*
Krehl (Ludolfo) . . . . *Dresda*
Linati (Conte Filippo) . . . . *Parma*
Jourdain (Carlo) dell'Istituto di Francia . *Parigi*
Renan (Ernesto), dell'Istituto di Francia . *Parigi*
Rendu (Eugenio) . . . . *Parigi*
Palma di Cesnola (Conte Luigi) . . . . *New-York*
Sourindro Mohun Tagore . . . . *Calcutta*
Comparetti (Domenico), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*
Villari (Pasquale) id. id. . *Firenze*
Giesebrecht (Guglielmo), dell'Accademia Bavarese delle Scienze in . . . . *Monaco*
Vannucci (Atto), Professore emerito, Senatore del Regno, Socio della R. Accademia de' Lincei . *Roma*
De Leva (Giuseppe), Professore di Storia moderna nella R. Università di . . . . . . *Padova*
Gozzadini (Giovanni), Senatore del Regno . *Bologna*
Rawlinson (Giorgio), Professore nella Università di . . . . *Oxford*
Sybel (Enrico Carlo L. von), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . *Berlino*
Gachard (Luigi Prospero), Socio della R. Accademia delle Scienze del Belgio . . . . . *Brusselle*
Garrucci (P. Raffaele), d. C. d. G. . . *Roma*
Fiorelli (Giuseppe), Senatore del Regno . *Roma*
Ascoli (Isaia Graziadio), Professore nell'Accademia scientifico-letteraria di . . . . . . *Milano*
Bruzza (P. Luigi), Barnabita . . . . *Roma*

Curtius (Ernesto), Professore nell'Università di *Berlino*

Birch (Samuele), Conservatore delle Antichità orientali, ecc., e delle Collezioni etnografiche del *Museo Britannico* in . . . . *Londra*

Weber (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

Withney (Guglielmo), Prof. nel Collegio *Yale*. *New Haven*

Mamiani (Terenzio), Senatore del Regno . . *Roma*

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Padova*

Serafini (Filippo), Professore di Diritto romano nella R. Università di . . . . *Pisa*

Wallon (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . *Parigi*

Taine (Ippolito), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico
dal 1° *Febbraio* 1881 *al* 1° *Gennaio* 1882

ELEZIONI

VANNUCCI (Atto), eletto il 6 Marzo 1881 a *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

DE LEVA (D. Giuseppe),	id.	id.
GOZZADINI (Giovanni),	id.	id.
RAWLINSON (Giorgio),	id.	id.
SYBEL (Enrico),	id.	id.
GACHARD (Luigi Prospero),	id.	id.

GARRUCCI (P. Raffaele), eletto il 20 Marzo 1881 a *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

FIORELLI (Giuseppe),	id.	id.
ASCOLI (Isaia Graziadio),	id.	id.
BRUZZA (P. Luigi),	id.	id.
CURTIUS (Ernesto),	id.	id.
BIRCH (Samuele),	id.	id.
WEBER (Alberto),	id.	id.
WITHNEY (Guglielmo),	id.	id.

MAMIANI (Terenzio), eletto il 5 Aprile 1881 a *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

LAMPERTICO (Fedele),	id	id.
SERAFINI (Filippo),	id.	id.
WALLON (Enrico Alessandro),	id.	id.
BLUNTSCHLI (Giovanni Gaspare),	id.	id.
TAINE (Ippolito Adolfo),	id.	id.

WEIERSTRASS (Carlo), eletto il 29 Maggio 1881, a *Socio Straniero* della Classe di Scienze fisiche e matematiche.

MOSSO (Angelo), eletto l'11 Dicembre 1881 a *Socio nazionale* residente della Classe di Scienze fisiche e matematiche.

RANKE (Leopoldo), eletto il 26 Dicembre 1880 a *Socio Straniero* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

MORTI.

24 Marzo 1881.

DELESSE (Achille), dell'Istituto di Francia, *Corrispondente* della Classe di Scienze fisiche e matematiche (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

13 Agosto 1881.

SELMI (Francesco), Professore di Chimica farmaceutica nella R. Università di Bologna, *Corrispondente* della Classe di Scienze fisiche e matematiche (Sezione di Chimica generale ed applicata).

13 Luglio 1881.

GIRAUD (Carlo), dell'Istituto di Francia, *Socio* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

21 Ottobre 1881.

BLUNTSCHLI (Giovanni Gaspare), Professore nell'Università di Heidelberg, *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

21 Dicembre 1881.

DULAURIER (Edoardo), dell'Istituto di Francia, *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Novembre 1881.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 13 Novembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. Giuseppe Bruno comunica alla Classe la seguente sua Nota

SULLE CONICHE
CHE PASSANO PER TRE PUNTI DATI E TOCCANO DUE RETTE DATE.

1. Si sa che di coniche passanti per tre punti dati A, B, C e tangenti due rette date s, t ve ne hanno quattro: ed è nota una costruzione elegante, colla quale si determinano i punti di loro contatto colle rette s, t, e si riduce perciò il problema di tracciare una qualunque di esse al problema di segnare una conica, che passi per cinque punti dati.

Io mi propongo di esporre un'altra costruzione delle coniche, di cui si tratta, dalla quale risultano alcune proposizioni relative alle coniche stesse, e particolarmente le seguenti:

1° Le quattro coniche, che passano per tre punti dati A, B, C, e toccano due rette date s, t, sono tali che la congiungente il punto differente da A, B, C, che è comune a due qualunque di esse, col punto pur differente da A, B, C, che è comune alle altre due, passa per il punto I d'intersezione delle rette s, t.

2° Le stesse quattro coniche sono tali che la congiungente il punto d'intersezione delle due tangenti diverse da s e da t, che

sono comuni a due qualunque di esse coniche, col punto d'intersezione delle due tangenti pure diverse da s e da t, che sono comuni alle altre due di quelle coniche, passa per uno dei tre punti dati A, B, C.

2. A tal fine premetto che il quadrangolo dei quattro punti comuni a due coniche qualunque ed il quadrilatero delle quattro tangenti comuni alle stesse coniche hanno un medesimo triangolo diagonale (1): e che è pur vera la proposizione inversa, che, cioè, se un quadrangolo ed un quadrilatero hanno lo stesso triangolo diagonale, esistono due coniche, le quali sono, ad un tempo, circoscritte al quadrangolo ed iscritte nel quadrilatero, e queste sono le due coniche, che passano pei quattro vertici del quadrangolo e toccano un lato del quadrilatero, o toccano i quattro lati del quadrilatero e passano per uno dei vertici del quadrangolo.

Segue da ciò che, se noi costrurremo un quadrangolo A B C D (ved. figura annessa) del quale i punti dati A, B, C sieno tre vertici, ed un quadrilatero $stuv$, di cui le due rette date s, t sieno due lati, i quali abbiano lo stesso triangolo diagonale, due delle coniche passanti pei punti A, B, C e tangenti le rette s, t passeranno anche pel punto D e toccheranno anche le rette u, v: epperò noi sapremo costrurre queste due coniche, considerandole come le due, che passano pei punti A, B, C, D e toccano la retta s, oppure come le due, che toccano le rette s, t, u, v e passano pel punto A.

Ora i vertici del triangolo PQR diagonale del quadrangolo ABCD giacciono uno su ciascuno dei tre lati cogniti AB, CA, BC di esso quadrangolo: sia P il vertice di detto triangolo, che è posto sopra AB, e gli altri due vertici Q ed R del medesimo sieno situati rispettivamente sopra CA e sopra BC.

Similmente, i lati del triangolo diagonale di un quadrilatero contengono ciascuno una coppia di vertici opposti di esso quadrilatero: e poichè il quadrilatero $stuv$, che vogliamo costrurre, ha anch'esso per suo triangolo diagonale il triangolo PQR, un lato, che supporremo sia PQ, di questo passerà pel vertice noto del detto quadrilatero, che è posto nell'intersezione I dei due lati dati s e t di questo quadrilatero.

---

(1) PONCELET, *Traité des propriétés des figures*. Paris, 1865, tome premier, pag. 186-87.

Le coppie di rette IA, ID; IB, IC; IP, IQ condotte da I alle coppie di vertici opposti del quadrilatero formato dalle rette AC, CD, DB, BA sono coniugate in involuzione fra loro. E siccome IP coincide con IQ, come si è detto, la retta IQP è un raggio doppio di questa involuzione: l'altro raggio doppio dell'involuzione stessa è manifestamente IR, poichè IR è armonica coniugata di IQP rispetto ad IB ed IC.

Nel quadrilatero poi *stuv* l'angolo formato in I dai suoi lati *s* e *t* è diviso armonicamente dal lato IQP del suo triangolo diagonale, che passa per I, e dalla retta che congiunge I col vertice R di detto triangolo; cioè le rette *s* e *t* formano una coppia di raggi coniugati dell'involuzione suddetta. E siccome questa coppia di raggi *s*, *t* è data, e sono pure dati i due raggi coniugati IB, IC, saranno determinati e si potranno costrurre i raggi doppi IQP, IR di quell'involuzione, ed il raggio ID di essa che è coniugato del raggio dato IA.

I vertici del triangolo PQR saranno dunque conosciuti, perchè P e Q sono le intersezioni di uno, IQP, dei raggi doppi trovati colle rette AB, CA rispettivamente, ed R è l'intersezione dell'altro raggio doppio dell'involuzione colla retta BC. E finalmente sarà pure conosciuto il punto D intersezione del raggio ID poc' anzi determinato con una qualunque delle rette AR, BQ, CP.

Osservando in fine che due vertici opposti di un quadrilatero dividono armonicamente il lato del triangolo diagonale del quadrilatero, su cui sono situati, si avrà che il punto L armonico coniugato di I rispetto ai punti P e Q è l'intersezione dei due lati non dati *u* e *v* del quadrilatero *stuv*: e questi lati perciò saranno le congiungenti il punto L ai punti, in cui la retta RQ, oppure la RP, è tagliata dalle rette *s* e *t*.

3. Nella costruzione, che abbiamo ora fatto per determinare i punti D e L, dopo aver trovato i raggi doppi ed il raggio coniugato di IA nell'involuzione individuata dalle coppie *s*, *t*; IB, IC di elementi coniugati, si è detto che il lato PQ del triangolo PQR è disposto sopra uno dei raggi doppi ora accennati. Ma, due essendo questi raggi doppi, se la costruzione, che si è fatta nel num. prec., assumendo che i vertici P, Q del triangolo PQR cadano sopra uno dei detti raggi doppi, venga ripetuta colla variante, per la quale due vertici del triangolo diagonale debbano trovarsi sull'altro raggio doppio, questi due vertici saranno le intersezioni P′ e Q′ di IR con AB e CA rispettivamente, ed il

terzo vertice R' di quel triangolo sarà il punto, in cui la retta BC è secata dalla IQP.

Allora il quarto vertice D' del quadrangolo a costruirsi sarà la intersezione di ID con una qualunque delle rette AR', BQ', CP', ed i lati u' e v' del quadrilatero differenti da s e da t saranno la congiungente il punto comune a t e P'R' coll'intersezione di s con Q'R', e la congiungente il punto di concorso di s con P'R' a quello di concorso di t con Q'R'. Questi lati poi u' e v' si tagliano nel punto L' della retta P'Q', che è armonico conjugato di I rispetto ai punti P' e Q'.

Frattanto giova notare che la congiungente i vertici non dati D e D' dei due quadrangoli ABCD, ABCD' passa pel punto I intersezione delle rette s e t: e che inoltre, a motivo che le divisioni PQIL, P'Q'IL' sono proiettive, perchè entrambe sono armoniche, ed hanno una coppia di loro elementi corrispondenti sovrapposti in I, la congiungente i punti L, L', che sono i vertici opposti ad I nei quadrilateri $stuv$, $stu'v'$, passa per l'intersezione delle rette PP', QQ', la quale è uno, A, dei tre punti dati A, B, C.

4. Oltre i due quadrangoli ABCD, ABCD', ne esistono altri quattro, ciascuno dei quali ha, come gli ora detti, i punti A, B, C per tre suoi vertici, ed il triangolo diagonale comune con un quadrilatero, due lati del quale giacciono sulle rette s e t. In verità, se invece del fascio in involuzione, di centro I, che si è considerato nei due numeri precedenti, si fosse impiegato l'uno o l'altro dei due fasci in involuzione, che hanno ancora, tutti due, I per loro centro e le rette s e t per una coppia di loro elementi coniugati, ma dei quali una seconda coppia di raggi coniugati è il sistema delle due rette IA, IB, o quello delle due rette IC, IA. ciascheduno di questi due fasci, con costruzioni e ragionamenti in tutto analoghi ai sovraesposti, avrebbe condotto a trovare un'altra coppia di quadrangoli ABCE, ABCE', od ABCF, ABCF', e corrispondentemente un'altra coppia di quadrilateri $stwx$, $stw'x'$ od $styz$, $sty'z'$ soddisfacenti alle condizioni imposte.

La congiungente i vertici E ed E', od F e F' dei due quadrangoli di ciascuna delle dette coppie passa quindi pel punto I, e similmente la congiungente i punti wx, $w'x'$ passa pel punto dato C, e la congiungente i punti yz, $y'z'$ passa pel punto dato B.

5. I ragionamenti istituiti provano che, in generale, vi hanno sei, e non più di sei, quadrangoli, che abbiano per tre loro vertici i punti dati A, B, C e lo stesso triangolo diagonale che un qua-

drilatero, di cui due lati sono disposti secondo le rette date s e t: e provano inoltre che od i detti sei quadrangoli sono tutti reali, oppure sono reali due soli di essi ed immaginari gli altri quattro, per la ragione che, nel fascio di centro I, i raggi s e t o non sono separati dagli elementi di alcuna delle tre coppie di rette IA, IB; IC, IA; IB, IC, oppure sono separati dagli elementi di due di esse coppie, e non separati dagli elementi della terza rimanente.

Poichè, come si è detto nel 1° alinea del n° **2**, ognuno dei quadrangoli suaccennati determina due coniche passanti pei punti A, B, C e tangenti alle rette s, t, parrebbe che, sei essendo, in generale, quei quadrangoli, dodici fossero le coniche soddisfacenti alle condizioni volute. Ma è facile il dimostrare che di tali coniche, distinte fra loro, ve ne hanno solo quattro. Ed infatti, quattro coniche distinte, le quali abbiano tre punti e due tangenti comuni, danno origine, colle loro intersezioni due a due, a sei quadrangoli distinti, che hanno comuni tre loro vertici, e di ciascuno dei quali il triangolo diagonale è lo stesso che quello di un quadrilatero avente per due suoi lati le due tangenti comuni alle quattro coniche: e di tali quadrangoli fu dimostrato testè che non ve ne sono più di sei.

Perciò, per costrurre le quattro coniche, che passano per A,B,C e toccano le rette s e t, basta ricorrere ad uno solo dei tre fasci in involuzione di centro I, dei quali si è parlato, a quello, *p. es.*, che determina i quadrangoli ABCD, ABCD', poichè le quattro coniche reali od immaginarie, generalmente distinte fra loro, che toccano la retta s, e passano pei quattro vertici dell'uno, o dell'altro di quei quadrangoli, sono quelle sole, che risolvono il problema.

Tuttavia, se si impiega ancora un secondo dei fasci in involuzione suaccennati, quello, *p. es.*, che determina i quadrangoli ABCE, ABCE' ed i corrispondenti quadrilateri $stwx$, $stw'x'$, si avranno, per ognuna delle quattro coniche a descriversi, cinque punti e sei tangenti: cioè le quattro coniche domandate saranno rispettivamente circoscritte ai pentagoni ABCDE, ABCDE', ABCD'E, ABCD'E' ed iscritte nelle figure di sei lati $stuvwx$, $stuvw'x'$, $stu'v'wx$, $stu'v'w'x'$. Servendosi anche del terzo dei suddetti fasci in involuzione, determinando cioè ancora i quadrangoli ABCF, ABCF' ed i corrispondenti quadrilateri $styz$, $sty'z'$, si avrà per ognuna delle quattro coniche un sesto punto F od F' ed un'altra coppia y, z od y', z' di tangenti. E precisamente,

quando si convenga che i punti D, E, F sieno tali, che le rette AD, BE, CF dividano rispettivamente i segmenti BC, CA, AB, ciascuno in due segmenti sottrattivi, il punto F e le due tangenti *y* e *z* apparterranno alle coniche circoscritte ai pentagoni ABCDE, ABCD'E', ed il punto F' colle tangenti *y'* e *z'* apparterranno alle coniche circoscritte ai pentagoni ABCD'E, ABCDE'.

Da quanto fu esposto si ricava inoltre che le quattro coniche, di cui si tratta, sono tutte reali quando ciascuno dei tre fasci in involuzione più volte nominati ha i suoi raggi doppi reali. Se questa circostanza non arriva, uno (uno solo) di essi fasci avrà ancora reali i suoi raggi doppi, esisteranno ancora, come fu già avvertito, due quadrangoli, che hanno ciascuno tre suoi vertici in A, B e C ed il triangolo diagonale comune con un quadrilatero formato sulle rette *s* e *t* come due suoi lati, ma non vi sarà alcuna conica reale, che soddisfi alle condizioni imposte.

6. Quando un punto dato è un fuoco comune a più coniche, questo si può riguardare come il punto di concorso di due loro tangenti date comuni: epperò il metodo esposto precedentemente serve alla costruzione delle coniche, che hanno il punto dato I per un loro fuoco e passano pei tre punti dati A, B, C. Queste coniche sono quattro, sempre reali: e se sia D il punto differente da A, B, C, che è comune a due qualunque di esse, e D' il punto pur differente da A, B, C, che è comune alle altre due, la congiungente i punti D e D' passa pel fuoco comune I delle quattro coniche. Le stesse coniche, considerate due a due, hanno comuni, oltre le tangenti immaginarie condotte pel loro fuoco I, due tangenti, esse pure immaginarie, ma concorrenti in un punto reale: se dicasi L questo punto di concorso relativo a due qualunque delle quattro coniche ed L' il punto analogo relativo alle altre due, la congiungente L con L' passa per uno dei tre punti dati A, B, C.

7. È poi manifesto che le proposizioni dimostrate e le costruzioni eseguite hanno le loro correlative riflettenti le coniche, che passano per due punti dati e toccano tre rette date.

Il Socio Cav. Prof. Giuseppe **Bruno** comunica ancora alla Classe un'altra sua Nota

SUI

QUADRILATERI SGHEMBI

CIRCOSCRITTI AD UNA QUADRICA.

1. L'illustre Poncelet, nel suo trattato sulle proprietà proiettive delle figure, enuncia la seguente proposizione, che pare egli attribuisca a Brianchon (1): *I punti di contatto di una quadrica coi quattro lati di un quadrilatero sghembo qualunque ad essa circoscritto giacciono in uno stesso piano*.

Questa proposizione non è pienamente esatta: essa, infatti, significherebbe che il quarto lato di uno qualunque dei quadrilateri sghembi circoscritti ad una quadrica, tre lati del quale

---

(1) Riferirò il testo preciso di Poncelet: *Traité des propriétés projectives des figures*, deuxième édition. Paris, 1865, tome premier, pag. 78.

« ......, si tous les points de contact, moins un, des côtés d'un polygone gauche quelconque, circonscrit à une surface du second ordre, étaient situés dans un même plan, le dernier s'y trouverait nécessairement aussi, pourvu toutefois que la disposition des points soit telle, qu'il y en ait un nombre pair ou impair sur le prolongement des côtés, suivant que le polygone est lui-même d'un ordre pair ou impair. Cette circonstance ayant lieu, en particulier, pour le cas d'un quadrilatère circonscrit à une surface de second ordre, il en résulte ce corollaire déjà connu (*):

» *Dans tout quadrilatère gauche circonscrit à une surface du second ordre, les quatre points de contact sont dans un même plan* ».

All'asterisco (*) corrisponde una nota a piè di pagina dicente:
Mémoire sur les lignes du second ordre, par C.-J. Brianchon, p. 14, note.

tocchino questa superficie in tre punti dati, deve toccare la superficie stessa in un punto della conica, secondo cui essa è tagliata dal piano passante pei tre punti dati. Ora io mi propongo di far vedere che, detti A, A', A" tre punti dati qualunque di una quadrica data S, perchè sieno possibili quadrilateri sghembi circoscritti a questa quadrica aventi tre lati, che la tocchino rispettivamente nei punti A, A', A" suaccennati, non è necessario che il punto di contatto di S col quarto loro lato sia sulla conica ε intersezione di S col piano A A' A", ma che il medesimo può anche essere un punto arbitrario di una qualunque di tre altre coniche φ, φ', φ'', sempre reali, generalmente distinte fra di loro, sezioni di S con tre piani, dei quali do la determinazione.

2. Per due, A' ed A", dei tre punti dati (fig 1ª), e nei piani α' ed α'' tangenti ad S in questi punti, sieno condotte due rette arbitrarie a' ed a''. I quadrilateri circoscritti ad S, che hanno le rette a' ed a'' per due loro lati opposti, hanno, per altri due lati, due delle posizioni di una retta, la quale si muova in modo di incontrare sempre le rette a' ed a'' e di essere sempre tangente alla quadrica S.

Sia b una delle posizioni della retta mobile: sieno H', H" i punti in cui essa taglia rispettivamente le rette a' ed a'', e B il suo punto di contatto con S. Dicasi K' il punto, in cui a' è tagliata dal piano α'', e G" il punto d'intersezione di a'' col piano α'.

Consideriamo la quadrica rigata Σ luogo delle rette, che congiungono gli elementi corrispondenti delle due punteggiate omografiche poste l'una sulla retta a' l'altra sulla a'', nelle quali ai punti H', K', A' della prima corrispondono rispettivamente i punti H", A", G" della seconda.

Le due generatrici rettilinee di Σ, che passano per A', sono a' ed A'G" che giacciono nel piano α': similmente le due generatrici di Σ, che si tagliano in A", sono a'' ed A"K' poste nel piano α''. La quadrica Σ è dunque bitangente ad S, epperciò l'intersezione di S con Σ è il sistema di due coniche, i cui piani passano per la retta A'A": e queste coniche si confondono in una sola perchè, se esse fossero distinte, qualunque generatrice rettilinea di Σ, che non passi per A' o per A", dovrebbe tagliarle in due punti differenti fra loro, ossia dovrebbe tagliare S in due punti distinti. Ora fra le generatrici di Σ che non passano nè per A', nè per A" vi ha la retta b, la quale, per ipotesi,

è tangente ad S in B: la quadrica rigata Σ è dunque circoscritta ad S secondo la conica sezione di S col piano $A'A''B$. Ossia, movendosi la b in modo continuo, ed in guisa che in ogni sua posizione sempre si appoggi sulle rette a' ed a'' e sempre tocchi la quadrica S, il luogo dei punti di contatto di questa superficie colla retta mobile è la conica suddetta intersezione di S col piano $A'A''B$.

3. Dal punto H' di a', oltre la b, si può condurre un'altra retta, la quale incontri la a'' e tocchi S, poichè da H' si possono condurre due tangenti alla conica sezione di S col piano $H'a''$. Sia c questa seconda retta, e C il suo punto di contatto con S: il ragionamento fatto nel numero precedente dimostrerà che se la retta c, restando sempre tangente ad S ed appoggiandosi sempre alle due rette a' ed a'', si muoverà con moto continuo, genererà una quadrica rigata Θ circoscritta ad S secondo una conica, il cui piano è $A'A''C$.

È poi manifesto che, oltre le generatrici rettilinee delle quadriche Σ e Θ, che sono di sistema contrario alle loro generatrici comuni a' ed a'', non vi hanno altre rette, che soddisfino alle condizioni di secare le a' ed a'' e di essere tangenti ad S. E che, quindi, se un quadrilatero circoscritto ad S ha per due suoi lati opposti le rette a', a'', i punti di contatto degli altri suoi due lati colla quadrica apparterranno all'una od all'altra delle coniche sezioni di S coi piani $A'A''B$, $A'A''C$: e che viceversa, se si scelgano due punti arbitrari M ed N tutti e due sopra una stessa, oppure l'uno sull'una l'altro sull'altra delle due coniche suddette, è sempre possibile un quadrilatero di cui a' ed a'' sieno due lati opposti, ed i cui altri due lati tocchino S, l'uno in M, l'altro in N.

4. I piani $A'A''B$, $A'A''C$ sono, in generale, distinti fra di loro, perchè essi sono armonici coniugati rispetto ai piani $A''a'$, $A'a''$. Per dimostrarlo consideriamo il fascio dei quattro piani ora nominati: la sua sezione col piano $H'a''$ è il fascio di raggi $A''B$, $A''C$, $A''H'$ ed a''. Ora nella conica, secondo cui il piano $H'a''$ taglia la quadrica S, conica che è toccata in A'' dalla retta a'', il punto H' è il punto di concorso delle tangenti in B ed in C: epperciò il detto fascio di raggi è armonico.

Ne segue che, quando i punti M ed N, di cui si è parlato nel numero precedente, appartengono l'uno al piano $A'A''B$, l'altro al piano $A'A''C$, i punti di contatto dei quattro lati del

quadrilatero circoscritto ad S, che è determinato dai detti punti M, N e dalle rette a' ed a'', non giacciono in uno stesso piano (1).

5. Esaminiamo alcune circostanze particolari, che possono arrivare nel caso, in cui la quadrica S sia rigata.

1° Se una, a', delle due rette date a', a'' sia una generatrice rettilinea di S, il punto H' appartiene alla sezione fatta in S dal piano H'a'' ed i due punti B e C si confondono fra loro e col punto H': i piani A'A''B ed A'A''C si riducono perciò tutti due al piano A''a', e quindi i punti, che abbiamo chiamato M ed N, sono posti, o sopra a', o sulla generatrice rettilinea di S, che passa per A'' ed è di sistema contrario ad a'.

2° Quando a' ed a'' sono generatrici rettilinee di S appartenenti allo stesso sistema, i punti M ed N sono pienamente indeterminati sulla S, poichè due generatrici rettilinee arbitrarie di questa superficie, le quali sieno di sistema contrario a quello delle a' ed a'', formano con queste due rette ultime nominate un quadrilatero circoscritto alla quadrica.

3° Le rette a', a'' sieno comunque condotte per i punti A' ed A'' nei piani, che toccano S nei punti ora detti, ma questi punti A' ed A'' sieno posti su d'una stessa generatrice rettilinea g della quadrica. I piani A'A''B, A'A''C passano per g, e secano S tutti due secondo questa generatrice g, ed inoltre ciascuno di essi secondo un'altra generatrice h o k di sistema diverso da quello della g. I punti in cui h e k incontrano la g sono armonici coniugati rispetto ad A' ed A'': ed i punti M, N

---

(1) Se i punti M ed N giacciono in uno stesso dei due piani A'A''B, A'A''C, il punto di contatto colla quadrica è posto per ciascuno dei quattro lati del quadrilatero, o per due di essi lati, o per nessuno di essi, sul prolungamento del segmento compreso fra i vertici, che stanno sul lato considerato: se invece i punti M ed N sono collocati l'uno nell'uno, l'altro nell'altro dei piani A'A''B, A'A''C, i lati del quadrilatero, che toccano la quadrica in un punto del loro prolungamento, sono sempre tre, oppure uno solo.

A convincersene basta proiettare il quadrilatero, parallelamente alla congiungente i punti A', A'', sopra un piano qualunque.

L'errore in cui è caduto il Poncelet nel dedurre la proposizione, che io mi proposi di correggere, proviene dall'avere egli creduto (vedi nota alla pag. 35) che in nessun quadrilatero circoscritto ad una quadrica vi potesse essere un numero impari di lati, che toccassero la superficie in un punto del loro prolungamento.

possono allora essere presi arbitrariamente o tutti due sopra una medesima, oppure uno sull'una l'altro sull'altra di due qualunque delle tre rette g, h e k.

Noteremo ancora che, qualunque sia la quadrica S, se le rette a' ed a'' sono poste in uno stesso piano, un quadrilatero circoscritto ad S, del quale a' ed a'' sono due lati opposti, giace tutto nel piano di queste rette, epperciò questo piano conterrà necessariamente i punti M, N di contatto fra S e gli altri due lati del quadrilatero.

6. Passiamo ora alla ricerca dei quadrilateri circoscritti ad una quadrica qualunque S, tre lati di ciascuno dei quali debbano toccare la S rispettivamente nei tre punti dati A, A', A'' di essa quadrica, ed alla determinazione del luogo dei punti A_1 di contatto fra S ed il quarto lato di quei quadrilateri.

Per A, nel piano α tangente in A ad S (fig. 2ª), sia condotta una retta arbitraria a: sieno a', a'' le congiungenti i punti A' ed A'' rispettivamente coi punti, in cui a seca i piani α' ed α'' tangenti ad S in A' ed A''.

Supponiamo che a sia un primo lato del quadrilatero a costrursi, e che si voglia che i lati di questo quadrilatero, che toccano S in A' ed A'', sieno opposti fra di loro. Questi due lati cadranno allora sulle rette a' ed a'', ed il quarto lato dovrà toccare S in un punto dell'una o dell'altra delle coniche sezioni fatte in S con due piani passanti per la retta A'A'' ed armonici coniugati rispetto ai due piani, che si secano secondo questa retta A'A'' e passano l'uno per a' l'altro per a''. Uno di questi piani deve passare per A, ed è perciò pienamente determinato; l'altro quindi sarà esso pure determinato e passerà pel punto E polo del piano AA'A'' rispetto ad S.

Se adunque si dicano ε e φ le coniche sezioni di S coi piani AA'A'' ed EA'A'', prendendo un punto arbitrario A_1 sopra una qualunque delle dette due coniche, si potrà costrurre un quadrilatero, di cui un lato cada sulla retta a, i due lati contigui ad a tocchino S nei punti A' ed A'', ed il quarto lato sia tangente alla quadrica in A_1.

7. Data la quadrica S, ed i suoi tre punti A, A', A'', le coniche ε e φ sono pienamente determinate: queste coniche cioè non dipendono dalla direzione della retta a condotta nel piano α pel punto A. Vi ha dunque una infinità di quadrilateri circoscritti alla quadrica S, di ciascuno dei quali due lati opposti

toccano la detta quadrica nei punti dati A' ed A'', un terzo lato la tocca nel punto pure dato A, ed il quarto in un punto arbitrariamente scelto sopra una qualunque delle coniche ε e φ.

8. I quadrilateri determinati come or ora abbiamo detto non sono i soli, che risolvano la questione, che ci siamo proposto sul principio del n° 6, nè il sistema delle coniche ε e φ forma intero il luogo dei punti A_1, perchè nella ricerca delle soluzioni, che abbiamo trovato del problema, supponemmo sempre che due determinati, A' ed A'', dei tre punti dati dovessero essere punti di contatto di S con due lati *opposti* del quadrilatero.

Ora manifestamente esistono, e si trovano con ragionamenti identici ai sovra esposti, altri quadrilateri circoscritti ad S, di cui due lati opposti a'' ed a oppure a ed a' toccano S nei punti dati A'' ed A, oppure A ed A', ed un terzo lato tocca la quadrica nel punto pure dato A' od A''. Il punto di contatto di S col quarto lato del quadrilatero, tanto nell'uno quanto nell'altro caso, potrà essere un punto qualunque della conica ε; oppure, quando A'' ed A sono punti di contatto di S con due lati opposti del quadrilatero, il punto A_1 potrà prendersi arbitrariamente sulla conica φ' sezione di S col piano $EA''A$; e similmente, se due lati opposti del quadrilatero sono tangenti ad S in A ed A' il punto A_1 potrà essere un punto qualunque della conica φ'' sezione fatta in S dal piano EAA'.

Diremo dunque che dati tre punti qualunque A, A', A'' sopra una quadrica conosciuta S, e determinato il polo E del piano $AA'A''$ rispetto ad S, qualunque quadrilatero circoscritto alla quadrica data, tre lati del quale tocchino essa quadrica nei punti dati A, A' ed A'', ha il suo quarto lato tangente ad S in un punto, che appartiene ad una delle quattro coniche ε, φ, φ', φ'', secondo le quali la S è tagliata dai piani $AA'A''$, $EA'A''$, $EA''A$, EAA'.

E viceversa, che, se sopra una qualunque delle quattro coniche ε, φ, φ', φ'' sopra definite si prenda un punto arbitrario A_1, è possibile un'infinità di quadrilateri aventi ciascuno i suoi quattro lati tangenti ad S rispettivamente nei punti A, A', A'', A_1.

9. Riguardo a quest'ultima proposizione vi ha però una differenza, che merita di essere notata, dal caso in cui il punto A_1 è preso sulla conica ε, al caso in cui esso punto A_1 è scelto sopra una delle altre tre coniche φ, φ', φ''.

Quando A_1 appartiene alla conica ε, uno qualunque dei tre

punti dati A, A', A'' può essere punto di contatto di S col lato del quadrilatero opposto a quello che è tangente ad S in A_1: quando invece A_1 è situato sopra φ, o φ' o φ'', il lato del quadrilatero, che tocca S in A_1, è opposto a quello, che è tangente alla quadrica rispettivamente in A, od A', od A''.

10. Le soluzioni esposte del problema sono sempre possibili, perchè esistono sempre le coniche ε, φ, φ', φ''. Queste coniche sono situate in piani generalmente distinti fra loro, epperciò esse, considerate per coppie, non hanno, in generale, più di due punti comuni. La ε seca le φ, φ' e φ'' rispettivamente nelle coppie di punti A', A''; A'', A; A, A'. Le rette EA, EA', EA'' poi essendo tangenti comuni alle coppie di coniche φ', φ''; φ'', φ; φ, φ' rispettivamente nei punti A, A', A'', i due punti comuni a due qualunque delle tre coniche φ, φ' e φ'' si confondono in un solo, che è uno dei punti dati A, A', A''.

Vi hanno tuttavia casi speciali in cui le coniche ε, φ, φ', φ'' sono indeterminate, o non distinte fra loro. Enumereremo questi casi ed accenneremo sommariamente, per ciascuno di essi, a che cosa si riduca il luogo dei punti A_1:

1° Se due dei tre punti dati coincidono fra loro, cioè se due lati dati del quadrilatero da costrursi debbono toccare la quadrica in un medesimo punto, il quadrilatero sarà possibile, qualunque punto di S si prende per punto di contatto fra S ed il quarto lato del quadrilatero.

2° Nel caso in cui S è rigata sghemba ed i punti A, A', A'' appartengano ad una stessa generatrice rettilinea g della S, il quadrilatero avrà tre, od almeno due, suoi lati disposti sulla g, ed il quarto lato del medesimo sarà, generalmente, su d'una retta qualunque purchè tangente ad S in un punto di g: questa retta potendo essere una generatrice qualunque di S di sistema contrario a quello, cui appartiene la g, il punto A_1 potrà essere un punto qualunque di S.

3° Quando, S essendo rigata sghemba, il piano dei tre punti dati è tangente alla quadrica in uno A di questi punti, ed, in conseguenza, gli altri due punti dati A' ed A'' sono posti l'uno sull'una l'altro sull'altra delle generatrici rettilinee g ed h della superficie, che passano per A, il punto A_1 è un punto arbitrario di g o di h.

4° Se il piano dei tre punti dati è tangente alla quadrica in un punto differente da ciascuno di essi, due di questi

p. es. A′ ed A″ sono posti su d'una medesima generatrice rettilinea g di S ed il punto A_1 sarà un punto qualunque delle seguenti tre generatrici rettilinee della quadrica: la generatrice g, la generatrice h, di sistema contrario a quello di g, che passa per A, e la generatrice pure di sistema opposto a quello, di cui fa parte la g, e secante questa g nel punto armonico coniugato del punto hg rispetto ai punti A′ ed A″.

5° Nel caso in cui S sia un cono, il punto A_1 può essere preso arbitrariamente sulla quadrica, ossia, qualunque sieno quattro punti A, A′, A″, A_1 di un cono di secondo ordine, esiste sempre un quadrilatero avente i suoi quattro lati tangenti in essi punti alla superficie. Se infatti, si immaginano i piani tangenti in quei punti alla quadrica, ed i fasci di raggi giacenti nei detti piani, aventi i centri nei punti dati, e tali che il primo di essi sia prospettivo al secondo, il secondo al terzo ed il terzo al quarto, il primo e l'ultimo di questi fasci sono tagliati dalla retta intersezione dei loro piani secondo due punteggiate omografiche fra di loro, un punto unito delle quali è il vertice del cono. Queste punteggiate hanno dunque ancora un altro punto unito reale, che determina un quadrilatero soddisfacente alle condizioni volute.

Manifestamente la proposizione è pur vera nel caso in cui la quadrica S è cilindrica.

11. Sia M un punto arbitrario della conica φ. Poichè i quattro punti A, A′, A″, ed M non sono in uno stesso piano, ed esiste un quadrilatero, i cui lati toccano S nei detti punti, i piani AMA′, AMA″ sono (n° 6) reciproci fra di loro rispetto ad S. Da ciò risulta che il cono di second'ordine, che ha il vertice in A e per direttrice la φ, è il luogo delle intersezioni delle coppie di piani reciproci rispetto ad S, i due elementi di ciascuna delle quali passino l'uno per la retta AA′, l'altro per la retta AA″. Medesimamente le coniche φ' e φ'' sono le intersezioni di S coi due coni generati ciascuno da due coppie di fasci omografici di piani aventi per assi le rette A′A″, A′A pel primo di essi coni, A″A, A″A′ pel secondo, in ciascuna delle quali coppie di fasci ogni elemento dell'un fascio sia reciproco, rispetto ad S, dell'elemento corrispondente dell'altro.

Se dunque P sia un punto reale comune ai tre coni ora nominati, i piani PA′A″, PA″A, PAA′ sono due a due reciproci fra loro rispetto ad S, ossia questi piani sono tre facce

di un tetraedro coniugato della quadrica: e, detti I, I', I'' i secondi punti, nei quali S è incontrata rispettivamente dagli spigoli PA, PA', PA'' di quel tetraedro, i piani IA'A'', I'A''A, I''AA' passano pel polo E del piano AA'A'' rispetto ad S, cioè sono i piani delle coniche φ, φ', φ''.

Viceversa quando si conosca un tetraedro coniugato di S, tre spigoli del quale concorrenti in uno stesso vertice P passino rispettivamente pei punti dati A, A', A'' della quadrica, ritenuta la definizione poc'anzi data dei punti I, I', I'', i piani IA'A'', I'A''A, I''AA' sono quelli delle coniche φ, φ', φ''.

12. Cerchiamo se esistano, quanti siano, ed in qual modo si determinino punti come il P ora accennato, tali cioè che, da uno qualunque P di essi tirando le rette (fig. 3ª) PA, PA', PA'' ai tre punti dati della quadrica S, e su queste rette segnando rispettivamente i punti Q, Q', Q'' reciproci di P rispetto ad S, il tetraedro PQQ'Q'' sia coniugato della medesima S.

Continuiamo a dire α, α', α'' i piani tangenti ad S nei punti A, A', A'', e sieno h, h', h'' le intersezioni delle coppie di piani α', α''; α'', α; α, α'. Le rette h, h', h'', che hanno comune il punto E polo del piano AA'A'' rispetto ad S, passano rispettivamente pei punti Q, Q', Q''; i piani hA, h'A', h''A'' contengono, il primo di essi la retta AP, il secondo la retta A'P, il terzo la retta A''P, ed, in conseguenza, questi tre piani passano tutti per la retta PE, la quale è dunque nota, e noi chiameremo p.

I punti come P, dovendo trovarsi su questa retta p e sul cono, che ha il punto A per vertice e la conica φ per direttrice, non saranno più di due: non esistono dunque più di due tetraedri coniugati di una quadrica S, aventi tre loro spigoli concorrenti in uno stesso vertice, i quali passino per tre punti dati sulla quadrica.

I due punti P, comuni al detto cono Aφ ed alla retta p, sono le intersezioni di p colle generatrici di quel cono, che giacciono nel piano hA, ossia colle congiungenti il punto A ai punti, in cui S è tagliato dalla retta k intersezione del piano della conica φ col piano hA: epperciò i due punti P saranno reali od immaginari, secondo che la retta k seca, o non seca, la conica δ intersezione della quadrica S col piano hA.

Dicasi O il punto in cui il piano hA taglia la retta A'A'': la retta k sarà la congiungente i punti E ed O. E siccome la retta h è polare reciproca rispetto ad S della retta A'A'', il

punto O è il polo della stessa retta h rispetto alla conica δ: ossia le due rette h e k concorrenti in E sono due rette reciproche rispetto a questa conica δ. Ora le tangenti condotte da E alla δ sono reali, perchè una di esse è la retta EA; quindi delle due rette h e k una seca δ in due punti reali, l'altra in due punti immaginari.

Condizione dunque necessaria e sufficiente perchè sieno reali i due punti P, ossia perchè esistano i due tetraedri coniugati della S, dei quali parliamo, è che la retta h (intersezione di due piani tangenti alla quadrica) non sechi la S, ossia che questa quadrica non sia rigata.

13. È però sempre da ritenere che, anche nel caso in cui non esistano tetraedri coniugati di S, di cui tre spigoli non posti in una stessa faccia passino pei punti dati A, A', A'', ossia che, anche quando S è una quadrica rigata, sempre esistono le coniche ε, φ, φ', φ'', epperciò sempre si possono costrurre quadrilateri, in numero infinito, circoscritti ad S, ciascuno dei quali abbia tre suoi lati, che tocchino questa quadrica nei punti dati A, A', A'' della medesima.

Il Socio Cav. Prof. Giulio Bizzozero presenta e legge, a nome dell'Autore sig. Massimiliano Peschel, oculista in Torino, la seguente

SERIE DI ESPERIENZE

SULLA

PERCEZIONE DEI COLORI

DOPO L'ABBAGLIAMENTO DELLA RETINA.

In un lavoro anteriore (1) l'autore esaminò la rigenerazione della percezione della luce e dei colori dopo l'abbagliamento della retina per mezzo di luce bianca o colorata. Là i risultati erano ottenuti senza riguardare la durata obbiettiva dei processi. Ne segue ora l'idea di occuparsi anche di quest'ultima, non che di osservare il decorso dell'abbagliamento. Le esperienze modificate in questo modo dànno inoltre risultati molto più completi scoprendo nuove relazioni e conclusioni.

Le ricerche attuali, fatte 1880 nel laboratorio dell' egregio signor Professore Mosso, furono intraprese su vasta scala ed ebbero lo scopo di indagare le intiere curve continue dell'abbagliamento e della rigenerazione susseguente della retina per tutti i colori spettrali. Ma non si riconobbe che una parte relativamente piccola del problema come eseguibile colle intensità luminose a disposizione. Il metodo delle esperienze fu il seguente. Per l'abbagliamento della retina serviva uno spettroscopio, pel quale una chiara fiamma di gaz porgeva i suoi componenti colorati. Dallo spettro vennero tagliati quadrati di 3° d'apertura e questi dei colori seguenti: il rosso della linea del litio (*r*), il giallo del sodio (*g*), il verde

(1) *Ricerche sperimentali sull'adattamento della retina per colori*. Giornale della R. Acc. di Med. di Torino, 1880.

dell'ultima linea del bario (*vr*), il turchino dello stronzio (*bl*). Il violetto fu troppo debole per servire nelle esperienze attuali. L'intensità luminosa proveniente dalla larga fessura del tubo collimatore veniva significata di IV e si facevano le esperienze con questa e coll'intensità I, ottenuta per mezzo d'un vetro affumicato interposto. Ora la macchia gialla veniva abbagliata fissando continuamente il centro del suddetto quadrato colorato. La durata di questa fissazione era di 80 secondi. Un pendolo determinava nella stanza i secondi con colpi sensibili. Questo era il più alto grado d'abbagliamento praticatosi nelle esperienze. Venivano anche esaminati gradi inferiori, per esempio dopo 10, 20, 50 secondi, per istabilire le curve intiere dell'abbassamento della sensibilità retinica. Ma essendo l'intensità luminosa della fiamma di gaz troppo debole non si potevano ottenere risultati di esattezza sufficiente, e le intensità maggiori della luce abbagliante recano all'organo visivo troppo pericolo in queste serie sperimentali che domandano dei mesi di lavoro. Perciò si rinunciò all'esame delle *curve* d'abbagliamento e non si esaminò la sensibilità della retina che in quel sol momento, cioè dopo 80 secondi d'abbagliamento.

Un secondo apparecchio spettrale, grosso, a tre prismi, forniva con una fiamma di gaz la luce reagente, cioè i medesimi colori suddetti ed inoltre il violetto della linea del potassio (*v*). Per oggetto di fissazione serviva un piccolo cerchio di circa 2° d'apertura, il quale separava la parte relativa dello spettro. L'intensità di questa luce reagente veniva graduata in tutti i modi richiesti per due Nicol, di cui l'uno, oculare, girava con una scala esatta. Come posizione di partenza di questi Nicol fu scelta quella dell'oscurità assoluta del piccolo campo visivo, cioè l'incrociamento sotto 90°. Questo venne stabilito per maggiore esattezza sempre colla linea del sodio siccome luce più intensa. Per evitare degli sbagli per parte della scala, che sono tanto più sensibili quanto più piccole ne sono le escursioni, si lavorava con gradi per quanto possibile alti, il che si otteneva per l'indebolimento dei colori più intensi dello spettro: rosso, giallo, verde, bleu, frapponendo vetri affumicati (per ciascun colore naturalmente sempre il medesimo nelle singole esperienze).

Per il colore reagente non si scelse l'apertura e la forma della luce abbagliante, ma la forma circolare più piccola, chè nel primo caso, per causa delle immagini accidentali, il momento d'una sensazione obbiettiva appena incipiente non si può fissare con egual

sicurezza, invece il piccolo cerchio si distingue netto nell'immagine accidentale quadrata.

Lo sguardo dunque dopo aver fissato durante 80 secondi nella stanza tutto oscura il quadrato del primo apparecchio spettrale, veniva subito diretto sul cerchiolino reagente nel secondo apparecchio e si esaminava l'intensità di quest'ultimo richiesta per cagionare una minima sensazione. Di regola serviva la produzione di un'impressione luminosa in genere, non d'una specifica sensazione di colore. Il determinare quest'ultima spetterebbe ad un'ulteriore serie d'esperienze adatta anch'essa a scoprire qualche nuovo fatto sulla percezione dei colori.

Il passaggio di fissazione da un apparecchio all'altro e la necessaria durata d'osservazione nell'ultimo recano una perdita di 3 secondi all'incirca. A tutto rigore dunque i valori numerici ottenuti non indicano il grado di sensibilità della retina nell'ultimo momento d'abbagliamento, ma quello dopo una rigenerazione della retina già indotta di tre secondi di durata. Questi 3 primi secondi sono di grand'importanza rigenerandovisi il più rapidamente la sensibilità della retina.

Si tentò anche di determinare questa quantitativamente per tutta la durata di rigenerazione col medesimo metodo per tutti i colori, ma queste relative curve non si poterono costrurre coll' esattezza necessaria, essendo l' intensità della luce abbagliante troppo debole.

Nell'esecuzione delle ricerche ciascuna delle 2 fiamme di gaz si manteneva sempre in eguale intensità luminosa. Oltre ciò si badava esattamente a tenere l'occhio osservatore (e l'autore scelse il suo destro) prima d'ogni esperienza al meno per 5 minuti all'oscuro, e dopo impressioni luminose più forti anche di più, così che la precisione dei risultati non veniva scemata per una sensibile influenza d'impressioni antecedenti.

Segue adesso la tabella dei valori stabiliti per la sensibilità cromatica della retina dopo l'abbagliamento cromatico di 80 secondi di durata. La tabella paragona, secondo quanto abbiam detto, l'effetto dell'abbagliamento per l'intensità I e IV. I limiti assoluti di sensazione per la luce reagente sono indicati nella terza colonna in gradi di posizione dei Nicol e ne sono calcolate le intensità *luminose* corrispondenti nella prossima colonna.

Colore d'abbagliamento	Colore reagente	Limite assoluto del colore reagente				Proporzione dei due limiti 1 :
		Posizione dei 2 Nicol nell'abbagliamento d'intensità		Intensità luminosa nell'abbagliamento d'intensità		
		I	IV	I	IV	
R	*r*	74°	68°	0,0760	0,1404	1,85
	g	73°	68°	0,0855	0,1404	1,64
	vr	82°	80°	0,0194	0,0302	1,56
	bl	65°	58°	0,1786	0,2808	1,57
	v	54°	39°	0,3455	0,6039	1,75
G	*r*	70°	62°	0,1170	0,2204	1,88
	g	66°	54°	0,1654	0,3455	2,09
	vr	81°	78°	0,0245	0,0432	1,76
	bl	62°	53½°	0,2204	0,3538	1,61
	v	51°	30°	0,3961	0,7499	1,89
Vr	*r*	76°	74°	0,0585	0,0760	1,30
	g	74°	71°	0,0760	0,1060	1,39
	vr	83°	81½°	0,0149	0,0218	1,46
	bl	66°	61°	0,1654	0,2351	1,42
	v	58°	51°	0,2808	0,3961	1,41
Bl	*r*	79°	78°	0,0364	0,0432	1,19
	g	78°	77½°	0,0432	0,0468	1,08
	vr	83½°	83°	0,0128	0,0149	1,16
	bl	68°	65°	0.1404	0,1786	1,27
	v	64°	61°	0.1921	0,2351	1.22

Nell'ultima colonna si scorge per tutti i colori un risultato conforme, cioè che l'influenza d'abbagliamento non dipende soltanto dall'intensità luminosa, ma eziandio dalla qualità specifica del colore. Specialmente si scopre una legge costante di quest'influenza della qualità cromatica, presentandosi i colori spettrali schierati in un cerchio che ritorna in se stesso, essendovisi opposti diametralmente i colori complementari. L'influenza specifica sull'abbagliamento è più pronunciata per il colore abbagliante me-

desimo, minore per i colori spettrali vicini, minima per il colore complementare - risultato che così generale, cioè senza definizioni numeriche più minute e senza determinazione di curve intiere di sensibilità, si può adattare tanto alla teorica di Helmholtz quanto a quella di Hering sulla percezione dei colori.

Le cifre dell'ultima colonna dimostrano inoltre che la differenza nell'intensità assoluta dei diversi colori spettrali del gaz abbagliante riserba pressochè tuttavia la sua influenza prevalente, la quale supera quella specifica minore proveniente dalla diversità di colore. Soltanto alcuni numeri dell'abbagliamento rosso prevalgono o raggiungono alcuni dell'abbagliamento giallo.

Non si può tacere che la determinazione dei limiti di sensazione è molto difficile, perchè il giudizio subbiettivo, norma degli sperimenti, è instabile entro certi tratti. Ma nelle singole osservazioni fa d'uopo d'un esattezza tanto più perfetta quando i risultati indicano la *proporzione* di due cifre sperimentali, aumentandosi così uno sbaglio d'osservazione. Perciò le ricerche non furono soltanto moltiplicate ma si adoperò anche un secondo metodo modificato di esame. Nel secondo apparecchio spettrale a prismi e tubi assai spaziosi furono impiegati, invece di uno, due Nicol obbiettivi, perpendicolare l'uno all'altro. Così furono creati due piccoli cerchi colorati reagenti di 2° d'apertura coll'intensità luminosa da regolarsi a piacimento. All'inferiore di questi 2 cerchi, del resto separati per un intervallo oscuro di circa 4°, si dava ogni volta quell'intensità luminosa, che rappresentava il limite di irritazione pel centro della retina. Il cerchio superiore serviva per esaminare la sensibilità della retina dopo l'abbagliamento di 80 secondi. La disposizione delle ricerche in questo caso era la seguente. L'occhio fissava un punto posto di tal grado al di sotto del quadrato abbagliante, che nella fissazione susseguente del centro fra i due cerchi del secondo apparecchio spettrale il superiore colpiva esattamente il sito abbagliato della retina. Così si usava il cerchio inferiore per paragone, perchè, ben adattata l'intensità del cerchio superiore, i due cerchi dovevano produrre nel momento della fissazione la medesima impressione, cioè quella della minima sensazione luminosa appena percettibile. In questa seconda serie non si esaminò, come si scorge, appunto la fossa centrale, ma proprio due campi della macchia gialla periferici di 3 gradi. I risultati furono del tutto conformi a quelli del primo metodo e servirono di controllo.

Dell'ultima disposizione degli apparecchi inoltre si facea uso per stabilire un'altra serie d'osservazioni. All'inferiore cerchio del secondo apparecchio spettrale si può anche fornire delle intensità poco a poco maggiori e quindi esaminare l'intensità da darsi al cerchio superiore affinchè tutti e due, dopo l'abbagliamento dell'occhio nel primo apparecchio, appariscano subbiettivamente di egual chiarezza. In questa maniera si vede, se una parte abbagliata della retina possegga, crescendo le intensità assolute di luce, la medesima sensibilità per differenze d'intensità come una parte non abbagliata e quali diversità vi siano per le varie qualità di colori. Ma per indagare questi rapporti abbisognano abbagliamenti tanto frequenti da portar pericolo all'occhio osservatore e si rinunziò, dopo alcune esperienze, all'ulteriore esame di questo problema.

Sono da aggiungersi alcune parole sulla rigenerazione della sensibilità retinica dopo eseguito l'abbagliamento. Benchè non si lavorasse colle intensità sufficienti e non si facesse serie d'esperienze bastevoli per istabilire il modo di rigenerazione per tutti i colori, pure si trovò con certezza che la durata totale di rigenerazione riesce la medesima per tutti i colori reagenti. Quando dunque sussiste ancora per un colore una diminuzione percettibile di sensibilità nella parte abbagliata, la medesima esiste pure per tutti gli altri colori, e quanto più alti sono i gradi di diminuzione, tanto più grandi le differenze specifiche per le singole qualità di colore. Le curve rigenerative adunque, che potrebbero stabilirsi da un occhio perseverante, cesseranno per tutti i colori nel medesimo momento determinabile dopo finito l'abbagliamento.

Del resto, nella funzione della retina non esiste dappertutto la distinzione rigorosa fra abbagliamento e rigenerazione. Per le esperienze si può pure adottare nel modo suddetto quella divisione, ma in realtà è fuor di dubbio, che già durante l'abbagliamento il processo rigenerativo si opera nella retina, e perciò le curve di abbagliamento, riferite al tempo, sono nei loro distretti posteriori più piane delle curve rigenerative, in cui si manifesta un decorso rapido senza reazione d'un elemento antagonistico. Con altre parole, le curve d'abbagliamento considerate in riguardo al tempo sono più lunghe delle corrispettive curve di rigenerazione. Ma questo non si riferisce che all'indagine della rigenerazione per mezzo dell'esame della sensibilità retinica. Non si esclude dunque la possibilità che durino nella retina per più tempo i processi rigene-

rativi, ma si afferma solamente che la sensibilità per impressioni obbiettive va ristabilita perfettamente in tempo più breve di quello in cui è stata abbassata, e che la medesima, aspettando, non cresce più in modo sensibile e notevole per le nostre esperienze. Al contrario, qualche volta persistono nella retina eziandio, dopo un corto abbagliamento, i processi rigenerativi lungo tempo, il che si scorge nelle immagini accidentali. Quella minore durata di rigenerazione vale del resto soltanto per le intensità deboli delle suddette ricerche, mentre che nel corto abbagliamento per alte intensità, per esempio, per la luce solare, ha luogo certo la ragione inversa. Anche su quest'argomento le ricerche fatte nel modo sopraindicato potrebbero fornire nuovi risultati, ma per le cause già più volte menzionate si ommisero. Questo ci addita le differenze anche nei risultati della nostra tabella nell'uso di diverse intensità luminose per l'abbagliamento. È fuor di dubbio che, facendosi le medesime esperienze colla luce solare come intensità IV, non abbisogneranno soltanto maggiori intensità reagenti, ma che si presenteranno eziandio modificazioni nelle reciproche proporzioni dei singoli colori, sebbene vengano egualmente approvate le leggi suddette. Da questo risulta anche, che le 4 grandi parti della nostra tabella, cioè i risultati per i 4 colori abbaglianti, non sono direttamente paragonabili fra di loro, lavorandosi bensì in ogni colore coll'intensità I e IV, ma essendo l'intensità di partenza I differente per ogni colore.

Il Socio GENOCCHI, a nome del Prof. Matteo FIORINI, presenta come omaggio un' opera dello stesso intitolata *Le proiezioni delle carte geografiche* con atlante, e riferisce le seguenti parole della lettera del FIORINI: « Spero che l'Accademia l'accoglierà benignamente e ciò tanto più in quanto che l'omaggio che le ne faccio è motivato specialmente dal desiderio di essere ricordato da persone a cui mi legano sentimenti di devozione e amicizia ».

Il medesimo Socio GENOCCHI presenta anche, per incarico del Principe B. BONCOMPAGNI, un opuscolo intitolato *Testamento inedito di Nicolò Tartaglia*, e nota essere dimostrato in questo opuscolo: 1° che Nicolò Tartaglia morì nella notte del 13 dicembre 1557, e non già nel 1559, come asserirono il LIBRI, lo HANKEL ed altri; 2° che il suo vero cognome era Fontana.

Il Socio Cav. Prof. Giulio BIZZOZERO presenta un libro del VOIT colle seguenti parole:

Il Prof. C. VOIT dell'Università di Monaco mi dà l'onorevole incarico di presentare all'Accademia la sua opera: *Physiologie des allgemeines Stoffwechsels und der Ernährung* (Fisiologia del ricambio chimico generale e della nutrizione) (1). L'Autore, già chiaro per lodatissimi lavori sull'argomento, ha riunito in questo libro e collegati scientificamente fra loro i fatti e le dottrine riferentisi alla nutrizione dell'organismo, e giacenti finora disperse nei periodici e nelle memorie speciali. A questo modo, oltre al presentarci in un assieme armonico i progressi fatti dalla scienza negli ultimi decenni, egli, dimostrando le parti che più hanno bisogno di studio, ed i metodi con cui s'è proceduto finora, indica, si può dire, la via che si dovrà percorrere per l'avvenire.

(1) C. VON VOIT, *Fisiologia del ricambio generale e della nutrizione*. Leipzig, Vogel, 1881.

Il Socio Salvadori presenta una sua Memoria intitolata *Monografia del gen.* **Casuarius**, Briss., nella quale egli ammette 10 specie, di cui tre sono state scoperte dal viaggiatore italiano Beccari. La Memoria è accompagnata da due tavole colorite, e verrà pubblicata nei volumi delle *Memorie*.

Il Socio Prof. G. Basso presenta e legge una sua Memoria che ha per titolo: *Studi sulla riflessione cristallina*. In questo lavoro l'Autore espone e svolge un suo procedimento analitico, mercè cui si può determinare l'intensità e lo stato di polarizzazione della luce riflessa alla superficie di corpi birefrangenti. Anche questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle *Memorie*.

Adunanza del 27 Novembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Prof. Andrea Naccari presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. G. Guglielmo, la seguente Nota

SULLA

EVAPORAZIONE DELL'ACQUA

E

SULL'ASSORBIMENTO DEL VAPORE ACQUEO PER EFFETTO DELLE SOLUZIONI SALINE.

Già fino dal 1828 Graham (1) aveva osservato che ponendo in un vaso chiuso due recipienti contenenti rispettivamente dell'acqua ed una soluzione salina, questa assorbe del vapor d'acqua e con tanta maggiore rapidità quanto più alta è la sua temperatura d'ebollizione, ossia quanto minore è la tensione del suo vapore a 100°. Congetturò quindi, che l'assorbimento del vapor d'acqua in una soluzione salina debbasi al fatto che la tensione del vapore della soluzione è minore di quella del vapor d'acqua diffuso nell'ambiente. .

Le tensioni del vapor d'acqua di molte soluzioni saline essendo oggi note mercè le esperienze del Wüllner (2), il Prof. Naccari m'incaricò nella scorsa estate di eseguire alcune esperienze per indagare le leggi di quel fenomeno, cercando in particolare quale influenza avesse sulla quantità d'acqua assorbita la tensione del vapor d'acqua della soluzione salina.

(1) Graham, *Edinb. Journ. of Science*, XVI, 1828, p. 326.

(2) Wüllner, *Versuche über die Spannkr. der Wasserdampfes aus wässerigen Salzlösungen*. Pogg. Ann., t. 103, p. 529; t. 110, p. 564.

Lo Stefan (1) studiò teoricamente la evaporazione considerandola come un fenomeno di diffusione del vapore nell'aria, ed eseguì anche alcune esperienze per verificare le leggi trovate col calcolo. La difficoltà delle esperienze sulla evaporazione sta nel semplificare il fenomeno ed eliminare o attenuare le cause di errore. Le esperienze che più innanzi descriverò, fondate su principio affatto diverso da quello seguíto dallo Stefan, potranno almeno in parte valere alla verificazione delle leggi medesime. Delle cause d'errore che possono togliere precisione alle esperienze, le variazioni dello stato igrometrico e della pressione atmosferica non hanno nelle mie influenza sensibile, bensì ne hanno invece le variazioni di temperatura alle quali è molto difficile sottrarsi.

Nelle prime esperienze seguii specialmente le disposizioni usate dal Graham ponendo sotto delle campane di vetro larghi vasi con acqua e vasetti con soluzioni saline di varia natura, avendo cura che le dimensioni dei vasi d'acqua come quelle dei vasetti fossero uguali. Perchè la temperatura fosse dappertutto la stessa, le campane furono poste in uno spazio riparato da correnti d'aria e da radiazioni termiche. In qualche caso, sopprimendo il vaso largo pieno d'acqua, feci che le campane, le quali allora erano semplicemente dei bicchieri capovolti, si immergessero con gli orli in un bacino d'acqua.

Feci così varie esperienze con soluzioni di diversa concentrazione di sal comune, di solfato di sodio, di cloruro di calcio, di acido solforico, di glicerina, di gomma arabica. I risultati ottenuti in tal modo, sebbene manifestassero all'ingrosso l'influenza della tensione del vapor d'acqua delle soluzioni saline, non dimostravano però fra le quantità d'acqua assorbite alcuna relazione semplice, per effetto d'una causa d'errore proveniente da ciò, che il vapore deponendosi sulla superficie della soluzione salina vi forma uno strato superiore, più diluito di quello inferiore, ove la soluzione si mantiene quasi inalterata. Ne segue che la quantità d'acqua assorbita è in proporzione tanto minore quanto maggiore è questa quantità presa assolutamente e quanto più lenta è la diffusione del sale nello strato superiore. In certi liquidi abbastanza viscosi, come p. es. le soluzioni concentrate di acido

---

(1) STEFAN, *Versuche über die Verdampfung. Sitzb. der Akad. der Wissensch.*, t. LXVIII, Wien, 1873.

solforico, di glicerina, lo strato superiore più leggero si poteva facilmente distinguere.

Benchè questa causa d'errore mi abbia impedito di trarre dalle prime esperienze delle misure precise, non credo inutile di descriverne alcune e riferirne i risultati.

Sotto una stessa campana, avente superiormente un foro chiuso da un disco di vetro spalmato con grasso, disposi tre vasetti, l'uno con acqua, il secondo con una soluzione di sal comune, il terzo con una soluzione di gomma arabica. Mediante un filo ad uncino, si poteva pel foro della campana prendere ciascun vasetto (che perciò aveva una specie di staffa di fil di rame) e pesarlo senza toglierlo dalla campana. Dopo 24 ore e $^1/_2$ l'acqua aveva perso 13 cgr., l'acqua gommata pure 13 cgr., mentre l'acqua salata aveva acquistato 17 cgr.; dopo altre 44 ore l'acqua aveva perduto altri 20 cgr., l'acqua gommata 14, l'acqua salata aveva acquistato 31 cgr.; dopo altre 48 ore l'acqua aveva perduto altri 21 cgr., l'acqua gommata 17 cgr., l'acqua salata aveva acquistato 33 cgr.; ecc. Nel primo caso andarono sulle pareti 9 cgr., nel secondo 3 cgr., nel terzo 5 cgr. L'influenza della gomma arabica nel ritardare l'evaporazione risultò manifesta; sarebbe interessante vedere se essa produce una proporzionale diminuzione nella tensione oppure se agisce solo diminuendo la superficie libera dell'acqua; non eseguii peranco le necessarie esperienze.

Posi sotto una campana due vasetti contenenti rispettivamente del petrolio e dell'acqua, e dopo 29 giorni il petrolio e l'acqua avevano perduto all'incirca lo stesso peso (25 cgr. e 26 cgr. rispettivamente), ma non vedevasi traccia d'acqua sul petrolio, nè di petrolio sull'acqua, mentre se ne scorgeva sulle pareti della campana: l'acqua aveva acquistato un forte odore di petrolio. ma la sua densità non era sensibilmente cambiata. Pare che la poca affinità del petrolio per l'acqua, come impedisce il loro mescolarsi, impedisca anche al vapor d'acqua di deporsi sul petrolio, o almeno di fermarvisi, e a quello del petrolio di deporsi sull'acqua; entrambi invece si depongono sulle pareti.

Collocai di poi sotto una campana un vasetto pieno d'acqua ed uno con acqua salata coperta da uno strato d'olio dell'altezza di circa 1,5 mm.; dopo 29 giorni l'acqua aveva perduto 1,00 gr. di peso, la soluzione aveva acquistato 0,34 gr.; dopo altri 25 giorni l'acqua aveva perduto 0,95 gr., la soluzione aveva acqui-

stato 0,25 gr., dimostrando così che il vapor d'acqua, benchè non si deponga sull'olio, o almeno non vi si fermi, può però attraversarlo. Le pareti erano state unte con grasso per evitare che presso la parete l'olio presentasse qualche soluzione di continuità attraverso la quale realmente si effettuasse l'assorbimento del vapor acqueo. Su tal proposito inoltre era già noto che l'acqua coperta da uno strato di olio evapora attraverso di esso e Vogel e Reischauer (1) esponendo all'aria libera una soluzione di indaco ridotta, o una soluzione di ossido ferroso coperte da uno strato d'olio, dimostrarono che anche l'ossigeno dell'atmosfera può attraversare lo strato d'olio ed andare così ad ossidare la soluzione sottostante.

Finalmente, in un gran vaso di vetro turato con un disco di vetro e con grasso, posi due bicchieri contenenti l'uno alcool assoluto, l'altro acqua distillata, sospesi a due tappi che chiudevano due fori del disco. Di tanto in tanto sollevando i due tappi pesavo i due bicchieri senza toglierli dal recipiente; ad intervalli più lunghi (da 4 ad 8 giorni) togliendo con una pipetta porzione dei due liquidi, ne determinavo la densità, e calcolavo la proporzione di alcool ed acqua e quindi le quantità di alcool e di acqua entrate ed uscite in ciascun bicchiere.

Queste quantità non seguivano una legge semplice, forse a causa dello strato di alcool che si depone sull'acqua ed ha una concentrazione varia a seconda dell'intervallo fra due pesate, delle scosse ricevute, delle variazioni di temperatura e per un'altra causa d'errore di cui in appresso. Apparve però evidente che, come era da aspettarsi, l'alcool perde per evaporazione assai più che non guadagni per l'assorbimento dell'acqua e il fatto inverso apparve per l'acqua. Il Graham che fece un'esperienza analoga osservò che di questi due liquidi mescibili, il più fisso, l'acqua, aveva assorbito parte del più volatile. Nella citata memoria egli dice che sarebbe importante sapere se anche l'alcool assorbe il vapor d'acqua, ed aggiunge esser egli propenso a credere che ciò non avvenga. Questa opinione era fondata sul fatto da lui osservato che un cristallo di solfato di soda non presenta efflorescenza in uno spazio chiuso in cui si ponga dell'alcool. Non ho ripetuto

---

(1) Vogel u. Reischauer, *Ueber die Durchdringung einer Oelschicht durch atm. Sauerstoff. Buchner*, *N. Rep. der Pharm.* VIII, 437.

questa esperienza e non so se tale risultato provenga forse per non essere l'alcool usato da Graham affatto privo d'acqua, ciò che allora forse era difficile ottenere, però dalle descritte esperienze appare evidentemente che, in conformità anche alle leggi della diffusione ed all'affinità dell'alcool per l'acqua, il vapore acqueo giunge fino all'alcool e vi è assorbito.

Devo inoltre notare che trovandosi per caso nell'interno del recipiente alcune goccie di mastice, queste assorbirono una quantità non piccola di alcool, ammollendosi ed apparendo circondate da un po' di liquido trasparente di colore un po' gialliccio, che probabilmente era una soluzione alcoolica di alcune parti del mastice.

Dopo qualche tempo ripresi le esperienze sull' evaporazione dell' acqua ed invaporazione delle soluzioni saline (come viene chiamato questo fenomeno dal Graham con molta giustezza), cercando di annullare sensibilmente l'anzidetta causa d'errore. Aumentai perciò la superficie libera della soluzione salina rispetto a quella dell'acqua, in modo che la quantità d'acqua deposta su una certa superficie sia così piccola che, tenuto anche conto del sale che vi giunge per diffusione, essa non alteri la concentrazione della soluzione.

Disposi a tal uopo la soluzione salina in un bicchiere, nel centro del cui fondo stava fermato con ceralacca un tubo corto e un po' largo, che serviva di sostegno ad un altro tubo chiuso in fondo, contenente l'acqua distillata. Per mezzo d'un cilindro di lamina di zinco portante secondo il prolungamento d'una generatrice una scala divisa in millimetri, misuravo la distanza del vertice del menisco, formato dall'acqua, dall'orlo del tubo, e siccome questo, benchè spianato, non sempre era esattamente normale all'asse del tubo, facevo un'altra lettura dopo fatto girare il tubo rispetto alla scala di 180°, e prendevo la media delle due letture: talvolta feci anche due altre letture secondo un diametro perpendicolare al primo ed ottenni sempre sensibilmente la stessa media. I tubetti erano stati tagliati da uno stesso tubo abbastanza regolare e ne era stata determinata la sezione pesandoli pieni d'acqua o mercurio fino a due altezze diverse, ossia presso l' orlo ed all' altezza più spesso usata nelle esperienze. Essendo

stati usati in ogni esperienza dei tubetti formati con porzioni adiacenti di tubo, le correzioni per la sezione riuscirono in generale trascurabili.

Chiuso accuratamente il bicchiere con un disco di vetro e con grasso, veniva posto in un largo vaso avente uno strato di circa quattro o cinque centimetri d'acqua, insieme con altri bicchieri simili in cui variava o la natura della soluzione o le dimensioni del tubo, ecc.

Allo scopo di diminuire la durata delle esperienze, il peso dei tubetti in principio ed in fine d'una esperienza, veniva determinato con una buona bilancia fino al decimo di milligramma. Tuttavia nonostante le cure prese nel misurare le dimensioni dei tubetti e dei bicchieri, nella preparazione delle soluzioni, ecc. non riuscii ad ottenere nei risultati una grandissima precisione.

Disposti vari bicchieri prossimamente uguali, con la stessa soluzione e con eguali tubetti pieni d'acqua fino alla stessa distanza dall'orlo, non solo le quantità d'acqua evaporate nei vari tubetti non furono uguali, ma continuando l'esperienza senza mutar nulla, ossia riportando dopo ogni pesata il tubetto nel proprio bicchiere e turando accuratamente, le quantità d'acqua evaporate in questo secondo periodo di tempo o nei successivi non furono rigorosamente proporzionali a quelle evaporate nel primo o in un altro periodo. Facendo le medie di varie esperienze successive le differenze salirono fino ad $^1/_{50}$ del valore medio: in una sola esperienza le differenze furono anche maggiori.

Usando bicchieri con pareti interne pulite o spalmate con grasso mi persuasi che esse non esercitano sul fenomeno influenza sensibile.

Fra le cause d'errore si può notare le variazioni della freccia e dell'orlo non sempre regolare del menisco concavo formato dall'acqua, sebbene i tubetti fossero stati accuratamente lavati con potassa, con acqua e poi con alcoole. Feci anche delle esperienze con tubi di maggior diametro, ma senza grande vantaggio.

È inoltre da notare che le differenze di tensione che producono il fenomeno, sono in generale di pochi millimetri di mercurio, e che anche nelle esperienze del Wüllner, nonostante le cure con cui esse furono eseguite, le differenze fra i valori osservati della diminuzione della tensione del vapore per effetto del sale sciolto nell'acqua e quelli che si dedurrebbero dalla legge di proporzionalità fra queste diminuzioni e la quantità del sale

disciolto non sono piccolissime. Ora, tenendo conto della durata delle esperienze, si riconosce essere difficile che per variazioni o di pressione o di temperatura, o per altre cause, i vari bicchieri si mantengano assolutamente nelle stesse condizioni.

Lo Stefan (1) partendo dall'equazione generale del moto d'un elemento d'uno dei gaz:

$$\rho_1 \xi_1 dx dy dz = \rho_1 X_1 dx dy dz - \frac{dp_1}{dx} dx dy dz - W_1,$$

e dalle analoghe spettanti agli altri due assi, e al secondo gaz, dove ρ_1 è la densità del primo gaz, ξ_1 la forza acceleratrice che lo sollecita, p_1 la sua pressione e W_1 la resistenza che subisce nel suo moto da parte del secondo gaz (equazioni che si semplificano supponendo che come nel caso nostro la diffusione avvenga lungo un cilindro parallelo ad uno degli assi, che sia nulla l'accelerazione del primo gaz e la velocità del secondo, e nulla la forza esterna) e supponendo la resistenza W_1 uguale al prodotto della velocità del primo gaz rispetto al secondo per la densità di questo, giunge con facilità alla seguente espressione del volume del gaz o vapore, preso a 0° e 760^{mm}, che attraversa nell'unità di tempo una sezione normale (2)

$$v_1 = \frac{ks}{h} \log \frac{p - p'}{p - p''} \qquad \ldots\ldots (A).$$

In questa relazione h è la distanza di due sezioni normali, in cui le tensioni del primo gaz sono p' e p'', p la pressione totale dei due gaz, s la sezione, e k un coefficiente costante per ogni coppia di gaz che è dato da:

$$k = \frac{p_0 T}{d_1 d_2 T_0 \sigma \sqrt{\frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}}}.$$

Qui p_0 è la pressione normale di 760^{mm}, T la temperatura assoluta, d_1, d_2 le densità a 0° e 760^{mm} dei due gaz, T_0 la

(1) Stefan, *Ueber das Gleichgew. und die Beweg. insb. die Diffusion von Gasgemengen*. Wien. Ber. der k. Akad. der Wissensch. 1871.

(2) Stefan, *Versuche über die Verdampfung*. Wien. Ber. der k. Akad. der Wissensch. 1873.

temperatura assoluta dello zero, σ l'area di un cerchio avente per raggio la semisomma dei diametri delle molecole dei due gaz, c_1 e c_2 le velocità guadagnate dalle molecole di un gaz, perdute da quelle dell'altro negli urti, e m_1 m_2 le masse delle molecole di essi gaz. Si noti che conviene ammettere, perchè la formula sia conforme alle esperienze di Loschmidt e d'altri, che sia $\sqrt{c_1 c_2}$ indipendente dalla temperatura e dalla velocità dei due gaz, ed inoltre $\sigma\sqrt{c_1 c_2}$ per differenti coppie di gaz varii poco.

Nel nostro caso p' e p'' sono le tensioni del vapore della soluzione salina e dell'acqua distillata, p la pressione atmosferica.

Noto inoltre, che siccome è

$$\log\left[(p-p'):(p-p'')\right]=\log(p-p''+p''-p')-\log(p-p'')$$

ed è $p''-p'$ piccolo rispetto a $p-p''$ che in queste esperienze è sensibilmente costante, si può sostituire al logaritmo contenuto nella (A) la quantità $\alpha(p''-p')$ dove α è un fattore costante. Quindi la quantità d'acqua evaporata risulta proporzionale direttamente alla differenza delle tensioni spettanti all'acqua ed alla soluzione salina, alla temperatura assoluta, alla sezione del tratto d'aria interposto, ed inversamente alla lunghezza di questo.

Veniamo ora alla descrizione delle esperienze.

I. *Influenza della distanza del livello dell'acqua dall'orlo dei tubi.* — Quattro tubetti del diametro interno di circa $10^{mm},6$ ($0,87\,cm^2$ di sezione) ed alti 57^{mm} vennero posti in 4 bicchieri di 65^{mm} di diametro interno ed 82 di altezza, contenenti tutti una stessa soluzione di sal comune di cui non fu determinata la concentrazione. La distanza del livello dell'acqua dall'orlo del tubo era di 35^{mm}, 25^{mm}, $17,5^{mm}$ e 15^{mm} rispettivamente; la distanza dell'orlo dei tubetti dalla soluzione salina di 54^{mm} che equivalgono a $1,5^{mm}$ del tubetto, ammettendo nel fare questa correzione che la resistenza opposta da un tratto d'aria alla diffusione sia inversamente proporzionale alla sezione e direttamente alla lunghezza, come viene dimostrato in questa e nella seguente esperienza. Però, siccome il vapore deve attraversare, oltrechè l'aria che sta nell'interno del tubo ed intorno ad esso, un tratto di quella che sta sopra la bocca del tubo, potremo prendere un valore un po' superiore, p. es. 2^{mm}, con che l'errore sarà

certamente abbastanza piccolo. - La temperatura media fu di circa 15°.

La seguente tabella contiene nelle colonne v le quantità d'acqua evaporata dai tubetti; nelle colonne p, i prodotti di queste quantità per le distanze del livello dell'acqua dall'orlo dei tubi, distanze che furono corrette nel modo sopra indicato. Poichè questi prodotti sono prossimamente uguali in ogni linea orizzontale, si può ammettere che la quantità d'acqua evaporata è proporzionale inversamente alla lunghezza, ridotta a sezione uniforme, del tratto d'aria interposto fra la soluzione salina e l'acqua, il che è conforme alla relazione (A) data dalla teoria.

DURATA	v_1	p_1	v_2	p_2	v_3	p_3	v_4	p_4
Ore 24	11,8	435	15,7	422	22,8	444	25,6	434
» 22 e $^1/_2$	10,8	398	14,8	398	20,6	401	23,8	404
» 25 e $^1/_4$	11,2	413	14,8	398	20,6	401	23,6	400

II. *Influenza della sezione del tubo ed insieme della distanza del livello dell'acqua dall'orlo.* — Tre tubi di 2,01 cm^2, 1,51 cm^2 e 0,90 di sezione, rispettivamente, furono posti i due primi in due bicchieri di 10,4 cm. di diametro e 15 di altezza, il terzo in uno di 65^{mm} di diametro e 82 di altezza, contenenti tutti una stessa soluzione concentrata di sal comune. La distanza dell'orlo del tubo dal livello dell'acqua distillata fu nel primo tubo di $49^{mm},1$ prima dell'esperienza, di 49,5 dopo la seconda pesata di $49,8^{mm}$ dopo la terza; nel secondo tubo essa fu di $37,7^{mm}$, 38,1, e $38,8^{mm}$; nel terzo di $26,0^{mm}$, 26,3 e $26,7^{mm}$. La distanza della soluzione salina era di 7 cm., 6 cm. e 5 cm. equivalente a $2,2^{mm}$, 1,6 ed $1,9^{mm}$ dei tubi rispettivi, tenuto conto approssimativamente come nell'esperienza precedente del tratto d'aria al di sopra del tubo. La temperatura media fu di 15°. La seguente tabella contiene nelle colonne v le quantità d'acqua evaporata, nelle colonne p il prodotto di queste quantità pel quoziente della distanza dall'orlo per la sezione dell'acqua nel tubo. Anche qui questi prodotti essendo in ciascuna linea orizzontale prossimamente uguali, è dimostrato che la quantità

d'acqua evaporata è proporzionale alla sezione del tratto d'aria interposto e inversamente proporzionale alla sua lunghezza, il che pure è conforme alla relazione (A).

DURATA	v_1	p_1	v_2	p_2	v_3	p_3
Ore 43 e $^1/_2$	34,2	839	32,8	823,5	28,6	830
» 70	52,2	1290	51,4	1310	42,5	1250

III. *Influenza della tensione del vapore della soluzione salina.* — Le esperienze furono eseguite con soluzioni diversamente concentrate di sal comune e d'acido solforico. Il sale era di quello che trovasi in commercio in pacchi col nome di raffinato; esso dava una soluzione punto limpida, e perciò esso fu disciolto e la soluzione filtrata ed evaporata fino a completa siccità. L'acido solforico era di quello comune; diluito dava un precipitato di solfato di piombo; la sua densità a 15° era 1,840, per cui ritenni che contenesse il 3 % di acqua e di ciò tenni calcolo nel preparare le soluzioni.

a) Due bicchieri da coppie Bunsen, di 15 cm. di altezza e 10,4 di diametro, contenevano sul fondo una soluzione di 84 di sale in 300 di acqua; entro di essi stavano due tubi d'assaggio a piede A, il più possibilmente uguali, con l'acqua distillata, il cui livello distava di 25^{mm} dall'orlo del tubo. Questa distanza veniva misurata con una lastrina di vetro spianato su cui era fissata normalmente una punta d'ago lunga 25^{mm} che sfiorava appena la superficie dell'acqua quando la lastrina era posata sull'orlo del tubo. Altri due bicchieri B, in tutto simili ai precedenti, contenevano una soluzione di 42 di sale per 300 d'acqua. La temperatura media fu di circa 20°. La seguente tabella contiene nella prima linea la durata dell'esperienza, nella seconda le variazioni di peso dei due tubi A, nella terza quelle dei due tubi B, nella quarta la differenza fra le variazioni dei tubi B e le metà di quelle dei tubi A, ossia le differenze fra la formula e l'esperienza.

DURATA	Ore 22		Ore 25		Ore 23 e $^1/_2$		Ore 24 e $^1/_2$		Ore 24 e $^1/_2$		Ore 40 e $^1/_2$		Totale	
Variaz. (A)	22,0	22,0	25,2	25,2	23,8	23,4	23,8	23,4	23,5	23,4	39,4	39,8	158,4	156,8
Id. (B)	10,8	11,8	12,6	12,6	10,8	11,6	11,4	12,0	11,4	12,0	19,2	19,4	76,4	79,4
Id. $\frac{1}{2}$ (A)-B	0,2	-0,8	0,0	0,0	1,1	0,1	0,5	-0,3	0,5	-0,3	0,5	0,5	2,8	1,0

Queste esperienze, essendo delle prime in ordine di data, furono eseguite per vedere il grado di concordanza delle due esperienze parallele. Da esso risulta dimostrato entro i limiti di approssimazione dell'esperienza, che la quantità di acqua evaporata è, almeno in questo caso, proporzionale alla concentrazione nella soluzione salina, e poichè dalle esperienze citate del Wüllner sappiamo che la differenza di tensione del vapore dell'acqua e della soluzione salina è proporzionale alla concentrazione, ne viene che la quantità d'acqua evaporata è anch'essa proporzionale a questa differenza di tensione, conformemente alla formula di Stefan.

b. Quattro bicchieri del diametro di 65^{mm} e dell' altezza di 82^{mm} contenevano rispettivamente una soluzione di 6, 12, 18 e 24 parti di sal comune per 75 d'acqua. La sezione dei tubetti era di 87 mm^2, la distanza dell'acqua dall' orlo di 25 mm. al principio dell' esperienza; dopo ogni pesata osservai nuovamente tale distanza e tenni calcolo della variazione. La distanza della soluzione salina dall' orlo del tubo era di 54 mm. equivalente a 2 mm. del tubo: la temperatura media di circa 15.

Sostituendo nelle formole di Stefan a v_1 e

$$\log. \{ (p-p') : (p-p'') \}$$

il peso dell'acqua evaporata q_1 e la differenza di tensione fra l'acqua e la soluzione salina $p''-p'$ che sono loro proporzionali, ho calcolato i numeri che trovansi nella colonna k' e che differiscono dal vero coefficiente di diffusione k per il fattore costante

$$\frac{\log \frac{p-p'}{p-p''}}{\frac{p-p'}{p''-p'}} \frac{q_1}{v_1},$$

dove $\frac{q_1}{v_1}$ è uguale alla densità del vapore a 0° e 760^{mm}.

Questo coefficiente k' esprime il peso dell'acqua evaporata nel caso che il tratto d'aria fra l'acqua e la soluzione salina abbia 1^{mm} di lunghezza, 1 mm^2 di sezione, o la differenza di tensione sia di 1^{mm} di mercurio e la temperatura quella della esperienza.

DURATA	q_1	k_1'	q_2	k_2'	q_3	k_3'	q_4	k_4'
Dopo 24 ore	4,6	0,0648	8,4	0,0591	13,9	0,0648	17,3	0,0605
» altre 42 ½ »	7,4	600	15,1	612	23,2	627	31,0	628
» altre 71 ½ »	12,4	602	24,4	592	37,8	597	51,4	624

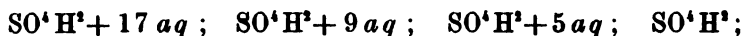
Vedesi che i valori di k' sono prossimamente uguali (sempre nei limiti di approssimazione dell'esperienza), quindi anche in questo caso si verifica la formula di Stefan.

c. Ripetizione dell'esperienza con uguali soluzioni saline e con bicchieri e tubi prossimamente uguali.

DURATA	q_1	k_1'	q_2	k_2'	q_3	k_3'	q_4	k_4'
Dopo 24 ore	4,4	0,0646	8,3	0,0610	12,3	0,0602	16,3	0,0599
» altre 66 »	11,9	614	22,8	588	35,3	608	48,3	623
» altre 70,8 »	12,1	589	24,2	589	35,7	579	50,5	613

Anche in questo caso i valori di k sono prossimamente uguali.

d. Quattro bicchieri da coppie Bunsen di 10^{mm}, 4 di diametro e 15 di altezza contenevano rispettivamente le seguenti soluzioni di acido solforico:

$$SO^4H^2 + 17\,aq\ ;\quad SO^4H^2 + 9\,aq\ ;\quad SO^4H^2 + 5\,aq\ ;\quad SO^4H^2;$$

preparate calcolando i volumi dei componenti da mescolare, e

le cui tensioni sono date dalle esperienze di Regnault (1). La distanza dell'orlo del tubo dal livello dell'acqua distillata era di 25^{mm}, quella dalla soluzione acida di 54^{mm} equivalente ad 1^{mm} di tubo. La temperatura media era di 18°,2.

DURATA	q_1	k_1'	q_2	k_2'	q_3	k_3'	q_4	k_4'
Dopo 24 ore	17,8	—	34,2	0,0728	60,4	0,0725	98,2	0,0785
» 21, 5 »	13,6	0,0734	29,7	707	53,5	707	—	—
» 8 »	4,7	681	10,4	665	18,8	675	—	—

6. Tre bicchieri di 65^{mm} di diametro e 82 di altezza contengono le soluzioni $SO^4H^2 + 9\,aq$; $SO^4H^2 + 7\,aq$; $SO^4H^2 + 5\,aq$; preparate accuratamente pesando i componenti. La distanza dell'orlo del tubo dal livello dell'acqua era di 25^{mm},0 25^{mm},0 e 24,9 al principio dell'esperienza; di 25,7 25,8 26,4 dopo la seconda pesata e di 26,8 27,2 28,1 dopo la 3^a, quella dalla soluzione salina di 54^{mm} equivalente a 2^{mm} del tubo. La temperatura media era di 15°.

DURATA	q_1	k_1	q_2	k_2	q_3	k_3
Dopo 40,5 ore	52,1	0,0812	69,7	0,0794	93,2	0,0820
» altre 70,2 »	87,4	814	112,6	773	151,7	825

Anche in queste due esperienze i valori di k sono prossimamente uguali, quindi la proporzionalità della quantità di acqua evaporata colla differenza di tensione del vapore dell'acqua e della soluzione salina, rimane dimostrato per valori abbastanza diversi di questa differenza di tensione.

Si osserverà bensì che il valore del coefficiente di diffusione trovato colle soluzioni di sal comune è abbastanza diverso

(1) Regnault, *Études sur l'hygrométrie.* Ann. de ch. et de ph., 3^e série t. XV, p. 179.

da quello ottenuto con quelle di acido solforico, ma conviene considerare che esso non fu calcolato che per dimostrare la relazione esistente fra le varie quantità d'acqua evaporate e per dare un'idea, sebbene grossolana, della sua grandezza, giacchè non essendo lo scopo del presente lavoro la determinazione di esso, cercai di mantenere i vari tubi in condizioni di temperatura possibilmente uguali nel corso di ciascuna esperienza, ma non mi preoccupai, nè era facile nelle condizioni in cui furono eseguite le mie esperienze, di determinare con esattezza la temperatura. Sarebbe però interessante il fare tale determinazione prendendo tutte le precauzioni necessarie per avere un valore esatto, ed essa sarà probabilmente oggetto di un appendice al presente lavoro.

IV. *Influenza del gaz in cui avviene l'evaporazione. Evaporazione nell'idrogeno.* Colla disposizione usata nelle esperienze descritte non era facile introdurre e mantenere un gaz come lo idrogeno. Perciò introdussi nel bicchiere, di conveniente larghezza, una bottiglia senza fondo che s'immergeva nella soluzione e lasciava tra le sue pareti e quelle del bicchiere un sottile strato cilindrico. Il collo della bottiglia era chiuso da un buon tappo di gomma attraversato da un tubo affilato per cui giungeva il gaz e che penetrava nel tubetto fino a poca distanza dall'acqua, per evitare che a causa della densità maggiore rimanesse sull'acqua, nell'interno del tubo uno strato d'aria. Per evitare poi che il gaz giungendo così sull'acqua le togliesse o cedesse del vapore, l'acqua del gazometro era leggermente salata (tantochè avendo provato a diluirla maggiormente si formò sulle pareti del tubetto a causa della temperatura un po' superiore dell'idrogeno preparato da poco un velo di rugiada), ed inoltre un tubo pieno di cotone tratteneva le particelle d'acqua che per avventura venissero trascinate meccanicamente.

Per evitare che i sussulti prodotti dalle bolle del gaz uscenti dalla campanella facessero andare qualche spruzzo nell'acqua, usai un tubo ad uncino col ramo corto aperto che penetrava entro la bottiglia, rimanendo però la sua estremità sotto il livello della soluzione, mentre il ramo lungo e affilato, e chiuso all'estremità passava fra le pareti della bottiglia e del bicchiere. Facendo giungere il gaz, questo spingeva la soluzione fin sotto l'estremità del ramo corto del tubo ad uncino. Allora rompendo

la punta del ramo lungo e regolando la corrente di gaz, si faceva in modo che la soluzione giungesse alla estremità del ramo corto senza mai coprirlo, ciò che lo avrebbe reso inutile. Fatti così passare da due litri a due litri e mezzo di gaz, si serrava con una pinzetta un tubo di congiunzione di gomma che inoltre veniva staccato dal gazometro e chiuso con un tubo pieno. Tutte le congiunzioni erano spalmate di grasso; i bicchieri erano turati da coperchi di cartone per escludere affatto l'alterazione della soluzione.

a. Furono disposti tre bicchieri con una soluzione concentrata di acido solforico; la distanza dell'orlo del tubo dal livello dell'acqua era in uno di 26,1, in un altro di 25,8, nel terzo in cui non si faceva giungere alcun gaz di 7,7 mm. per evitare che l'essere nel vaso dell' idrogeno la quantità d'acqua assorbita maggiore potesse alterare sensibilmente alla superficie la concentrazione della soluzione.

La correzione per la resistenza del gaz al di fuori del tubetto determinata sperimentalmente, come si vedrà in appresso, era di 4^{mm} del tubetto.

In circa 6 ore si evaporarono nel primo tubetto 44,9 mgr. d' acqua, nel secondo 44,3 e nel terzo 31,0 mgr., ossia 44,9. 30,1 = 1351,49 mgr.; 44,3. 29,8 = 1320,14 e 31,0. 11,7 = 362,7, facendo la riduzione ad una stessa lunghezza di tubo uguale ad 1^{mm}. Si ha così per il rapporto delle quantità d'acqua evaporate nell' idrogeno e nell'aria 3,7 pel primo tubo e 3,64 pel secondo. In questa esperienza non fu segnato esattamente il tempo in cui ebbe principio ciascuna esperienza (ossia quello in cui cessò la corrente di gaz), e perciò la correzione per ridurre allo stesso tempo la quantità d'acqua evaporata fu fatto approssimativamente: però trattandosi di una correzione non credo che il risultato ne sia stato influenzato.

b. L'esperienza fu disposta come la precedente; la soluzione di acido solforico era composta di 150^{cc} di acqua per 25 cc. di acido, la cui densità era 1,840. La distanza dell'orlo del tubetto A dall'acqua era di 6^{mm},6 (media della distanza in principio ed in fine della esperienza), quella del tubetto B di 35,4, quella del tubetto C di 6^{mm},5. Il primo rimase nel vaso di

assorbimento nell'aria 57', nell'idrogeno 4^{ore} e 45', il secondo 25' nell'aria e 4^{ore} e 50' nell'idrogeno, il terzo 5^{ore} e 4' nell'aria. Le quantità d'aria evaporate ridotte alla stessa durata di 1' ed alla distanza di 1^{mm} fra l'acqua e la soluzione furono di 3,19 mgr., 3,18 e 0,866 ed il rapporto fra la quantità d'acqua evaporata nell'idrogeno e nell'aria risulta $=3,68$ e 3,69.

c. L'esperienza fu disposta come le precedenti. Nei bicchieri fu posta un'altra porzione della stessa soluzione; la distanza media dell'acqua dall'orlo fu nel tubo A di $6^{mm},6$ nel tubo B 7,7 mm. e nel tubo C 33,3 mm. La correzione pel resto del gaz al di fuori del tubo fu ritenuto ancora $=4^{mm}$ di tubo. Il tubo A rimase 14^{ore} e 23' nel bicchiere d'assorbimento pieno di aria; il tubo B 25' nel bicchiere pieno d'aria e 14^{ore} nello stesso pieno d'idrogeno; il tubo C 45' nell'aria e 13^{ore} e 50' nell'idrogeno. La durata del passaggio della corrente di idrogeno in questa esperienza come nelle precedenti fu di circa 15' ed ho supposto che in questo intervallo, giungendo il gaz quasi saturo di vapore, l'evaporazione dell'acqua fosse trascurabile. Per scorgere se la quantità di idrogeno fatto passare era sufficiente per scacciare dal bicchiere tutta l'aria, ho fatto passare prima di interrompere la corrente e chiudere il tubo d'accesso del gaz, pel bicchiere B solo 2 litri di gaz e pel bicchiere C tre litri.

Le quantità d'acqua evaporate ridotte alla durata di 1' ed alla distanza di 1^{mm} di tubo fra l'acqua e la soluzione furono di 7,87 mgr. pel tubo A, 30,7 pel tubo B e 31,15 pel tubo C ed il rapporto fra le quantità d'acqua evaporate nell'idrogeno e nell'aria risulta di 3,53 e 3,58.

La poca differenza fra questi due valori esclude il sospetto che il volume di idrogeno fatto passare fosse insufficiente; però l'essere questi due valori minori degli altri quattro trovati precedentemente, fa sospettare che, o nella preparazione del gaz, o nel tempo che esso rimase nel gazometro, o dall'acqua del tubo, un poco d'aria si sia mescolata coll'idrogeno.

La media dei valori trovati pel suddetto rapporto, escludendo gli ultimi due, è di 3,68. Stefan immergendo nell'etere una campanella piena d'aria o di idrogeno ed osservando il tempo occorrente per lo sviluppo di un ugual numero di bolle (a causa dell'aumento di volume del gaz per l'aggiunta del

vapore d'etere) trovò 4 pel suddetto rapporto; ponendo invece il tubo coll'etere entro un altro tubo, in cui passava una corrente di idrogeno, ed osservando l'abbassamento del livello dell'etere, trovò 3,7.

Dalla formula che dà la quantità d'acqua evaporata ammettendo $\sigma \sqrt{c_1 c_2}$ costante, e osservando che nel caso presente varia solamente la natura del gaz in cui avviene l'evaporazione e la diffusione del vapore, e che le masse delle molecole sono proporzionali ai pesi molecolari e quindi alle densità dei gaz, si ha:

$$v_1 = \frac{A}{\sqrt{d_2}},$$

dove A è un coefficiente costante, d_2 la densità del gaz in cui avviene l'evaporazione, e si ha quindi che la quantità d'acqua evaporata è inversamente proporzionale alla radice delle densità; quindi il rapporto fra le quantità evaporate nell'idrogeno e quelle evaporate nell'aria sarà uguale al rapporto inverso delle radici delle densità, che è 3,8. Come vedesi l'accordo colla esperienza è abbastanza soddisfacente.

d. Come si disse, in queste ultime esperienze la distanza dell'acqua dall'orlo del tubo essendo piccola, l'errore dovuto alla resistenza opposta dall'aria esterna al tubo, ed al non essere il livello dell'acqua piano, ha un'influenza notevole, e quindi, non bastando più un calcolo approssimato, credetti opportuno di determinarlo sperimentalmente. Perciò posi tre bicchieri contenenti uguali soluzioni saline, in tre tubetti, in cui variava solo la distanza del livello dell'acqua dall'orlo del tubo, e basandomi sulla proporzionalità inversa già dimostrata delle quantità d'acqua evaporate colla distanza dall'orlo del tubo, calcolai la quantità da aggiungere a tale distanza perchè si verifichi questa relazione. Per effetto del menisco che secondo la distanza dall'orlo varia più o meno, la correzione riuscì variabile con dette distanze e per quelle usate nelle esperienze sull'idrogeno, trovai come media di due esperienze abbastanza concordanti: 4^{mm}.

Evaporazione nell' acido carbonico. Le esperienze sulla evaporazione nell'acido carbonico riescono assai più facili di quelle per l'evaporazione nell'idrogeno. Usai gli stessi bicchieri e bot-

tiglie senza fondo, ma il gaz giungeva semplicemente per mezzo d'un tubo ricurvo che penetrava dentro la bottiglia, colla sua estremità al di sopra del livello della soluzione per evitare la formazione di bolle e di spruzzi, ed usciva a traverso un foro del tappo di gomma che chiudeva il collo. — A causa della sua densità maggiore di quella dell'aria il gaz penetrava anche nel tubetto, e dopo un certo tempo (circa 7′) arrestavo la corrente di gaz e chiudevo il tappo di gomma e il tubo d'accesso. — Per evitare un'evaporazione irregolare durante il passaggio del gaz, questo passava per una bottiglia di lavamento piena d'acqua leggermente acidulata, ove deponeva le impurità ed usciva quasi saturo di vapor d'acqua. Inoltre un tubo di vetro ripieno di cotone arrestava al solito l'acqua trascinata meccanicamente.

e. La soluzione acida era quella stessa usata nelle due ultime esperienze sull'evaporazione nell'idrogeno: solo essendo rimasto in boccia non chiusa, poteva aver assorbito un po' di umidità. La distanza media dell'acqua dall'orlo del tubo A era di $13^{mm},7$; da quello del tubo B di $12^{mm},4$; da quello del tubo C di $12^{mm},4$.

Il tubo A rimase nel vaso d'evaporazione 21^{ore} e 20′ nell'aria, il tubo B 18′ nell'aria e 21^{ore} nel gaz carbonico, il tubo C 15′ nell'aria e 21^{ore} e 5′ nel gaz, e si può ammettere senza notevole errore che tutti tre siano rimasti per 21^{ore} e 20′, il primo nell'aria, gli altri due sempre nell'acido carbonico; del resto sarebbe facile calcolare questo errore.

Le quantità d'acqua evaporate furono nel primo tubo di 58,7 mgr., nel secondo di 36,4, nel terzo di 38,2 ossia riducendo alla distanza di 1^{mm} fra l'acqua e la soluzione: 980,29 mgr., 560,56 e 588,28 rispettivamente. Quindi abbiamo pel rapporto fra le quantità d'acqua evaporate nell'acido carbonico e nell'aria: 0,57 e 0,60 ossia in media 0,585. Invece il rapporto inverso delle radici delle densità dei due gaz sarebbe 0,8, per cui l'accordo non è più molto soddisfacente. Ho ripetuto parecchie volte l'esperienza variando la distanza dell'acqua dall'orlo dei tubetti, lavando il gaz in una soluzione acida, identica a quella dei bicchieri, per evitare il sospetto che il gaz troppo umido cedesse anzichè togliere vapore all'acqua che per caso avesse una temperatura un po' inferiore; però ottenni

sempre lo stesso valore medio. Si può notare, che l'essere il valore sperimentale più piccolo del teorico, non si potrebbe attribuire a mescolanze dell' aria col gaz carbonico, perchè ciò avrebbe aumentato il valore sperimentale.

Chiuderò col ringraziare l'egregio Professore A. NACCARI che mi agevolò in ogni modo l'esecuzione del presente lavoro.

Dal Laboratorio di Fisica dell'Università di Torino,
27 Novembre 1881.

Il Socio Cav. Prof. E. D'Ovidio presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dottore Giuseppe Peano, Assistente presso la R. Università di Torino, un lavoro che ha per titolo:

UN TEOREMA

SULLE

FORME MULTIPLE.

Dirò *forma multipla* una funzione omogenea rispetto a più serie di variabili in numero qualunque. *Formazione invariantiva* di più forme multiple una funzione F intera, omogenea, dei coefficienti di queste forme, e delle variabili, tale che se si fanno in tutte le variabili sostituzioni lineari indipendenti, ovvero non, fra loro, la funzione analoga alla F, calcolata sulle forme trasformate sia eguale alla trasformata di F moltiplicata per una funzione dei parametri delle sostituzioni. Caso particolare delle forme multiple sono le forme binarie doppie, che, poste eguali a zero, rappresentano corrispondenze fra gli elementi di due forme di prima specie. Finora poco è fatto intorno alle formazioni invariantive sia delle corrispondenze, supposte le variabili assoggettate a sostituzioni indipendenti, che delle forme multiple più generali; anzi fu messa in dubbio l'esistenza, per le corrispondenze, di un sistema finito di formazioni invariantive, in funzione razionale intera delle quali si possa esprimere ogni forma invariantiva (*). Io mi propongo di dimostrare l'esistenza di questo sistema per le forme binarie doppie (corrispondenze), e per alcune altre forme multiple comprese nell'enunciato del seguente

(*) A. Capelli, *Sulla corrispondenza* (2, 2). Giornale di Matematiche, 1879, pag. 70.

TEOREMA:

« Suppongasi esistere nelle forme multiple date

$$f, \quad g, \; \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots (1)$$

una serie di variabili binarie x_1 e x_2 assoggettate a sostituzioni indipendenti da quelle a cui si assoggettano le altre variabili; si ordinino le forme date rispetto alle x:

$$f = f_0 x_1^m + m\, f_1\, x_1^{m-1} f_2 + \ldots\ldots$$
$$g = g_0\, x_1^n + n\, g_1\, x_1^{n-1}\, x_2 + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

dove le

$$f_0, \quad f_1, \; \ldots\ldots \quad g_0, \quad g_1, \; \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots (2)$$

sono forme non contenenti le x, ma che possono contenere le altre variabili. Se le forme (2) ammettono un sistema finito di forme invariantive fondamentali, esiste pure tale sistema per le forme date ».

Dividerò la dimostrazione in tre parti:

a] - Sia F una forma invariantiva del sistema dato (1); la si ordini rispetto alla x, e sia:

$$F = F_0 x_1^p + p F_1 x_1^{p-1} x_2 + \ldots\ldots;$$

le forme F_0, F_1, ... sono formazioni invariantive del sistema (2). Infatti, mantenendo fisse le x, si facciano nelle altre variabili trasformazioni qualunque, e si rappresentino colle stesse lettere accentate le trasformate delle funzioni precedenti; sarà:

$$f' = f_0' x_1^m + m f_1' x_1^{m-1} x_2 + \ldots\ldots$$
$$g' = g_0' x_1^n + n g_1' x_1^{n-1} x_2 + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$F' = F_0' x_1^p + p F_1' x_1^{p-1} x_2 + \ldots\ldots;$$

e si calcoli sulle trasformate la forma analoga di F, e sia:

$$F'' = F_0'' x_1^p + p F_1'' x_1^{p-1} x_2 + \ldots\ldots ;$$

essendo F una forma invariantiva, sarà identicamente $F'' = kF'$, dove k è funzione dei parametri delle sostituzioni eseguite, ed eguagliando in questa identità i successivi coefficienti di x_2, si avrà:

$$F_0'' = k F_0' \ , \qquad F_1'' = k F_1' \ldots\ldots ,$$

il che prova appunto che F_0, F_1, ... sono formazioni invariantive del sistema (2).

Si suppose nell'enunciato del teorema che il sistema (2) ammetta un numero finito di forme fondamentali, e siano esse

$$P_1 , \quad P_2 , \ldots\ldots ; \qquad \ldots\ldots (3)$$

le F_0, F_1, ... sono funzioni razionali intere delle (3), ossia « ogni formazione invariantiva del sistema (1) è funzione razionale intera delle x e di un numero finito di funzioni (3) non contenenti le x ».

b] - Si può trovare un sistema finito di forme invariantive del sistema (1), tale che in funzione razionale intera (lineare) dei coefficienti nelle x di esse si possano esprimere le P. Infatti pongasi $\Delta\omega = \frac{1}{q}\left(\frac{\partial\omega}{\partial x_1} y_1 + \frac{\partial\omega}{\partial x_2} y_2\right)$, dove ω è una funzione di grado q in x, e le y sono variabili cogredienti colle x; pongasi inoltre $\Delta^2\omega = \Delta(\Delta\omega)$, ecc. Si calcoli la funzione analoga alla P sul seguente sistema:

$$\left.\begin{matrix} f , & \Delta f , & \Delta^2 f , & \ldots\ldots & \Delta^m f \\ g , & \Delta g , & \Delta^2 g , & \ldots\ldots & \Delta^n g \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{matrix}\right\} \ldots (2'),$$

si otterrà una forma invariantiva Q, contenente x, y, e le variabili che comparivano in P, e la si potrà ordinare secondo le potenze del determinante (xy) (Clebsch, *Binären Formen*, § 7), e si avrà:

$$Q = \Delta^q \varphi + (xy)\Delta^{q-1}\psi + (xy)^2 \Delta^{q-2}\chi + \ldots ,$$

dove q è il grado a cui Q contiene y, e le φ., ψ, ... forme invariantive contenenti x e non y:

$$\varphi=\varphi_0 x_1^\mu+\mu\varphi_1 x_1^{\mu-1}x_2+\ldots;\quad \psi=\psi_0 x_1^\nu+\nu\psi_1 x_1^{\nu-1}x_2+\ldots;\ \ldots.$$

Pongasi ora nell'eguaglianza precedente

$$x_1=y_2=1\,,\quad x_2=y=0\,;$$

Q si riduce a P, (xy) ad 1, e le forme polari $\Delta^q\varphi$, $\Delta^{q-1}\psi$, ... ai coefficienti φ_q, ψ_{q-1}, ... delle forme φ, ψ, ... e si à così P espresso linearmente in funzione dei coefficienti delle forme φ, ψ, ...

Siccome per ipotesi le P sono in numero finito, e da ciascheduna di esse si deduce un numero finito di forme invariantive, così il sistema delle forme

$$\varphi\,,\quad \psi\,,\quad \chi\,,\ \ldots\ldots \qquad\qquad \ldots\ldots(4)$$

è finito.

c] - Una forma invariantiva F delle forme multiple date è funzione intera delle x_1, x_2 e delle P; e sostituendo alle P le loro funzioni dei coefficienti delle forme (4), F diventa funzione intera delle variabili x, e dei coefficienti nelle x delle forme

$$\varphi\,,\quad \psi\,,\ \ldots\ldots$$

Dico che, considerate F, φ, ψ, ... come binarie semplici funzioni delle x_1, x_2, incorporando le altre variabili nei coefficienti, la prima è funzione invariantiva delle ultime. Infatti, mantenendo fisse tutte le altre variabili, si faccia nelle x la seguente trasformazione:

$$x_1=y_1X_1+z_1X_2\ ,\qquad x_2=y_2X_1+z_2X_2\ ,$$

dove X_1, X_2 sono le nuove variabili y_1, y_2, z_1, z_2 i coefficienti della trasformazione di modulo (yz); indicando con un accento la trasformata d'una forma, e posto, per comodità di scrittura: $\varphi=\varphi_x^\mu$, $\psi=\psi_x^\nu$, ... $F=F_x^p$, si avrà:

$$\left.\begin{aligned}\varphi'=\varphi(y_1X_1+z_1X_2,\ y_2X_1+z_2X_2)&=\varphi_y{}^{\mu}X_1{}^{\mu}+\mu\varphi_y{}^{\mu}\varphi_z X_1{}^{\mu-1}X_2+\ldots\\ \psi'&=\psi_y{}^{\nu}X_1+\nu\psi_y{}^{\nu-1}\psi_z X_1{}^{\nu-1}X_2+\ldots\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ F'&=F_y{}^{p}X_1{}^{p}+p\,F_y{}^{p-1}F_z X_1{}^{p-1}X_2+\ldots\end{aligned}\right\}(a).$$

Siano poi φ'', ψ'', ... F'' le forme analoghe a φ, ψ, ... F calcolate sulle forme trasformate; se l'espressione di F in funzione dei coefficienti delle (4) è:

$$F=F_0(\varphi_0,\varphi_1,\ldots,\psi_0,\psi_1,\ldots)x_1{}^{p}+pF_1(\varphi_0,\varphi_1,\ldots,\psi_0,\psi_1,\ldots)x_1{}^{p-1}x_2+\ldots,$$

si avrà:

$$F''=F_0(\varphi_0'',\varphi_1'',\ldots,\psi_0'',\psi_1''\ldots)X_1{}^{p}+\ldots\qquad\ldots(b),$$

ma, essendo φ, ψ, ... F forme invariantive, si avrà:

$$\varphi''=(yz)^{\alpha}\varphi',\quad \psi''=(yz)^{\beta}\psi',\quad \ldots\ldots\quad F''=(yz)^{k}F'.$$

Sostituiamo in queste a φ', ψ', ... F' i loro valori (a); in seguito questi valori di F'', φ_0'', φ_1'', ... ψ_0'', ψ_1''... nell'espressione (b), ed eguagliamo i coefficienti di $X_1{}^{p}$ in ambo i membri:

$$(yz)^{k}F_y{}^{p}$$

$$=F_0\left[(yz)^{\alpha}\varphi_y{}^{\mu},\ (yz)^{\alpha}\varphi_y{}^{\mu-1}\varphi_z,\ \ldots,\ (yz)^{\beta}\psi_y{}^{\nu},\ (yz)^{\beta}\psi_y{}^{\nu-1}\psi_z,\ \ldots\right].$$

Si ordini il membro di destra secondo le potenze del determinante (yz) che vi comparisce esplicitamente; i coefficienti saranno funzioni di $\varphi_y{}^{\mu}$, $\varphi_y{}^{\mu-1}\varphi_z$, ... $\psi_y{}^{\nu}$, ... contenenti y e z; si ordinino poi questi coefficienti secondo le potenze del determinante (yz) col metodo già citato del Clebsch; il membro di destra risulterà ordinato secondo le potenze del determinante (yz) ed i coefficienti saranno forme polari di funzioni invariantive delle φ, ψ, ... Ma questa stessa quantità è già sviluppata a sinistra secondo le potenze del determinante (yz), perchè vale $(yz)^{k}F_y{}^{p}$, e non potendosi questo sviluppo fare che in un sol modo (CLEBSCH, *Binären Formen*, § 7, Teorema 2°), si conchiude che nel membro di destra si devono annullare i coefficienti

di tutte le potenze di (yz) diverse dalla k^{ma}, e che F_y^p è eguale al coefficiente di $(yz)^k$; quindi F è una formazione invariantiva delle forme binarie φ, ψ, ... c. v. d.

Ora le forme binarie φ, ψ, ... in numero finito, ammettono un numero finito di forme invariantive fondamentali (teorema di Gordan), e siano esse

$$\Phi_1, \quad \Phi_2, \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots (5)$$

in funzione intera delle quali si potrà esprimere F; onde « ogni formazione invariantiva del sistema (1) è funzione intera razionale di un sistema finito di forme invariantive ».

Così dimostrato il teorema, passo ad esaminare i più importanti sistemi di forme multiple contenuti nell'enunciato del medesimo.

Un sistema di forme binarie doppie, o corrispondenze, ammette per forme (2) forme binarie semplici, che soddisfanno alle condizioni del teorema; dunque:

« È finito il sistema di forme invariantive di quante si vogliano forme binarie doppie o corrispondenze ».

Abbiasi un sistema di forme binarie triple; le forme (2) saranno forme binarie doppie, e per ciò che si è or ora dimostrato, esse soddisfanno alle condizioni del teorema; e così continuando si à:

Teorema. — « Ogni sistema di forme binarie multiple contenenti quante si vogliano coppie di variabili indipendenti ammette un numero finito di formazioni invariantive fondamentali ».

Anche alla forma $f = a_x^m u_a$ (o ad un sistema di tali forme) dove le x sono variabili binarie e le u ternarie o quaternarie (coordinate di rette nel piano, o di piani nello spazio) è applicabile il teorema. Si osservi che $f = 0$ individua la rappresentazione parametrica dei punti d'una curva razionale d'ordine m piana o sghemba; e le formazioni invariantive di f tutti gli enti geometrici collegati proiettivamente colla curva, o con punti della curva. Ecc., ecc.

La dimostrazione del teorema ci offre anche una regola pel calcolo delle forme invariantive; invero, date le forme (1), se ne calcolino successivamente i sistemi (2), (3), (4) e (5); nel sistema (5) sono tutte comprese le forme fondamentali cercate. Ma non tutte le forme (5) sono fondamentali, ed il numero troppo grande di forme (5) sovrabbondanti fa sì che questo non sia in generale il metodo migliore pel calcolo delle formazioni invariantive.

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA presenta alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico, di cui è Direttore, colle parole seguenti:

Presento all'Accademia, per l'annessione agli *Atti*, in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* del primo trimestre di quest'anno, coi rispettivi riassunti e diagrammi mensili, state redatte dall'Assistente Prof. Angelo CHARRIER.

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Gennaio.

La media delle pressioni barometriche osservate in questo mese è 34,93; inferiore di mm. 4,50 a quella degli ultimi quindici anni.

Le variazioni di questo elemento furono considerevoli. Il seguente quadro ne contiene i massimi ed i minimi:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
2	48,37	5	35,23
7	46,64	13	21,21
17	38,37	19	24,46
21	38,28	23	32,36
24	46,69	30	25,24

Le temperature registrate nel mese danno una media $-0°,8$ inferiore alla media degli ultimi quindici anni 1°,7 — Gli estremi termometrici furono $+7°,5$ e $-9°,6$, e si ebbero nei giorni 1 e 24. Undici furono i giorni con pioggia o con neve, e l'altezza dell'acqua raccolta nel pluviometro è di mm. 110,83.

Il seguente quadro dà la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
0	4	3	0	1	0	0	0	1	8	23	6	6	2	1	0

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Febbraio.

La pressione barometrica in questo mese ha per media 36,45, inferiore alla media di Febbraio degli ultimi quindici anni di mm. 2,09. — Le oscillazioni della pressione furono poco numerose ma di grande ampiezza.

Il quadro seguente racchiude i valori estremi:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
3	39,56	6	29,35
7	39,51	11	19,59
23	45,60		

I valori estremi della temperatura si ebbero nei giorni 3 e 9; nel primo il minimo — 3°,5, nel secondo il massimo + 11°,5. Il valor medio + 3°, 9 è inferiore di 0°, 4 al medio dello scorso quindicennio.

Quattro furono i giorni con pioggia; l'altezza dell'acqua caduta è di mm. 9.90.

Il seguente quadro indica pel mese la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
0	1	2	0	0	0	0	1	4	5	24	2	8	0	3	2

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Marzo.

Il valor medio delle pressioni barometriche osservate è 36,64, e supera il valor medio degli ultimi quindici anni di mm. 1,62.

Il quadro seguente contiene i massimi ed i minimi valori osservati nel mese.

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	28,01	3	44,44
13	30,18	18	48,02
22	27,18	24	44,36 .
25	28,44		

La media delle temperature osservate è 9°,2, inferiore di 3°,7 alla media di Marzo degli ultimi quindici anni. — Le temperature estreme sono — 0°,3 e + 23°,7; s'ebbe la prima nel giorno 3, la seconda nel giorno 10.

Si ebbe pioggia in otto giorni e si raccolse nel pluviometro mm. 29,37 d'acqua.

Nel quadro seguente è indicata la frequenza dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	10	17	2	3	3	1	1	2	5	16	4	7	3	2	2

Le *Osservazioni meteorologiche* sopra accennate vedranno la luce nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Novembre 1881.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Novembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Presidente Senatore RICOTTI legge la seguente

COMMEMORAZIONE

DI

CARLO GIRAUD.

Due ragioni, oltre il vincolo comune degli studi, rendono particolarmente cara a questa Classe la memoria di Carlo GIRAUD. In primo luogo egli èra fin dal 7 Dicembre 1843 uno de' nostri più antichi ed illustri Corrispondenti. In secondo luogo, egli era stato autore d'una affettuosa Necrologia del Conte Federigo Sclopis, il cui nome sarà sempre ricordato con lode e reverenza in questa Accademia (1). Anzi il GIRAUD vi rammentava con vive parole la tornata pubblica che essa avea celebrato nel dì 22 Maggio del 1879 per l'inaugurazione del busto dell'ottimo suo Presidente, dal quale, per cortese larghezza della Vedova, le era venuta in dono una preziosissima libreria. Dirò adunque di Carlo GIRAUD, non già quanto occorrerebbe per illustrarne appieno la vita laboriosa, ma quel poco che basti a tramandarne il nome nei nostri fasti accademici.

(1) *Note historique sur la vie et les travaux du Comte* F. SCLOPIS, lue à la Séance publique annuelle de l'Académie des Sciences morales et politiques du 21 Juin 1879. Paris, 1879.

Nacque a Pernes (dipartimento di Valchiusa) nel dì 17 del Febbraio 1802. Studiò Diritto presso la Facoltà di Aix. Quindi, mentre aiutava il padre nella professione d'Avvocato, di buon'ora si diede allo studio della parte scientifica e storica della Giurisprudenza. Nella quale, associando felicemente la cognizione delle leggi odierne alla storia dell'antica legislazione romana ancora poco coltivata, e compiendola mediante le profonde ricerche dei dotti tedeschi, segnò una strada quasi nuova a cotesti studi. Ad essi si riferiscono il suo libro sugli *Elementi del diritto romano*, riprodotto poi col titolo d'*Introduction historique à l'Étude de la législation romaine* (1835, in-8°), e l'altro intitolato *Recherches sur le droit de propriété chez les Romains* (1838, in-8°).

Già nel 1830 era stato nominato Professore di diritto amministrativo, cattedra novellamente creata, nella Facoltà d'Aix. L'ultima delle opere citate lo pose in meritata fama: sicchè nel 1842 fu invitato a Parigi, dove venne subito accolto Socio nell'Accademia delle Scienze morali e politiche, e successivamente fu fatto Ispettore generale della Facoltà di Diritto, Consigliere nel Consiglio superiore di Pubblica Istruzione, e Vicerettore dell'Accademia di Parigi. La rivoluzione del Febbraio 1848 lo indusse a rassegnare questa carica.

Nel 1851 fu due volte Ministro dell'Istruzione pubblica, ma dimise definitivamente questo portafogli quando scoppiò il colpo di Stato del due Dicembre. Entrò allora nella Commissione consultiva, o Consiglio di Stato; ma nell'Agosto seguente, disapprovando la legge sulla confisca dei beni della Casa d'Orleans, ne uscì e riprese il titolo d'Ispettore generale dell'Istruzione superiore, e fu eletto Professore di una cattedra di Diritto romano nella Facoltà di Parigi.

Indi si richiuse negli studi e nei doveri di queste due cariche a' quali aggiunse quelli di Membro del Gran Consiglio della Pubblica Istruzione.

Il suo vasto sapere, la sua solidità di mente, la sua puntualità nel lavoro il trassero nella redazione del *Journal des Savans*, della quale fu parte attivissima durante 20 anni circa, e dal 1873 in poi Segretario, impiegandovi lo zelo e la coscienza ch'egli adoperò sempre nell'adempimento de' proprii uffici. A queste doti aggiungeva amenità di conversare, bontà di modi, e lunga esperienza degli affari che il rendevano caro e riverito a' Colleghi.

Restano del GIRAUD, oltre le due opere citate superiormente, le seguenti:

Essai sur l'histoire du droit français au moyen âge, 1845, 2 vol., 8°.
Le Traité d'Utrecht, 1847, 8°.
Des libertés de l'Église Gallicane, 1847, 8°.
Précis de l'Ancien droit coutumier français, 1852, 8°.
Les tables de Saplenza et de Malaga, 1856, 2 edizioni.

Si hanno inoltre di lui parecchie edizioni con Notizie sue, massimamente quelle su Fabrot, Pasquier, Z. Pons, Dubreuil, ecc.; molti articoli e dissertazioni inseriti nel *Journal des Savans*, nella *Revue de législation*, nei *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences morales et politiques*; e infine molte notizie biografiche scritte da lui, come supplente al Segretario di essa Accademia.

In questi ultimi anni si occupava dei tempi di Luigi XIV, e gli si deve in proposito un grazioso lavoro sulla *Marescialla di Villars*.

Trovò ancora, fra le svariate sue occupazioni e gli uffici sociali della vita parigina, il tempo di pubblicare saggi di pura letteratura.

Una ricca erudizione, una fina perspicacia, a cui si aggiunse, rara dote oggidì, l'onestà delle ricerche e la lucidità dell'esposizione, renderanno prezioso nella storia letteraria della Francia il nome di lui.

Crudel morbo, che di lunga mano minacciava la sua fibra possente, senza però scemargli il vigore dello spirito, lo spense a dì 13 del Luglio ora scorso.

Il Socio Professore Ermanno FERRERO legge il seguente suo lavoro

SULLE

ISCRIZIONI CLASSIARIE

DELL'AFRICA.

Oltre all' armata alessandrina, nota per parecchie iscrizioni greche e latine (1), l'epigrafia non ci ha fatto conoscere per l'Africa romana altra speciale armata, salvo la *classis nova Libyca* (2), la cui origine, secondo l'Henzen (3), si può con qualche

(1) Vedi il mio lavoro *L'ordinamento delle armate romane*, Torino, 1878, p. 160-167. Alle iscrizioni inserite nel mio volume (n. 494-497, 543) si deve aggiungere una nuova da poco scoperta a Roma in un colombario presso la porta Maggiore e pubblicata dal ch. Lanciani nel *Bullettino della commissione archeologica comunale di Roma*, 1880, p. 24, n. 186. Essa appartiene ad un *Ti. Iulius Aug. lib. Xanthus*, il quale compiè l'ufficio balneario di *tractator* presso Tiberio (da cui fu manomesso) e presso Claudio, ed ebbe poscia il grado di sottoprefetto dell'armata alessandrina, chiamata, con denominazione sinora non incontrata nell'epigrafia, seppure non è errata nella lapide, *classis Alexandriae*. Questo titolo, certamente anteriore all'anno 86, a cui risale il più antico documento dell'armata alessandrina da me pubblicato, cioè un diploma dell'imperatore Domiziano, conferma, siccome già avvertì pure il suo editore, la mia supposizione che più antico de'tempi di questo principe fosse il naviglio militare dell' Egitto, e ch'esso rimonti agl'inizii dell' impero, e non sia che la continuazione dell'armata tolemaica.

(2) Iscrizione scoperta a Costantina e pubblicata nel 1874. *Ordin. delle arm. rom.*, p. 180, n. 520.

(3) Presso de Rossi nel *Bull. dell'Inst. di corr. arch.*, 1874, p. 115.

probabilità assegnare al tempo delle scorrerie de' Mauri sulle spiagge della Spagna ricordate da Giulio Capitolino nella vita di Marco Aurelio (1).

L'Africa però ci ha dato undici altre epigrafi classiarie, le quali si trovano ripubblicate nel volume VIII, testè uscito, del *Corpus inscriptionum Latinarum*, volume comprendente le iscrizioni africane, dovuto alle fatiche di Gustavo Wilmanns e terminato da Teodoro Mommsen dopo la morte dell'autore, crudelmente rapito alla scienza, sul fior degli anni, il 6 di marzo 1878. Di queste undici epigrafi otto erano state pure da me inserite nel mio lavoro intorno all'ordinamento delle armate romane (2). Delle tre mancanti una era già stata edita dal Renier (3), e mi sfuggì nello spoglio da me fatto con quanta diligenza mi fu possibile della sua collezione delle iscrizioni romane dell'Algeria, alla quale, salvo quello de' nomi proprii, mancano tuttora gl'indici, senza cui di grave fatica riesce l'esaminare una silloge di parecchie migliaia di epigrafi e facilissima quindi qualche svista od ommissione.

Un'altra (4) era stata edita dal Berbrugger nella *Revue africaine* (5), pubblicazione, che non ebbi agio di consultare. La terza iscrizione mancante alla mia raccolta si può tenere quale pubblicata per la prima volta dal Wilmanns siccome appartenente ad un prefetto di armata; giacchè il primo editore di essa, il Guérin (6), non riuscì a leggere che le tre prime linee e il solo principio della quarta; mentre appunto dalla quarta linea si apprende che il personaggio, a cui il titolo fu dedicato, occupò la prefettura di un'armata.

---

(1) *M. Antoninus*, 21.

(2) N. 31 (= *C. I. L.*, VIII, n. 1322); n. 500 (= 8934); n. 502 (= 9385); n. 522 (= 9327); n. 535 (= 7977); n. 543 (= 9358); n. 546 (= 9363); n. 551 (= 9392).

(3) *Inscr. rom. de l'Algérie*, n. 3932 = *C. I. L.*, VIII, n. 9386.

(4) *C. I. L.*, VIII, n 9379.

(5) T. IV, oct. 1859 - déc. 1860, p. 461; t. VIII, 1864, p. 285; e nel catalogo del museo d'Algeri, p. 65, n. 163 (Algeri, 1861).

(6) *Voyage archéologique dans la régence de Tunis*, Paris, 1862, t. II, pl. 86, n. 439 = *C. I. L.*, VIII, n. 1269.

(*C. I. L.*, VIII, n. 9386)

MAGIVS · MAXIMS
LASSICVS · VIX · AN ·
L / MENSIBVS · II · ET ·
*RO*GATA · FABRICIA ·
*PRO*CLI · F · CAESARIES
MAX / MI · 7 · VXOR
S · S
M *A X* / / *VS* ·
C O N / / / *I*

Le lettere inclinate mancano nell'epigrafe quale la vide il Wilmanns; si trovano presso il De Lhôtellerie, *Revue afric.*, I, p 303, ed il Renier, n. 3932.
Magius Maxim(*u*)*s* (*centurio*) [*c*]*lassicus vix*(*it*) *an*(*nis*) *L*..... *mensibus II et Rogata Fabricia Procli f*(*ilia*) *Caesarie*(*n*)*s*(*is*) *Max*[*i*]*mi* (*centurionis*) *uxor* [*vixit annis*.... *Hic*] *s*(*iti*) *s*(*unt*)..... [*Magius*] *Max*[*im*]*us* [*sibi et*] *con*[*iug*]*i*. Così supplisce, e giustamente, il Renier. Notisi il *centurio classicus*, che debbesi leggere nella linea 2ª, come risulta dalla 6ª, espressione che ha riscontro col *miles classicus* di un titolo metrico di Aquileia (*Armate*, pagina 62 e n. 576).

(*C. I. L.*, VIII, n. 9379)

D · M ·
INSTEIVS VICTORINVS · SCRI
BA CLASSIS · LIBVRNA · AVG
VIX · AN · XLV H S E · S · T · T · L · TREBIA ·
MVSTIA · HERES · CONIVGI · FACIVN
DVM · CVRAVIT

Conoscevansi quinqueremi e quadriremi col nome *Augusta*, ma niuna liburna con tale denominazione.

(*C. I. L.*, VIII, n. 1269)

T · FLAVIO · T · FIL
QVIR · GALLICO
PROC · AVG · PROV
AFRIC · TRACT · KART
*pra*EF · CLASSIS · F/////
K// I //////// NIN/// CII
I:IR! ////// /// I!C! //////
/ / / / / / / / / / / / / / / / /
/ / / / / / / / / / / / / / BVS
/ / / / / / / / / / HADRI*ano*
/ / / II / / / / TO DATO //
/ / / / / / / / / / / / / / / / / /
/ / / / / / / / / I / / / / / / /
DEC*rio*NES · C · R · ET
*muni*CIPES *c*HISIDVENSES

Esaminiamo ora a chi spettano e da qual luogo provengono le undici iscrizioni classiarie dell'Africa; da ciò potremo ricavare una notizia utile per la conoscenza delle stazioni navali militari nell'impero romano.

L'epigrafe n. 31 della mia raccolta fu scoperta a Tukâber, villaggio della Tunisia entro terra, nel quale esistono rovine appartenenti all'antica Thuccabor, rammentata in atti di concilii de' secoli terzo, quinto e settimo. Essa è sepolcrale, e fu posta a Caio Sulgio Ceciliano, prefetto della legione III Cirenaica.

Questo personaggio innanzi di occupare la prefettura di tale legione fu primipilo nella legione XX Valeria, e prima *praepositus reliquationi classis praetoriae Misenatium*, ossia comandante di un *deposito* dell'armata misenense, al qual grado pervenne dopo essere stato centurione nell'esercito di terra e prima navarco nell'armata accennata. Da ciò si scorge come con gli ufficii classiarii da lui occupati niuna relazione può avere la provenienza africana dell'iscrizione.

L'iscrizione tunisina n. 1269 del *Corpus*, già pubblicata in parte dal Guérin, come ho detto, è scolpita in una base infissa nel muro della moschea di Krisch el Wed, e consiste in un titolo onorario posto dai *decuriones cives Romani et municipes Chisiduenses* a Tito Flavio Gallico, che fu procuratore imperiale *provinciae Africae tractus Karthaginiensis*, dopo essere stato *praefectus classis F*...... Nell'indice del volume VIII del *Corpus* questa lettera è giustamente considerata come la iniziale della parola *Flavia*, a cui si farebbe seguire il nome dell'armata *Pannonica*, ch'ebbe appunto l'epiteto di *Flavia*. Ma siccome questo titolo fu portato altresì dall'armata del Danubio inferiore, cioè dalla *Moesica*, così conviene lasciare in dubbio quale delle due armate danubiane sia stata comandata da questo personaggio, vissuto nel secondo secolo, come si deduce dalla menzione dell'imperatore Adriano nell'epigrafe. Il nome de' *Chisiduenses* dimostra come Krisch el Wed, che sorge non lontano dal ricordato villaggio di Tukâber, corrisponda alla città di Chisiduo, il cui nome s'incontra nella tavola peutingeriana e presso l'anonimo ravennate. Anche la menzione di un'armata in questa epigrafe non ha relazione di sorta col rinvenimento di questa in Africa.

Un'iscrizione dell'antica Cesarea di Mauretania (Scerscel) (n. 522 della mia raccolta) fu dedicata agli dei Mauricii da Marco Pomponio Vitelliano prefetto dell'armata germanica, e un'epigrafe di Rusicade (presso Stora e Philippeville) (n. 535) consiste in un titolo sepolcrale dedicato da Lucio Cornelio Restituto prefetto dell'armata pannonica. A Sesto Cornelio Destro patrono della colonia di *Saldae* (Bougie), che tra diversi ufficii ebbe la prefettura dell'armata siriaca, spetta un'iscrizione onoraria trovata appunto a Bougie (n. 500). Niuna di queste tre iscrizioni può farci pensare ad una relazione tra l'Africa e le armate in esse menzionate.

Ma se noi osserviamo le rimanenti iscrizioni classiarie dell'Africa, scorgeremo com'esse furono rinvenute tutte nel medesimo luogo, e quindi abbiamo un indizio per potere ad esso assegnare una stazione navale militare. Io ho riunito nel già citato mio lavoro parecchi esempii d'iscrizioni, in cui occorre la semplice menzione di *classis* senza il nome di essa, e ne' quali per lo più si deve intendere un'armata nota e stanziata ne' luoghi, presso cui l'iscrizione fu posta (1). Ora fra la ricca suppellettile epigrafica di Cesarea di Mauretania noi possediamo quattro iscrizioni, in cui abbiamo indicati un trierarco (senz'altra aggiunta) (n. 551), uno *scriba classis liburna Augusta* (*Corp.*, n. 9379), un *classicus* (*ibid.*, n. 9386) ed un *praepositus classibus* (n. 546). Le tre prime sono epitafii di classarii, l'ultima fu posta a Tiberio Claudio Prisciano procuratore di diverse provincie da *Q. N..... iorius Severus praepositus classibus*, ossia comandante straordinario e provvisorio di armate (2).

Un altro *praepositus* è menzionato in una epigrafe scoperta pure a Cesarea (n. 543). Quest'iscrizione fu posta da un decurione veterano dell'ala seconda de' Traci a Publio Elio Marciano, di cui è indicato il *cursus honorum*, l'ultimo de' quali fu la prefettura dell'armata mesica ed il penultimo il grado di *praepositus classis Syriacae et Augustae;* quest'ultimo nome, com'è noto, si dava all'armata alessandrina (3). Nulla adunque ci vieta di pensare che le *classes* indicate nella epigrafe n. 546 siano ugualmente la siriaca e l'alessandrina, che una divisione di queste stanziasse nel porto di Cesarea, capitale della provincia della *Mauretania Caesariensis* e città assai importante, che la *classis* senza altra aggiunta occorrente nelle epigrafi dianzi citate sia o quella di Siria o quella di Egitto. Rispetto alla prima poi abbiamo ancora da rammentare l'iscrizione n. 502 della mia raccolta trovata parimente a Cesarea e contenente il titolo sepolcrale di un milite *classis Syriacae*.

Alla divisione dell'armata stanziata in Mauretania appartenevano senza dubbio i soldati di mare, che una lettera, da Vario Clemente, procuratore della Mauretania Cesariense a' tempi di Antonino Pio, diretta a Marco Valerio Etrusco, legato della le-

(1) Pag. 71.
(2) *Armate*, p. 33.
(3) *Ibid.*, p 161.

gione III Augusta, e conservata in una iscrizione scoperta nel 1866 a Lambèse *(Lambaesis)*, ricorda come lavoranti ad un cunicolo o galleria presso *Saldae*, l'odierna Bougie, insieme coi *Gaesates* (1). *Cum* | *opus ad signar(em) ut scirent* | *quis quem modum suum* | *perforationis haber(et)* | *certamen operis in*|*ter classicos mili*|*tes et Gaesates dedi* | *et sic ad compertusi*|*onem montis convene*|*runt*, scrive il procuratore nella lettera, che non istimo necessario riportare per intiero. Che i soldati di mare, non altrimenti che quelli di terra, si adoperassero in varie specie di lavori è cosa notissima, e la iscrizione menzionata non ci fornisce per questo rispetto una ignorata notizia; essa però serve altresì a comprovare la esistenza di una divisione navale sulle spiagge dell'Africa (2).

Torino, luglio 1881.

---

(1) Pubblicò per primo quest'iscrizione, assai lunga, lo Cherbonneau nel *Recueil des mémoires de la Société archéologique de Constantine*, 1868, p. 479, pl. V, donde la trasse il Mommsen, che ne diede un commentario nella *Archäologische Zeitung*, 1871, p. 5. Fu ripubblicata nel *C. I. L.*, VIII, n. 2728. Secondo il Mommsen, i *Gaesates*, abitanti della Gallia meridionale, sarebbero soldati ausiliarii; il Wilmanns li stima *homines mercede conducti*.

(2) Il Mommsen (*op. cit.*, p. 7) crede che da questa indicazione di *classici milites* si possa dedurre « dass die Provinz Mauretanien ihre eigene Flotte » gehabt hat, wovon sich bisher nur eine nicht sichere Spur in einem einen » Trierarchen nennenden Stein von Caesarea gezeigt hatte ». Ora da quanto ho detto mi sembra più probabile la mia congettura, che non un'armata speciale, ma una divisione di altre armate stanziasse in Mauretania.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Dicembre 1881.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza dell'11 Dicembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Prof. Andrea Naccari presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. Stefano Pagliani, Professore nel R. Istituto tecnico di Torino, la seguente Nota

SOPRA UNA MODIFICAZIONE
AL METODO CALORIMETRICO DI KOPP
E SUL CALORE SPECIFICO
DI ALCUNI SALI ORGANICI.

Il metodo di Kopp per la determinazione del calore specifico tanto di corpi solidi che liquidi riposa sul principio del metodo delle mescolanze. In esso una sostanza solida viene introdotta in frantumi in un tubetto di vetro insieme ad un liquido di calor specifico noto e si chiude il tubo con un tappo in cui sta infisso un filo di ferro. Il tubetto viene scaldato immergendolo nel mercurio di un vaso che si riscalda per mezzo di un bagno ad olio, riscaldato questo alla sua volta da un bagno di sabbia. Quando la temperatura si è conservata costante per un certo tempo al grado voluto, si porta rapidamente il tubetto in un calorimetro contenente una quantità conveniente di acqua e vi si immerge sempre fino ad una data altezza, che deve essere la stessa in tutte le determinazioni, generalmente fino all'altezza della superficie inferiore del tappo di sughero. Si determina prima di tutto l'equivalente in acqua del tubetto per quella porzione che verrà immersa in tutte le determinazioni. Ciò si ottiene riscaldando il tubetto vuoto sino ad una temperatura T; portandolo poi nel calorimetro, si osserva la temperatura a cui viene scaldata l'acqua e, fatte le debite correzioni, se essa sia t',

se sia t la temperatura iniziale di quest'acqua e P il suo peso, l'equivalente del tubetto sarà dato da $a = \frac{P(t'-t)}{T-t'}$.

In ciascuna determinazione per le sostanze solide, si fanno le stesse operazioni. Chiamando p il peso della sostanza, p' il peso del liquido, con cui viene bagnata, ed il suo calore specifico c', il calore specifico da determinarsi sarà dato da

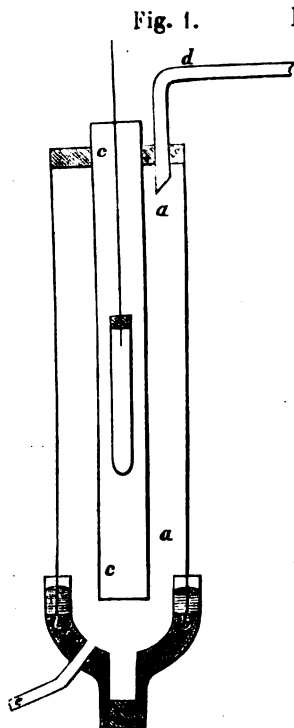
$$c = \frac{P(t'-t) - (a + p'c')(T-t')}{p(T-t')} .$$

Per le sostanze liquide, sia p il peso del liquido dato, sarà

$$c = \frac{P(t'-t) - a(T-t')}{p(T-t')} .$$

Una delle difficoltà principali, che si incontrano nella applicazione del metodo di Kopp consiste nell'ottenere la costanza di temperatura nel bagno a mercurio, difficoltà che fa sì che talora si richieda molto tempo per le determinazioni, specialmente quando si vuol operare a temperature un po' alte.

Fig. 1.

Dovendo fare delle determinazioni di calori specifici di sali organici ho cercato di eliminare questa difficoltà per rendere molto più breve il tempo di ogni determinazione. A tale scopo invece del bagno a mercurio ho applicato il riscaldamento a vapore, pur non aumentando molto le dimensioni dell'apparato, nè diminuendo la semplicità dell'operazione.

L'apparecchio di cui mi servo consiste in un manicotto di vetro a (fig. 1), portato da una ghiera b di ferro, come quella proposta dal Prof. Schiff per l'apparecchio di Hofmann per le densità di vapore. Questo manicotto di vetro, del diametro interno di 4 cm. circa e della lunghezza di circa 15 cm., è chiuso da un tappo di sughero, che porta due fori l'uno grande nel quale

passa un tubo di ottone *c* a pareti assai sottili, l'altro in cui entra un tubo di vetro *d* piegato ad angolo retto che conduce il vapore da un matraccio di vetro, a cui sta unito, essendo manicotto e matraccio portati dallo stesso sostegno. Nel tubo di ottone *c*, del diam. int. di 16 mm. circa e lungo 18 cm., chiuso all'estremità inferiore, si introduce il tubetto, che serve per la determinazione ed un termometro. L'estremità superiore, dopo introdotto tubetto e termometro, si chiude con un po' di cotone per impedire le correnti d'aria. Il tubo *e* della ghiera è messo in comunicazione o con un semplice tubo di vetro o con un refrigerante secondo la sostanza che si adopera per produrre i vapori. Questi vapori entrano per il tubo *d* nel manicotto di vetro, circondano il tubo di ottone ed escono per il tubo *e* e vanno così a condensarsi. In breve tempo si può ottenere una temperatura costante nello spazio *c* e facilmente vi si può mantenere a volontà regolando la fiamma e quindi l'afflusso dei vapori. Di più si vede come, variando la natura del liquido generatore dei vapori, si possano far determinazioni a temperature diverse con molta facilità. Si può adoperare, acqua, alcool, etere, benzina, acetone, cloroformio, ecc. Non è poi necessario che i liquidi sieno chimicamente puri, perchè certe impurità non impediscono che lo spazio occupato dai vapori assuma una temperatura sufficientemente costante; e quando anche essa oscilli nell'intervallo di 10 a 15' minuti di 2 a 3 decimi di grado, facendo diverse letture si può prendere una media di esse ed avere così molto approssimativamente la temperatura vera, a cui fu scaldato il corpo. Si sa che solo nel caso di temperature basse, è necessario conoscere con somma esattezza il valore di quella temperatura. Con esperienze apposite ho determinata la differenza fra la temperatura nel tubo di ottone e quella nel tubetto; la trovai circa 0°. 3 e di essa tenni conto nel calcolo. Si vedrà nei dati sperimentali citati più sotto come la temperatura dell'interno del tubo di ottone non è la stessa in tutte le determinazioni anche adoperando lo stesso liquido; essa dipende da circostanze diverse e specialmente dal maggior o minore afflusso di vapori. Il manicotto è difeso da una custodia cilindrica in metallo. Il matraccio è chiuso da un tappo a due fori, nell'uno dei quali passa il tubo che va al manicotto, nell'altro un tubo ad imbuto con robinetto. In tal modo, quando dopo una determinazione una certa quantità di liquido sia distillata, la si può aggiungere senza aprire il matraccio.

Quanto al modo di sostenere il tubetto trovai opportuno di non stringere il filo di ferro fra le branche di una morsa da sostegno, ma di farne passare una estremità in una lamina di sughero e tenervela fissa al di sopra per mezzo di un serrafilo a vite di pressione; in questo modo si possono produrre facilmente dei piccoli innalzamenti e abbassamenti del tubetto, secondo il bisogno. Di più la lamina di sughero è portata da una forchetta orizzontale annessa al sostegno dell'apparecchio riscaldante. Non si ha al momento dell'immersione che da trasportare la detta lamina sopra un'altra forchetta orizzontale messa al di sopra del calorimetro. Così non si devono maneggiare delle morse, cosa che non è sempre molto comoda e spiccia.

Quando si tratta di sostanze liquide che si devono o si ponno chiudere facilmente in tubi saldati alla lampada, questi tubi sono stretti fra le due piccole ganasce di una morsa, di forma tale che chiuse formano quasi un cilindro cavo, e facilmente si possono aprire. Al momento della immersione non si fa che portare la morsa col tubetto al di sopra del calorimetro, far aprire la morsa, e il tubetto cade nel calorimetro, dove l'agitatore lo porta a contatto di tutta la massa liquida. Questa operazione si fa in modo quasi istantaneo.

Il calorimetro è di ottone, piccolo e disposto nel modo solito, difeso convenientemente. I termometri adoperati furono confrontati con un campione, confrontato a sua volta col termometro ad aria. Sull'uno, quello dell'apparecchio riscaldante, si poteva con un cannocchiale apprezzare $^1/_{20}$ di grado; sull'altro, quello del calorimetro, $^1/_{200}$ di grado.

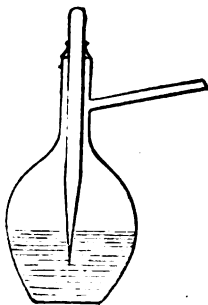
Per fare un'operazione si scalda il liquido nel matraccio, si introduce nel tubo di ottone il tubetto ed il termometro. Dal momento in cui incomincia la distillazione nel refrigerante in 15′ a 20′ si ottiene temperatura costante nel tubo di ottone. Vi si mantiene per altri 15′. Intanto si è disposta l'acqua ed il termometro nel calorimetro, e si sono fatte le letture per questo, affine di conoscere l'andamento della temperatura in esso, il che è necessario poi per fare le correzioni. Al momento opportuno si fa l'immersione e si continua a leggere ogni mezzo minuto il termometro del calorimetro; quando la temperatura di esso, raggiunto il massimo, comincia a ridiscendere, si continua a leggere ancora per 15′ a 20′ minuti, di minuto in minuto.

In tal modo si ha tutto il necessario per fare le correzioni. Si vede che in tre quarti d'ora. si può fare un' intera operazione.

Le correzioni si possono fare col metodo di Regnault partendo dal valore immediatamente inferiore al massimo.

Citerò qui alcune determinazioni di calor specifico di sostanze liquide e poi di sostanze solide, e infine quelle dei sali di sodio dei primi cinque acidi della serie dell'acido formico.

Determinazioni di calor specifico di liquidi. — Per fare queste determinazioni ho detto che si poteva introdurre il liquido in tubi da chiudersi poi alla lampada. I liquidi vengono introdotti in questo modo nei tubetti. Si mette il liquido da studiarsi in un recipiente (fig. 2), il cui collo porta un tubo saldato ad angolo un po' ottuso. Si fissa per mezzo di un tubo di gomma in questo collo il tubetto, chiuso da una parte, e con punta affilata ed aperta dall'altra che si immerge nel liquido. Il tubo del collo viene messo in comunicazione per mezzo di altro piccolo recipiente con una pompa aspirante a mano. Disposte le cose in tal modo, si aspira l'aria e si lascia poi entrare il liquido nel tubetto, chiudendo il robinetto della pompa. Quando è quasi pieno, si toglie, e, asciugatane la punta, si chiude con un colpo di fuoco. In tal modo si possono introdurre anche soluzioni saline concentratissime, e che possono poi rimanere allo stato soprasaturo, introducendole calde. Si comprende poi facilmente come si possa determinare il peso del vetro e della soluzione introdotta. Però in questo modo si introducono difficilmente delle soluzioni a titolo fisso, e per ciò doveva per le soluzioni saline preferire il metodo di Pfaundler. Il titolo delle soluzioni si deve determinare aprendo poi i tubetti.

Fig. 2.

Calor specifico del vetro. — Per determinare il calore specifico dei liquidi è necessario conoscere prima il calor specifico del vetro che deve formare i tubetti. Il calore specifico si determina riempiendo un tubetto dello stesso vetro con frantumi di esso e sostenendolo come si è detto per i tubetti dei liquidi. Nella tabella seguente P è il peso dell'acqua del calorimetro più

l'equivalente di questo e dell'agitatore e quello della parte immersa del termometro; il primo uguale a 1. 28, il secondo a 0: 44; p è il peso del vetro.

T = temperatura a cui è portato il vetro.

t e t' rispettivamente temperature iniziale e finale nel calorimetro.

θ loro differenza; θ' differenza fra T e t'.

c = calor specifico osservato. Esso è dato da $c = \frac{P\theta}{p\theta'}$.

VETRO — *Vapori d'acqua.*

N°	p	T	P	t	t'	θ	θ'	c
1	2. 550	98°. 0	86. 28	23°. 77	24°. 22	0°. 45	73°. 78	0. 204
2	2. 275	97. 7	61. 07	22. 70	23. 24	0. 54	74. 5	0. 196
3	4. 090	98. 4	61. 64	23. 41	24. 36	0. 95	74. 1	0. 193
					Medio fra 23° e 99°			0. 198

Vapori di acetone.

N°	p	T	P	t	t'	θ	θ'	c
4	5. 145	59. 3	48. 85	19. 00	19. 85	0. 85	39. 4	0. 204
5	5. 120	58. 0	42. 18	17. 75	18. 66	0. 91	39. 4	0. 190
6	4. 780	58. 0	47. 80	17. 74	18. 58	0. 84	39. 4	0. 200
					Medio fra 18° e 59°			0. 198

Regnault aveva ottenuto 0.192. Secondo alcuni il *crown* avrebbe per calore specifico 0.198, il *flint* 0.190. Il valore medio da me ottenuto va perfettamente d'accordo.

Calore specifico dell'acqua — Ho fatto per prova del metodo alcune determinazioni del calore specifico dell'acqua, rinchiudendole in tubetti chiusi alla lampada.

Nella tabella seguente p è il peso dell'acqua nel tubetto, a è l'equivalente in acqua di questo. Le altre lettere hanno lo stesso significato.

c è dato da $c = \frac{P\theta - a\theta'}{p\theta'}$.

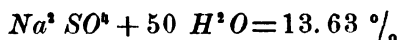
Vapori d'acqua.

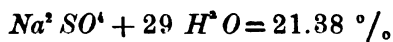
N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
7	1.970	0.428	98°.2	61.83	25°.55	28°.30	2°.75	69°. 9	1.020
8	1.970	0.428	98. 0	61.17	23. 44	26. 30	2. 86	71. 7	1.021
9	3.650	0.592	98. 1	103.27	23. 30	26. 29	2. 99	71. 8	1.015
10	3.390	0.532	98. 7	92.61	23. 54	26. 63	3. 09	72. 1	1.022
								Medio fra 23° e 99°	1.020

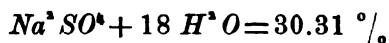
Vapori di acetone.

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
11	3.390	0.532	59. 8	94.47	17. 50	19. 19	1. 69	40. 6	1.006
12	3.390	0.532	58. 4	92.59	16. 26	18. 01	1. 75	40. 4	1.018
								Medio fra 18° e 60°	1.012

Calore specifico di soluzioni di solfato di Sodio. — Furono preparate, introdotte e titolate nel modo sopra detto. Cito due determinazioni di una soluzione a 50 $H^2 0$ per far vedere come il risultato concordi con quello ottenuto per altra via.

$$Na^2 SO^4 + 50\ H^2O = 13.63\ \%$$

N°	*p*	*a*	*T*	*P*	*t*	*t'*	*θ*	*θ'*	*c*
13	3.722	0.498	98°.7	92.23	22°.68	25°.64	2°.96	73°. 0	0.871
14	3.722	0.498	99. 2	97.66	21. 49	24. 33	2. 84	74. 9	0.860
						Medio fra 24° e 99°			0.865

$$Na^2 SO^4 + 29\ H^2O = 21.38\ \%$$

N°	*p*	*a*	*T*	*P*	*t*	*t'*	*θ*	*θ'*	*c*
15	3.642	0.542	99. 0	96.04	20. 23	23. 07	2. 84	75. 9	0.838
16	3.642	0.542	99. 2	93.25	22. 69	25. 51	2. 82	73. 7	0.831
17	3.642	0.542	98°.5	100.45	22. 11	24. 73	2. 62	73. 7	0.831
18	3.642	0.542	99. 2	96.66	21. 66	24. 41	2. 75	74. 8	0.827
						Medio fra 23° e 100°			0.832

$$Na^2 SO^4 + 18\ H^2O = 30.31\ \%$$

N°	*p*	*a*	*T*	*P*	*t*	*t'*	*θ*	*θ'*	*c*
19	5.459	0.599	99. 1	96.29	20. 40	24. 19	3. 79	74°.9	0.783
20	5.459	0.599	98. 8	100.47	21. 85	25. 41	3. 56	73. 3	0 783
21	5.459	0.599	99°.1	100.14	23. 16	26. 66	3. 50	72. 4	0.776
						Medio fra 24° e 100°			0.781

Operando a temperature più basse si possono studiare soluzioni più concentrate; queste determinazioni dimostrano come si possono ottenere risultati concordanti fra loro e con quelli ottenuti con altri metodi.

Determinazioni di calor specifico di corpi solidi. — Queste determinazioni vennero fatte col tubetto chiuso con tappo di sughero, si determinò prima di tutto l'equivalente in acqua della porzione di tubo che si doveva immergere in tutte le operazioni e si trovò $a = 0.548$. Indi si determinò il calor specifico del petrolio, che è il liquido scelto per bagnare il corpo solido.

PETROLIO — *Vapori d'acqua.*

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
22	2.590	0.548	99°.3	92.95	16°.10	17°.71	1°.61	81°. 6	0.498

Pirite cristallizzata $= FeS^2$. In questi valori a è la somma degli equivalenti del tubetto e del petrolio introdottori; p peso della pirite.

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
23	2.880	1.702	99°.4	92.73	17. 30	19. 13	1. 83	80.27	0.1295

Regnault trovò per calore specifico della pirite 0.1301; Naumann 0.1275; Kopp 0.126. Il mio valore va d'accordo con essi.

Calore specifico dei sali di sodio dei primi cinque acidi della serie $C^n H^{2n} O^2$ — I sali adoperati sono gli stessi che hanno servito per lo studio del calore specifico delle loro soluzioni acquose (*Atti dell'Acc. delle Scienze di Torino,* 1881). Si disseccarono prima in una stufa e, ridotti in polvere, si introdussero con petrolio nel tubetto per la determinazione. Si determinò prima l' equivalente di questo e l' una determinazione diede 0.482,

l'altra 0.483. Si fecero collo stesso tubetto delle determinazioni di calore specifico dell'acqua nei vapori di acetone per verificare indirettamente quell'equivalente; così pure del petrolio che doveva poi servire per le determinazioni.

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
24	3.780	0.482	58°.1	102.38	20. 33	21. 85	1. 51	36. 3	1.012
25	3.780	0.482	58. 0	102.26	21. 10	22. 59	1. 49	35. 4	1.008
						Medio fra 21° e 58°			1.010
				Petrolio.					
26	2.748	0.482	57. 6	102.31	20. 30	20. 98	0. 68	36. 6	0.516
27	2.740	0.482	57. 5	101.98	20. 88	21. 54	0. 66	36. 0	0.506
						Medio fra 21° e 58°			0.511

Sali organici di Sodio.

Formiato di Sodio $= CHNaO^2$

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
28	3.940	1.232	57°.2	101.94	21°.09	22°.01	0°.92	35°. 2	0.313
29	3.940	1.224	57. 4	102.39	20. 88	21. 80	0. 91	35. 6	0.311
30	3.940	1.221	56. 9	102.20	21. 00	21. 84	0. 84	35. 1	0.313
31	3.940	1.241	57. 3	102.07	20. 97	21. 83	0. 86	35. 5	0.314
						Medio fra 21° e 57°			0.312

Acetato di Sodio anidro $= C^4 H^3 Na O^4$

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
32	2.562	1.204	58°.0	102.32	13°.90	14°.79	0°.89	43. 2	0.353
33	2.562	1.275	57. 1	101.74	14. 69	15. 56	0. 87	41. 5	0.354
34	2.562	1.370	58. 5	101.97	13. 25	14. 22	0. 97	44. 3	0.341
35	2.562	1.387	59. 4	101.92	13. 56	14. 57	1. 01	44. 8	0.354
								Medio fra 14° e 59°	0.350

Propionato di Sodio $= C^6 H^5 Na O^4$

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
36	2.705	1.273	57. 3	102.25	19. 89	20. 69	0. 80	36. 6	0.360
37	2.705	1.270	57. 4	102.34	20. 20	21. 21	0. 81	36. 4	0.370
38	2.705	1.267	57. 4	102.08	20. 44	21. 25	0. 81	36. 2	0.378
								Medio fra 20° e 57°	0.369

Butirrato di Sodio $= C^8 H^7 Na O^4$

N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
39	2.313	1.341	58. 5	102.45	20. 38	21. 16	0. 78	37. 3	0.346
40	2.313	1.340	57. 8	102.49	21. 00	21. 75	0. 75	36. 0	0.348
41	2.313	1.391	57. 9	102.52	21. 32	22. 10	0. 78	35. 8	0.344
42	2.313	1.382	58. 0	102.51	21. 49	22. 26	0. 77	35. 7	0.354
								Media fra 21° e 58°	0.348

Valerato di Sodio $= C^5 H^9 Na O^2$.

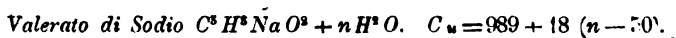
N°	p	a	T	P	t	t'	θ	θ'	c
43	3.015	1.057	58. 4	102.30	19. 50	20. 61	1. 11	37. 8	0.646
44	3.015	1.071	57. 5	102.02	20. 00	21. 06	1 06	36. 4	0.628
45	3.015	1.069	58. 1	102.16	20. 51	21 58	1. 07	36. 5	0.640
						Medio fra 20° e 58°			0.638

Da questi dati sperimentali noi possiamo calcolare i calori molecolari di questi sali e quindi gli equivalenti in acqua delle loro soluzioni a diversa diluizione, facendo la somma del calore molecolare del sale solido anidro e di quello dell'acqua aggiunta. Si trova che le differenze fra gli equivalenti calcolati e quelli dati dall'esperienza (*Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino,* 1881, XVI) non sono dello stesso senso per tutti questi sali (1).

Nella tabella seguente C è il calore molecolare del sale solido, C_c e C_t sono gli equivalenti delle soluzioni, calcolati nel modo anzidetto, ed i trovati, D la differenza fra i due equivalenti.

---

(1) Nella pubblicazione della mia seconda nota sopra i calori specifici delle soluzioni è occorsa qualche inesattezza nella penultima tabella. Essa va rettificata come segue:

Valerato di Sodio $C^5 H^9 Na O^2 + n H^2 O$. $C_n = 989 + 18\,(n - 50)$.

n	c_t	P	C_t	C_n	d	c_e	d
50	0.966	124 + 900	989	989			
100	0.982	124 + 1800	1889	1889	0	0.982	0
200	0.992	124 + 3600	3694	3689	— 5	0.990	— 0.002

Quindi la variazione nel valore dell'equivalente per la differenza di un gruppo CH^2 nelle soluzioni fra il butirrato ed il valerato non è di 8 unità, ma di 14 unità.

	C	25 H^2O			50 H^2O			100 H^2O			200 H^2O		
		C_c	C_t	D	C_c	C_t	D	C_c	C_t	D	C_c	C_t	D
$C\,H\,Na\,O^2$	21.2	471	454	+17	921	901	+20	1821	1801	+20			
$C^2H^3NaO^2$	28.7	479	478	+1	929	925	+4	1829	1822	+7			
$C^3H^5NaO^2$	35 4	485	504	—19	935	951	—16	1835	1854	—19			
$C^4H^7NaO^2$	38 3	488	525	—37	938	970	—32	1838	1879	—41	3638	3688	—50
$C^5H^9NaO^2$	79.1				979	989	—10	1879	1889	—10	3679	3694	—15

Da questa tabella risulta che mentre per il formiato di sodio lo equivalente in acqua delle soluzioni, dato dall'esperienza, è sempre inferiore alla somma dei calori molecolari del sale anidro e dell'acqua aggiunta, per l'acetato questi due valori coincidono quasi esattamente, per il propionato ed il butirrato il primo è maggiore del secondo, e per il valerato presentano di nuovo soltanto piccole differenze.

Dalla stessa tabella emerge pure che i calori molecolari di questi sali omologhi vanno crescendo col peso molecolare, ma con poca regolarità. Faccio tosto osservare come una tale irregolarità si ritrova nei valori dei calori molecolari degli acidi corrispondenti e dei loro eteri, come lo dimostrano le antiche determinazioni di Regnault, Favre e Silbermann, Kopp e le recenti di von Reis. Però queste ultime tenderebbero a dimostrare che se si prende in considerazione il calore specifico dei composti liquidi, che formano una serie di data funzione chimica, e di costituzione analoga, per due limiti di temperatura qualunque, p. es. fra 20° e 100°, non si hanno differenze regolari nei calori molecolari; se si prende invece per ognun termine il calore specifico per l'intervallo fra una temperatura data, per es. 20°, e quella del suo punto di ebollizione, allora, confrontando fra loro i calori molecolari così ottenuti, si avrebbe regolarità nelle differenze. Forse per i corpi solidi si dovrà anche prendere in considerazione il calore specifico per dati limiti di temperatura, che l'esperienza per ora non ci ha ancor fatto conoscere, ed anche allora si potrà avere regolarità nella variazione dei calori molecolari per date variazioni nella composizione.

Terminerò con un'osservazione relativa ad una nota del signor Ancelin: *Sur le chauffage des wagons, voitures,* ecc. *au moyen de l'acetate de soude cristallisé* (Compt. rend. 1881). In essa l'autore nel calcolare il calore di fusione e in seguito la quan-

tità di calore ceduta da un dato peso di acetato di soda cristallizzato, passando da 80° a 40°, assume per calore specifico di quel sale allo stato liquido il valore 0.75, allo stato solido il valore 0.32. Le mie determinazioni darebbero per lo stato solido un valore assai differente, poichè il calore specifico da me trovato per l'acetato di sodio *anidro* è uguale a 0.350. Quindi per il cristallizzato, esso deve essere superiore. Ho fatto delle determinazioni del calore specifico dell'acetato di sodio cristallizzato; asciugato semplicemente fra carta, ed ho avuto i seguenti risultati:

Acetato di Sodio cristallizzato $= C^2 H^3 Na O^2 + 3 H^2 O$

N°	*p*	*a*	*T*	*P*	*t*	*t'*	*θ*	*θ'*	*c*
46	3.085	1.043	57°.6	102.08	20°.93	21°.81	0°.88	35°. 8	0.480
47	3.085	1.037	57. 2	102.01	21. 69	22. 55	0. 86	34. 7	0.483
48	3.085	1.024	57. 6	101.87	20. 73	21. 63	0. 90	36. 0	0.493
49	3.085	1.015	57. 7	101.84	21. 14	22. 02	0. 88	35. 7	0.484
							Medio fra 21° e 57°		0.845

Volendo anche, tenuto conto della difficoltà di disseccare perfettamente l'acetato di sodio cristallizzato e dell'influenza che l'acqua igroscopica ha sul valore del calore specifico, ritenere quel valore come superiore al vero, tuttavia credo che non ne sia molto lontano. Applicando al valore 28.7 del calore molecolare del sale anidro la legge di Person, secondo la quale il calore molecolare di un idrato è assai approssimativamente la somma di quelli del corpo anidro e dell'acqua solida, si otterrebbe per calore molecolare dell'acetato di sodio cristallizzato con 3 molecole d'acqua il valore 55.7, da cui si calcolerebbe il calore specifico riferito all'unità di peso, 0.410. Introducendo questi valori nel calcolo suaccennato il vantaggio del metodo di riscaldamento proposto è ancor sempre molto grande su quello ad acqua, ma riesce alquanto inferiore a quello assegnato da Ancelin. Ritengo quindi opportune nuove determinazioni dirette a stabilire quei dati calorimetrici relativi all'acetato di sodio cristallizzato.

Le esperienze esposte in questa nota vennero eseguite nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Torino, diretto dal chiar^{mo} sig. Professore Naccari.

Torino, Settembre 1881.

Il Socio Prof. Andrea NACCARI presenta ancora, e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. D. MAZZOTTO, Professore nel R. Liceo di Fermo, il seguente studio sperimentale

SULLE CALORIE

DI SCALDAMENTO E DI FUSIONE DELLE LEGHE

FACILMENTE FUSIBILI.

1. *Scelta del Metodo.* — Sulla determinazione delle calorie di fusione dei corpi non sono molti i lavori esperimentali; lasciando a parte il metodo poco esatto usato dal Black, il quale per primo ha richiamato l'attenzione dei fisici su tal soggetto, ci incontriamo nei lavori di Rudberg, Erman, Svanberg e Person (1).

I tre primi usarono metodi poco differenti fra loro; tutti e tre osservavano il tempo che il corpo studiato, contenuto in crogiuolo di cui conoscevano l'equivalente in acqua, metteva a raffreddarsi di 10 gradi entro i quali fosse compreso il punto di solidificazione; Rudberg e Svanberg poi confrontavano questa durata di raffreddamento con quella del mercurio posto nelle identiche condizioni, ed Erman la confrontava invece con quella che si sarebbe avuta dal corpo stesso se in quell'intervallo di temperatura seguisse nel raffreddarsi la stessa legge che seguiva prima e dopo della solidificazione: in tal modo potevano calcolare il calore di fusione.

Il Person invece, nella maggior parte delle sue celebri esperienze, usò il noto metodo del calorimetro, però non potè, per le ragioni che in seguito conosceremo, applicarlo alla determinazione del calore di fusione delle leghe facilmente fusibili, per le quali dovette egli pure ricorrere al metodo del raffreddamento. In tal caso egli osservava il tempo che la lega impiegava a svi-

(1) RUDBERG, *Pogg. Ann.*, XIX, 125 (1830).
ERMAN (jun.), *Pogg. Ann.*, XX, 282 (1830).
SVANBERG AF u. LF, *Pogg. Ann.*, XXVI, 280 (1832).
PERSON, *Ann. de Chimie et Phys.*, (3) XXI, 295 (1847), e XXIV, 129 (1848).

luppare il calore di fusione e la sua temperatura media t durante quel tempo. Col mezzo della formula del raffreddamento di Dulong e Petit, le cui costanti valevoli pel suo apparecchio egli avea precedentemente determinate, calcolava la velocità del raffreddamento alla temperatura t, e quindi il calore ceduto dall'apparecchio durante quel tempo e finalmente il calore di fusione.

Nelle mie determinazioni seguii un metodo che differisce alquanto da quelli testè accennati. Mi parve anzitutto opportuno, seguendo l'esempio di Erman, di confrontare fra loro due serie di esperienze nell'una delle quali il calore ceduto fosse noto, poichè, operando in condizioni identiche nei due casi, molte cause d'errore si sarebbero eliminate; ma, d'altra parte, credetti che si dovesse seguire più da vicino l'andamento del termometro durante la solidificazione, per poter ottenere la temperatura media da esso segnata in qualunque intervallo di tempo, e finalmente ritenni che le velocità di raffreddamento alle varie temperature, meglio che deducendole dalla formula empirica di Dulong e Petit, si sarebbero determinate con esperienze dirette eseguite sullo stesso mio apparecchio.

A tale scopo costruii, prendendo per ascisse i tempi e per ordinate le temperature, le curve di raffreddamento del mercurio e della lega raffreddantisi successivamente in condizioni identiche. Dalle une e dalle altre potei ricavare facilmente, fra gli intervalli di temperatura che desiderava, le durate del raffreddamento e con queste calcolare il calore specifico della lega, per quegli intervalli di temperatura fra i quali la sua curva discendeva regolarmente.

Dalle stesse curve ottenute col mercurio ricavava eziandio le velocità di raffreddamento, in gradi, dell'apparecchio alle varie temperature, e da queste deduceva quelle in calorie, conoscendo l'equivalente in acqua dell'apparecchio ed il peso del mercurio. La curva del raffreddamento della lega, dava d'altra parte le temperature medie che si ebbero entro determinati intervalli di tempo durante la solidificazione, così che potea calcolare le quantità di calore dalla lega cedute in quegli intervalli di tempo, e finalmente dedurne il calore di fusione.

Tale metodo è evidentemente applicabile anche al caso del riscaldamento, e quindi credetti utile di usarlo alla determinazione delle calorie di fusione anche in questo caso, ed ottenere così un utile controllo dei risultati.

2. ***Descrizione dell'apparecchio.*** — Un tubo verticale di vetro lungo circa 80^{cm} e sostenuto superiormente da un'asta orizzontale, stretta nel suo mezzo da una morsa, sosteneva il crogiuolo, di sottil lamina di ferro a forma di tronco di cono della capacità di 45^{cm^3}, destinato a contener la lega. L'unione fra i due pezzi si effettuava avvitando ad un anello di ferro saldato alla parte inferiore del tubo, un altro anello collegato al crogiuolo col mezzo di due branche verticali su di esso ribattute.

Nel tubo di vetro era fisso col mezzo di anelli di gomma, il termometro (diviso in quinti fra 0° e 151°), il cui bulbo giungeva al centro del crogiuolo, ma era protetto dal contatto della lega, da un sottil tubo d'acciaio fisso al coperchio del crogiuolo e contenente una quantità di mercurio (15^{gr}) sufficiente per circondare completamente il bulbo. Crogiuolo e coperchio erano esternamente affumicati.

Gli ambienti pel riscaldamento e raffreddamento erano due vasi identici di latta internamente affumicati (diametro della base 16^{cm}, altezza 14^{cm}), muniti superiormente di un'apertura circolare sormontata da un orlo dell'altezza di 3^{cm} pel quale passava esattamente il crogiuolo.

Quello che serviva al raffreddamento era circondato completamente da ghiaccio e contenuto in recipiente molto più largo. L'altro era sospeso nell'interno di un altro vaso che comunicava coll'esterno solo col mezzo di un tubo che sosteneva un refrigerante a ricaduta; al fondo del vaso inviluppante bolliva uno strato di essenza di trementina i cui copiosi vapori, alla temperatura costante del 159° indicata da un termometro in essi immerso, circondavano completamente l'altro vaso.

Questi apparecchi erano portati da due alti treppiedi a maniglie, i quali, appoggiati che fossero su appositi rialzi fissi al suolo, facevano riuscire il crogiuolo al centro dell'ambiente che sostenevano, ed allora, con un grosso turacciolo ben adattato, diviso in due parti e forato al centro per dar accesso al tubo di vetro, si chiudeva la comunicazione fra l'interno dell'ambiente e l'esterno.

3. ***Procedimento nelle determinazioni.*** — In tutte le determinazioni seguii lo stesso ordine: avvitato il crogiuolo al tubo di sostegno, dopo avervi introdotto il metallo liquido e fatte le pesate, lo raffreddava nell'ambiente pel raffreddamento per poter incominciare le osservazioni dello scaldamento a temperature pros-

sime a 0°, e frattanto attendeva che un termometro posto nel centro del vaso pel riscaldamento, segnasse il consueto *maximum* di temperatura.

Ciò raggiunto, passava rapidamente il crogiuolo dall'uno all'altro vaso, adattava il turacciolo e notava ad intervalli di 15 o 30 secondi le temperature segnate dal termometro fino a che avesse raggiunta la temperatura di 150°.

Da questo punto lasciava proseguire il riscaldamento per un altro quarto d'ora, trascorso il quale, passava rapidamente il crogiuolo nell'ambiente di raffreddamento già pronto a 0°. Giungeva sempre in tempo per incominciare le osservazioni mentre la temperatura era ancora compresa fra 145° e 150° e le continuava di 15 in 15 o di 30 in 30 secondi finchè si fosse abbassata a 5°.

In ambedue i casi però, negli intervalli in cui le variazioni di temperatura seguivano regolarmente, trovavo più comodo osservare le durate di raffreddamento o scaldamento di cinque in cinque gradi.

Per la misura dei tempi usai, non potendo disporre di meglio, un discreto orologio da tasca provveduto del piccolo quadrante dei secondi.

4. ***Determinazioni preliminari***. Le prime esperienze ebbero per iscopo la determinazione dell'equivalente in acqua del crogiuolo co' suoi accessori. Perciò determinava le durate del riscaldamento e del raffreddamento del crogiuolo ripieno di mercurio e quelle dello stesso crogiuolo riempito solo a $^3/_4$ ed a $^2/_3$, e col mezzo della nota formula $\frac{pc+\mu}{p'c+\mu}=\frac{t}{t'}$ calcolava μ, cioè l'equivalente cercato.

Come media delle determinazioni collo scaldamento ebbi $\mu = 8^{gr},509$ e da quelle col raffreddamento $\mu = 8,262$ e ritenni come valore definitivo la media di questi, cioè $\mu = 8,385$.

In questo valore non è compreso l'equivalente in acqua del mercurio contenuto nel tubetto, poichè, variando esso, benchè di poco, in ogni determinazione, lo calcolava a parte nei singoli casi e lo aggiungeva al valore di μ.

In questa, come in tutte le altre determinazioni, presi per calore specifico medio del mercurio fra 0° e 150° il valore $c = 0,03284$ quale si ricava dalla formula data dal Winkelmann (1).

(1) WINKELMANN, *Pogg. Ann.*, CLIX, 158.

Per determinare poscia le velocità del raffreddamento e del riscaldamento dell' apparecchio alle varie temperature, feci con una stessa quantità di mercurio ($430^{gr},17$) sei osservazioni di scaldamento ed altrettante di raffreddamento, e costruii su ampia scala le dodici curve corrispondenti, prendendo per ascisse i tempi e per ordinate le temperature. Da questa ricavai, prima le durate dello scaldamento e del raffreddamento di cinque in cinque gradi, poscia, per ogni grado, le velocità di scaldamento (in gradi per minuto) misurando la variazione che subiva l'ordinata durante il minuto, a metà del quale la curva indicava quel certo grado di temperatura. Colla media dei sei valori di queste velocità pei singoli gradi costruii le due curve dalle quali dedussi due tabelle che davano le velocità di scaldamento e raffreddamento per ogni decimo di grado. Tali velocità in gradi moltiplicate per 23,011, equivalente in acqua del crogiuolo col mercurio, fornivano le velocità in calorie.

Prima di passare allo studio delle leghe, volli vedere qual grado di approssimazione si potea ottenere coll' apparecchio da me usato, nella determinazione dei calori specifici.

Sostituii perciò al mercurio il bismuto ($320^{gr},51$) e dal confronto fra le rispettive durate di scaldamento e raffreddamento ottenni per calore specifico del bismuto i valori:

RISCALDAMENTO		RAFFREDDAMENTO	
Temperature fra e	Calore specifico	Temperature fra e	Calore specifico
10°— 50°	0,02889	145°— 90°	0,03096
50 — 90	0,03016	90 — 50	0,02978
90 — 130	0,03170	50 — 20	0,02899
130 — 150	0,0318	20 — 5	0,02988

Regnault fra 0° e 100° trovò $c = 0,0308$: si vede adunque che l'approssimazione è discreta.

Volli inoltre verificare se le variazioni che subiscono i calori specifici così determinati sono dello stesso ordine, almeno, di quelle che si verificano in causa dell' aumento di temperatura, e non conoscendo tali variazioni pel bismuto ricorsi allo stagno pel quale il Béde diede una formula. Riporto qui appresso i valori

del calore specifico dello stagno da me trovati contrapposti a quelli che per gli stessi intervalli di temperature si ricavano dalla formula di Béde:

RAFFREDDAMENTO			RISCALDAMENTO		
Temperature	Béde	Esperienze	Temperature	Béde	Esperienze
145°- 100°	0,06078	0,0568	10°- 50°	0,05264	0,0544
100 - 50	0,05660	0,0555	50 - 100	0,0566	0,0545
50 - 30	0,05352	0,0538	100 - 125	0,0599	0,0563
30 - 15	0,05198	0,0529	125 - 150	0,0637	0,0563
15 - 5	0,05088	0,0517	10 - 150	0,05704	0,05577

Anche qui l'approssimazione mi pare sufficiente. Come si vede, e come del resto era da aspettarsi, si ottennero migliori risultati col raffreddamento che col riscaldamento.

Il valore medio dato dal Regnault fra 0° e 100° è 0,0562; quello dato dal Kopp è 0,0548.

5. ***Determinazioni colle leghe.*** Ecco la composizione centesimale delle leghe da me studiate: le formule per le leghe Darcet e Rose sono quelle che furono usate dal Person (Memoria citata) nella preparazione delle stesse leghe, le altre due le ricavai io stesso, procurando di rappresentare colle più semplici formule rapporti ponderali dei componenti che più si avvicinassero a quelli stabiliti dagli scopritori delle leghe stesse e che sono (1):

Lega Lipowitz $15\,p\mathrm{B} + 4\,p\,\mathrm{S}n + 8\,p\mathrm{P}b + 3\,p\,\mathrm{C}d$
» Wood 7-8 » » + 2 » » + 4 » » + 1-2. » »

Invero W. Spring (2), in uno suo studio sulle stesse leghe, adottò per esse formule più complesse, ma non disse come le abbia scelte e non trovai perciò ragione per seguirle.

(1) *Fortschritte der Physik*, XVIII, 336; XVI, 346.
(2) W. Spring., *Bullet. de l'Académie Roy. de Belgique* (2), XXXIX, 548 (1875).

Leghe	DARCET	ROSE	LIPOWITZ	WOOD
Formule	$Bi^3 Sn^2 Pb^2$	$Bi^2 Sn^2 Pb$	$Bi^8 Sn^4 Pb^4 Cd^3$	$Bi^4 Sn^2 Pb^2 Cd$
Bismuto . .	49,21	48,66	50,66	52,43
Stagno . . .	18,44	27,34	14,24	14,73
Piombo . .	32,35	24,00	24,97	25,85
Cadmio. . .	—	—	10,13	6,99
	100,00	100,00	100,00	100,00

Preparai le leghe, fondendo e rimestando lungamente i metalli puri in un crogiuolo di terra sotto uno strato di colofonia fusa che ne impedisse l'ossidazione, e rifondendo poi replicatamente la lega formata perchè acquistasse un certo grado di stabilità.

Per ogni lega feci sei determinazioni collo scaldamento ed altrettante col raffreddamento, e, costruite le curve corrispondenti, ne deduceva le durate dello scaldamento e del raffreddamento per intervalli di cinque in cinque gradi, le quali confrontate con quelle corrispondenti del mercurio servivano, o separatamente od opportunamente aggruppate, a calcolare il calore specifico della lega fra determinati intervalli di temperatura.

Negli intervalli di temperatura poi, nei quali la differenza fra le durate corrispondenti del mercurio e della lega era molto grande, ciò era indizio di uno sviluppo od assorbimento di calore per parte della lega, per cambiamento di stato o per altra causa, e per calcolarlo procedeva così:

Divideva la parte della curva che si riferiva a quegli intervalli, e che aveva un andamento irregolare, in un certo numero di tratti che poco differissero dalla linea retta, e facilmente potea ricavare da essi, tanto la temperatura media in quel tratto, quanto la durata di essa. Moltiplicando questa durata per la velocità di scaldamento o raffreddamento corrispondente a quella temperatura media, aveva il calore ceduto od acquistato dal crogiuolo in quel tratto di tempo, e sommando le quantità di calore così determinate per tutti i tratti nei quali si era divisa quella parte di curva, aveva la quantità di calore acquistata o perduta dall'apparecchio nel passaggio dall'una all'altra delle due

temperature estreme. Da questa sottraendo quella, facile a calcolarsi, dovute alla semplice variazione di temperatura, e dividendo il resto pel peso della lega, aveva la misura del calore dovuto al solo cambiamento di stato fra quegli intervalli di temperatura.

Ma le grandi variazioni che, come vedremo, subiscono i calori specifici di tutte queste leghe anche a distanze alquanto grandi dal punto di fusione, mi misero in guardia dal ritenere come calore di cambiamento di stato solo quello determinato nel modo anzidetto, ma credetti di dovervi aggiungere anche quello che, fra gli altri intervalli di temperatura, si manifestava come aumento nei calori specifici; per calcolarlo, bastava sottrarre al calore specifico trovato e palesemente troppo grande, il calore specifico vero della lega, ed il prodotto di questa differenza pel numero dei gradi compresi nell'intervallo di temperatura pel quale quel calore specifico era stato determinato, dava senz'altro il numero di calorie da aggiungersi.

In parecchi casi calcolai per uno stesso intervallo queste calorie tanto con quest'ultimo metodo quanto col precedente, fondato sulla conoscenza delle velocità di scaldamento e raffreddamento, ed ebbi sempre risultati molto concordanti.

Il corso delle mie esperienze mi indusse poi ad eseguire sopra ciascuna lega due altre determinazioni che chiamerò per brevità: *Raffreddamento parziale con fusione* e *Raffreddamento parziale senza fusione*.

In ciascuna di queste osservava il raffreddamento della lega dopochè era rimasta per molte ore in un vaso simile a quello che serviva al riscaldamento, ma circondato da acqua che manteneva ad una diecina di gradi al di sotto del punto di fusione della lega; se non che, nella prima di esse la lega era condotta a quella temperatura nel raffreddarsi dopo aver subita la fusione e nell'altra vi era condotta nel riscaldarsi senza subire la fusione.

6.° *Risultati delle determinazioni.* — La Tavola 1ª qui unita, riproduce, in piccola scala per ciascuna lega, una delle curve ottenute col riscaldamento ed una di quelle ottenute col raffreddamento tracciatovi a tratto continuo. Nelle curve del raffreddamento, analoghe a quelle ottenute dallo Spring (Memoria citata), si osserva che la discesa del termometro è anormale in due punti, fra i quali essa procede regolarmente: il superiore corrisponde alla solidificazione; ed il secondo ad una modificazione molecolare

che subisce la lega ad una temperatura molto più bassa cioè a circa 46° per le leghe Darcet e Rose ed a 28° per le altre due. Il calore sviluppato in tale modificazione, produce nelle due prime un elevamento di temperatura, e nelle altre un semplice rallentamento nella discesa del termometro, e lo si calcola come il calore di fusione.

Anche le curve del riscaldamento presentano in generale la singolarità dell'arrestarsi o rallentarsi del termometro in due punti distinti, se non che il punto inferiore si trova molto prossimo al punto di fusione, ed è probabilmente dovuto ad una modificazione molecolare inversa a quella che avviene dopo la solidificazione.

Nelle leghe di Rose e Darcet prima della fusione avviene un sensibile abbassamento di temperatura, nelle altre due leghe invece il rallentamento è appena sensibile, però esiste, ed ebbi occasione di osservarlo molto più nettamente in alcune esperienze fatte colla lega Wood, riscaldandola in un ambiente a 100°.

Ad un certo punto delle curve di raffreddamento delle leghe Darcet e Rose si dipartono due altri rami di curva; quello punteggiato si riferisce al raffreddamento parziale senza fusione, e quello tratteggiato al raffreddamento parziale con fusione; si vede come questi tratti di curva differiscano fra loro e da quello corrispondente della curva completa di raffreddamento; il primo procede senza punti singolari, e l'altro presenta anomalie consimili a quelle delle curve del raffreddamento completo, ma avvengono a temperature più basse.

Per le altre due leghe non figura che il ramo del raffreddamento parziale senza fusione, giacchè l'altro si sarebbe quasi confuso con esso.

Seguono ora i quadri dei risultati delle osservazioni e dei calcoli; dirimpetto ai rispettivi intervalli di temperatura sono registrate rispettivamente nelle colonne t e T le durate del raffreddamento e scaldamento in secondi del mercurio e della lega: nelle colonne c i calori specifici dedotti direttamente dalle esperienze, e nelle C il calore dovuto per ogni chilogrammo di lega al cambiamento di stato o di costituzione molecolare. Il valore di t è medio di sei determinazioni; gli altri furono riportati per ogni singola determinazione nell'ordine nel quale furono eseguite.

Quei valori delle colonne C che hanno il corrispondente nella c furono calcolati col mezzo delle differenze fra i calori specifici, gli altri col mezzo delle velocità di scaldamento o raffreddamento.

Lega

Riscal

Temperatura		t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
10°	— 50°	211″	188″	0,0364	—	182″	0,0346	—	184″	0,0355	—
50	70	130	127	0,0427	0,110	127	0,0427	0,130	129	0,0440	0,156
70	80	74	94	0,0640	0.278	94	0,0650	0,288	95	0,0649	0,287
80	85	40	62	0,0840	0,239	166	—	1,125	58	0,0760	0,199
85	90	43	200	—	1,323	79	0,1050	0,344	212	—	1.453
90	95	45	90	0,1170	0,404	89	0,1150	0,394	87	0,1120	0,379
95	105	103	988	—	6,317	945	—	6,027	959	—	6,106
105	110	58	65	0,0515	0.058	77	0,0675	0,138	82	0,0730	0,165
110	115	65	73	0,0535	0,068	70	0,0500	0,050	76	0,0565	0,083
115	125	157	163	0,0466	0,067	168	0,0500	0,101	167	0,0484	0,085
125	140	357	357	0,0435	0,054	342	0,0422	0,035	361	0,0444	0,067
140	150	498	462	0,0384	—	453	0,0386	—	472	0,0398	—
		Totale		$C=$	8,918			8,632			8,980

Raffred

Temperatura		t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
145°	— 120°	143″	139″	0,0417	—	140″	0,0417	—	137″	0,0417	—
120	110	70	73	0,0475	0,076	69	0,0435	0,036	78	0,0525	0,126
110	100	78	89	0,0549	0,150	99	0,0675	0,276	96	0,0610	0,211
100	90	89	738	—	5,313	738	—	5,321	719	—	5,157
90	85	49	49	0,0450	0,039	43	0,0360	—	50	0,0460	0,044
85	65	244	235	0,0473	0,202	237	0,0420	0,096	236	0,0437	0,130
65	50′	256	248	0,0421	0,073	251	0,0430	0,087	249	0,0425	0,079
50′	50″	—	615	—	2,093	556	—	1,911	615	—	2,101
50″	30	550	729	0,0679	0,614	766	0,0726	0,708	710	0,0655	0,566
30	15	857	888	0,0473	0,151	925	0,0500	0,192	899	0,0482	0,165
15	5	1695	1646	0,0424	0,052	1663	0,0430	0,058	1666	0,0433	0,061
		Totale	....	$C=$	8,763			8,685			8,640
				$K=$	3,185			3,052			3,102

Darcet

damento

T	c	C	T	c	C	T	c	C
180″	0,0340	—	175″	0,0324	—	182″	0,0346	—
128	0,0432	0,140	128	0,0432	0,140	128	0,0432	0,140
92	0,0635	0,273	92	0,0620	0,258	91	0,0620	0,258
168	—	1,138	164	—	1,098	160	—	1,070
78	0,1030	0,334	81	0,1338	0,488	84	0,1130	0,384
90	0,1170	0,404	89	0,1160	0,399	90	0,1178	0,408
923	—	5,821	917	—	5,793	950	—	6,026
91	0,0850	0,225	101	0,0955	0,278	103	0,1009	0,300
75	0,0560	0,080	78	0,0585	0,093	81	0,0625	0,113
170	0,0509	0,110	173	0,0512	0,113	177	0,0540	0,141
344	0,0425	0,039	344	0,0410	0,016	350	0,0438	0,058
414	0,0374	—	456	0,0375	—	445	0,0375	—
		8,564			8,676			8,898

damento

T	c	C	T	c	C	T	c	C
137″	0,0417	—	138″	0,0417	—	135″	0,0417	—
74	0,0484	0,085	81	0,0555	0,156	81	0,0454	0,055
106	0,0704	0,305	108	0,0720	0,321	110	0,0704	0,305
708	—	5,032	690	—	4,906	687	—	4,890
49	0,0447	0,037	59	0,0590	0,109	50	0,0460	0,044
233	0,0408	0,072	230	0,0405	0,066	229	0,0396	0,048
252	0,0432	0,090	254	0,0438	0,099	248	0,0421	0,073
569	—	1,990	573	—	2,001	563	—	1,887
724	0,0670	0,596	727	0,0677	0,610	718	0,0663	0,582
932	0,0506	0,201	939	0,0516	0,216	930	0,0504	0,198
1710	0,0450	0,078	1716	0,0454	0,082	1690	0,0442	0,070
		8,486			8,566			8,152
		3,080			3,008			2,858

Lega di

Riscal

Temperatura	t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
10° — 50°	211″	192″	0,0363	—	181″	0,0351	—	186″	0,0363	—
50 70	130	129	0,0431	0,112	131	0,0459	0,168	130	0,0431	0,112
70 80	74	87	0,0563	0,188	90	0,0579	0,204	90	0,0563	0,188
80 85	40	57	0,0721	0,173	144	—	0,884	137	—	0,824
85 90	43	174	—	1,075	72	0,0890	0,257	70	0,0852	0,239
90 95	45	87	0,1087	0,356	83	0,1019	0,322	82	0,1006	0,315
95 105	103	1049	—	6,515	962	—	5,913	942	—	5,763
105 110	58	112	0,1061	0,319	127	0,1240	0,409	147	0,1484	0,531
110 120	138	185	0,0670	0,248	199	0,0741	0,319	199	0,0740	0,318
120 135	296	384	0,0664	0,363	398	0,0680	0,387	400	0,0664	0,363
135 145	341	426	0,0629	0,207	454	0,0631	0,208	439	0,0629	0,207
145 150	302	352	0,0534	0,055	340	0,0525	0,051	352	0,0534	0,055
			Totale ..... C =	9,611			9,122			8,915

Raffre

Temperatura	t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
145°—120°	143″	188″	0,0713	0,727	202″	0,0725	0,757	201″	0,0713	0,7
120 105	108	152	0,0737	0,472	153	0,0737	0,472	157	0,0737	0,47
105 100	40	61	0,0795	0,195	66	0,0894	0,236	70	0,0965	0,22
100 90	89	828	—	5,804	802	—	5,601	785	—	5,47
90 65	293	294	0,0431	0,140	293	0,0427	0,130	294	0,0431	0,14
65 50′	256	273	0,0467	0,138	273	0,0463	0,132	268	0,0467	0,13
50′ 50″	—	456	—	1,523	483	—	1,624	485	—	1,62
50″ 45	108	222	0,1161	0,393	208	0,1070	0,347	202	0,1032	0,3
45 25	655	752	0,0415	0,080	749	0,0410	0,070	743	0,0415	0,08
25 10	1206	1206	0,0425	0,075	1209	0,0421	0,069	1193	0,0425	0,07
10 5	1132	1134	0,0419	0,022	1122	0,0410	0,017	1078	0,0419	0,02
			Totale .... C =	9,569			9,455			9,30
			K =	2,371			2,389			2,40

Rose

damento

T	c	C	T	c	C	T	c	C
187"	0,0351	—	191"	0,0363	—	189"	0,0351	—
133	0,0459	0,168	128	0,0431	0,112	136	0,0459	0,168
88	0,0579	0,204	87	0,0563	0,188	91	0,0579	0,204
137	—	0,828	137	—	0,819	133	—	0,815
73	0,0915	0,270	74	0,0930	0,277	68	0,0822	0,223
81	0,0988	0,306	82	0,0997	0,311	73	0,0867	0,246
928	—	5,672	946	—	5,741	948	—	5,781
146	0,1474	0,526	150	0,1520	0,549	149	0,1510	0,544
196	0,0724	0,302	205	0,0771	0,348	212	0,0806	0,384
400	0,0680	0,387	406	0,0664	0,363	412	0,0680	0,387
434	0,0631	0,208	452	0,0629	0,207	433	0,0631	0,208
335	0,0525	0,051	359	0,0534	0,055	336	0,0525	0,051
		8,922			8,970			9,011

damento

T	c	C	T	c	C	T	c	C
196"	0,0725	0,757	201"	0,0713	0,727	210"	0,0725	0,757
154	0,0737	0,472	159	0,0737	0,472	160	0,0737	0,472
66	0,0880	0,225	71	0,0972	0,275	68	0,0919	0,257
769	—	5,325	777	—	5,401	778	—	5,409
288	0,0427	0,130	295	0,0431	0,140	297	0,0427	0,130
264	0,0463	0,132	270	0,0467	0,138	269	0,0463	0,132
460	—	1,549	470	—	1,573	448	—	1,496
213	0,1129	0,377	215	0,1114	0,369	231	0,1219	0,422
734	0,0410	0,070	751	0,0415	0,080	747	0,0410	0,070
1172	0,0421	0,069	1201	0,0425	0,075	1197	0,0421	0,069
1097	0,0410	0,017	1140	0,0419	0,022	1087	0,0410	0,017
		9,123			9,272			9,231
		2,344			2,397			2,336

Lega di

Riscal

Temperatura	t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
10°— 50°	211"	191"	0,0354	—	188"	0,0339	—	187"	0,0354	—
50 70	130	133	0,0444	0,180	129	0,0439	0,170	123	0,0444	0,180
70 80	74	970	—	8,742	941	—	8,467	975	—	8,769
80 85	40	151	0,2472	1,041	123	0,1955	0,782	120	0,1900	0,755
85 90	43	82	0,1105	0,357	75	0,0972	0,291	93	0,1278	0,444
90 105	148	157	0,0504	0,225	159	0,0504	0,225	162	0,0504	0,225
105 125	280	265	0,0402	—	257	0,0396	—	265	0,0402	—
125 140	357	328	0,0380	—	317	0,0367	—	328	0,0380	—
140 150	498	423	0,0338	—	406	0,0322	—	432	0,0338	—
	Totale			*C* =	10,545			9,935		10,373

Raffred

Temperatura	t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
145° – 100°	290"	283"	0,0425	—	284"	0,0428	—	282"	0,0425	—
100 85	138	139	0,0448	0,086	141	0,0457	0,100	144	0,0473	0,125
85 80	53	61	0,0547	0,078	64	0,0596	0,103	62	0,0563	0,086
80 75	59	72	0,0602	0,106	82	0,0731	0,140	85	0,0757	0,184
75 70	62	109	0,0990	0,300	144	0,1395	0,502	112	0,1028	0,319
70 60	144	1712	—	8,134	1618	—	7,793	1662	—	7,827
60 45	289	294	0,0458	0,156	287	0,0442	0,131	295	0,0460	0,159
45 35	268	303	0,0539	0,185	276	0,0467	0,113	303	0,0539	0,185
35 30	173	276	0,0877	0,261	210	0,0602	0,124	266	0,0835	0,240
30 25	213	750	—	1,001	484	—	0,510	744	—	0,992
25 20	274	391	0,0757	0,201	826	—	0,826	396	0,0771	0,208
20 15	370	387	0,0480	0,063	450	0,0604	0,124	377	0,0461	0,053
15 10	563	540	0,0417	0,031	569	0,0455	0,050	515	0,0385	0,015
10 5	1132	1089	0,0419	0,032	1148	0,0458	0,052	1000	0,0361	0,003
	Totale			*C* =	10,634			10,568		10,396
				K =	1,930			1,930		1,855

Lipowitz

damento

T	c	C	T	c	C	T	c	C
188″	0,0339	—	174″	0,0351	—	166″	0,0339	—
131	0,0439	0,170	133	0,0444	0,180	128	0,0439	0,170
943	—	8,456	926	—	8,321	880	—	7,853
126	0,2001	0,805	122	0,1938	0,774	108	0,1682	0,646
89	0,1215	0,412	89	0,1212	0,411	96	0,1366	0,489
161	0,0504	0,225	161	0,0504	0,225	180	0,0602	0,264
264	0,0396	—	259	0,0402	—	261	0,0396	—
324	0,0367	—	318	0,0380	—	312	0,0367	—
421	0,0322	—	417	0,0338	—	388	0,0322	—
		10,068			9,911			9,422

damento

T	c	C	T	c	C	T	c	C
282″	0,0428	—	281″	0,0425	—	282″	0,0428	—
151	0,0510	0,180	148	0,0494	0,155	154	0,0526	0,204
63	0,0574	0,092	65	0,0604	0,107	79	0,0793	0,201
96	0,0897	0,254	92	0,0844	0,227	85	0,0760	0,185
101	0,0896	0,253	106	0,0948	0,279	98	0,0861	0,235
1655	—	7,816	1649	—	7,819	1648	—	7,746
289	0,0446	0,137	291	0,0450	0,144	299	0,0471	0,175
290	0,0504	0,150	295	0,0517	0,163	304	0,0542	0,188
233	0,0697	0,171	261	0,0813	0,138	275	0,0872	0,259
789	0,2408	1,007	728	—	0,944	750	—	0,999
433	0,0869	0,257	424	0,0845	0,245	373	—	0,181
385	0,0476	0,061	384	0,0474	0,060	371	0,0449	0,047
515	0,0384	0,015	527	0,0400	0,023	525	0,0398	0,022
1019	0,0374	0,010	1060	0,0400	0,023	1083	0,0331	—
		10,403			10,327			10,442
		1,808			1,740			1,871

Lega di

Riscal

Temperatura	t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
10° – 50°	211''	161''	0,0351	—	186''	0,0351	—	191''	0,0349	—
50 70	130	127	0,0413	0,122	137	0,0485	0,266	122	0,0383	0,062
70 80	74	913	—	7,826	950	—	8,150	971	—	8,305
80 95	128	251	0,1093	1,056	245	0,1058	1,004	248	0,1074	1,027
95 120	300	320	0,0475	0,125	334	0,0508	0,205	337	0,0515	0,222
120 140	441	428	0,0403	—	430	0,0453	—	415	0,0400	—
140 150	498	464	0,0386	—	478	0,0385	—	454	0,0373	—
			Totale ..... $C=$	9,129			9,625			9,616

Raffred

Temperatura	t	T	c	C	T	c	C	T	c	C
145°—100°	290''	290''	0,0424	—	288''	0,0424	—	285''	0,0428	—
100 80	192	213	0,0504	0,156	223	0,0540	0,228	222	0,0537	0,223
80 70	122	166	0,0677	0,288	152	0,0603	0,214	154	0,0609	0,220
70 60	144	1708	—	7,787	1661	—	7,533	1643	—	7,542
60 40	413	443	0,0478	0,253	426	0,0466	0,228	423	0,0444	0,184
40 35	145	169	0,0547	0,097	168	0,0537	0,074	159	0,0495	0,071
35 30	173	273	0,0828	0,238	260	0,0775	0,211	217	0,0604	0,126
30 25	213	892	—	1,213	847	—	1,124	778	—	0,960
25 20	274	322	0,0550	0,099	368	0,0668	0,158	516	—	0,355
20 15	370	382	0,0451	0,049	375	0,0437	0,042	410	0,0503	0,075
15 5	1695	1565	0,0378	0,013	1573	0,0378	0,013	1559	0,0372	0,010
			Totale ..... $C=$	10,193			9,825			9,76
			$K=$	1,962			1,850			1,781

Wood

a m e n t o

T	c	C	T	c	C	T	c	C
189"	0,0351	—	187"	0,0349	—	184"	0,0351	—
133	0,0441	0,178	134	0,0146	0,188	134	0,0445	0,186
943	—	8,145	940	—	8,018	920	—	7,849
244	0,1053	0,996	212	0,1044	0,982	224	0,0945	0,834
342	0,0527	0,253	349	0,0542	0,290	348	0,0540	0,285
422	0,0403	—	419	0,0400	—	439	5,0403	—
451	0,0385	—	453	0,0373	—	469	0,0385	—
		9,572			9,478			9,154

a m e n t o

T	c	C	T	c	C	T	c	C
288"	0,0424	—	291"	0,0428	—	297"	0,0421	—
225	0,0546	0,240	235	0,0583	0,314	245	0,0618	0,384
152	0,0599	0,210	184	0,0780	0,391	178	0,0748	0,322
1666	—	7,545	1592	—	7,399	1542	—	6,923
438	0,0469	0,234	391	0,0424	0,143	430	0,0456	0,208
170	0,0549	0,099	159	0,0497	0,073	162	0,0512	0,080
260	0,0775	0,211	189	0,0490	0,069	255	0,0754	0,201
840	—	1,106	416	—	0,373	828	—	1,066
363	0,0654	0,151	960	—	0,965	427	0,0817	0,243
383	0,0451	0,050	509	0,0682	0,165	395	0,0474	0,061
1597	0,0378	0,013	1630	0,0401	0,094	1570	0,0378	0,013
		9,859			9,916			9,501
		1,864			1,812			1,872

Raffreddamenti

DARCET			ROSE		
Intervalli	c	C	Intervalli	c	C
			Senza fusione — La lega		
10 ore a 70°			14 ore a 75°		
65° — 50°	0,0383	—	65° — 40°	0 0374	—
50 — 30	0.0372	—	40 — 20	0,0370	—
30 — 20	0,0368	—	20 — 10	0,0377	—
20 — 15	0,0355	—	10 — 5	0,0379	—
15 — 5	0,0364	—	—	—	—
			Con fusione — La lega		
10 ore a 75°			13 ore a 75°		
70° — 55°	0,0400	0,042	70° — 50°	0,0408	0,066
55 — 40	0,0392	0,030	50 — 35	0,0414	0,058
40 — 30′	0,0437	0,065	35 — 30′	0,0462	0,043
30′ — 30‴	—	1,675	30′ — 30″	—	1.594
30″ — 25	0,0716	0,172	30″ — 25	0,0683	0,154
25 — 20	0,0961	0,294	25 — 20	0,0485	0,055
20 — 15	0,0773	0,200	20 — 10	0,0402	0,027
15 — 10	0,0481	0,054	10 — 5	0,0402	0,013
10 — 5	0,0396	0,012	—	—	—
Totale .	$C = K =$	2,544			2,010

parziali

LIPOWITZ			WOOD		
Intervalli	c	C	Intervalli	c	C
fu mantenuta					
14 ore a 53°			36 ore a 60°		
50° — 30°	0,0359	—	50° — 35°	0,0345	—
30 — 20	0,0352	—	35 — 20	0,0351	—
20 — 15	0,0357	—	20 — 15	0,0351	—
15 — 10	0,0351	—	15 — 10	0,0359	—
10 — 5	0,0353	—	10 — 5	0,0354	—
fu mantenuta					
14 ore a 60°			16 ore a 60°		
55° — 30°	0,0378	—	50° — 35°	0,0348	—
30 — 20	0,0376	—	35 — 20	0,0346	—
20 — 15	0,0448	0,046	20 — 15	0,0397	0,022
15 — 10	0,1076	0,361	15 — 10	0,0482	0,064
10 — 5	0,0954	0,300	10 — 5	0,0555	0,101
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
		0,707			0,187

7.° ***Calori specifici.*** — Chiamo col nome di *calore specifico vero* il calore necessario per riscaldare di un grado l'unità di peso d'una data lega senza alterarne la costituzione molecolare. Vediamo come lo si possa dedurre anzi tutto per la lega Darcet allo stato solido.

In vista delle rapide variazioni che subisce quel calore specifico, i valori meno sospetti di esso sono: quello di 0,0349 che è la media di quelli ottenuti collo scaldamento fra 10° e 50°, e quello di 0,0439 che è la media di quelli ottenuti colle determinazioni di raffreddamento fra 15° e 5°. Questi due valori sono un poco troppo discosti per fidarci a prenderne la media, e del resto, il primo non può essere molto esatto perchè determinato con durate di scaldamento relativamente piccole, e l'altro è ancora più sospetto perchè non si può essere certi che la modificazione molecolare, che ritarda il raffreddamento, sia già compiuta al di sopra dei 15°. Se calcoliamo il calore specifico fra 15° e 10° troviamo 0,0468 e fra 15° e 5° troviamo 0,0428, valori che non servono a rimuovere l'incertezza.

A questo punto ci prestano un valido aiuto i calori specifici determinati col raffreddamento parziale senza fusione; infatti essi non presentano le anomalie degli altri e poco differiscono fra loro. Per ciò possiamo ritenerci autorizzati ad adottare come calore specifico della lega allo stato solido la loro media cioè 0,0372.

Il Person (IIª Memoria citata) avea trovato col calorimetro i valori 0,0374 e 0,0377.

Analoghe osservazioni mi indussero a ritenere per calore specifico vero delle altre leghe allo stato solido, la media dei valori ottenuti dalle esperienze di raffreddamento parziale senza fusione.

Per calore specifico della stessa lega Darcet allo stato liquido prendo la media 0,0399 dei due valori meno sospetti e che sono: 0,0382 dedotto collo scaldamento fra 140° e 150°; e 0,0417 dedotto col raffreddamento fra 145° e 120°, media che poco differisce dal valore 0,03895 dato dal Person (Memoria citata).

La lega di Rose presentò allo stato liquido un calore specifico molto grande; è una lega che probabilmente subisce una modificazione anche allo stato liquido, il che sospettò anche il Person (ivi), il quale dichiara che un termometro immerso in detta lega che si raffreddi, presso 110° s'arresta per un istante ed anzi risale un poco. Io non osservai il fenomeno così netto, però dal valore elevato dei calori specifici si vede che una certa modifi-

cazione avviene. Dovetti per questa lega prendere per calore specifico allo stato liquido il valore dato dal Person cioè 0,04219.

Le leghe di Lipowitz e Wood si raffreddano molto regolarmente fra 150° e 100°, e quindi ritengo per loro calore specifico allo stato liquido quello determinato in questo intervallo.

8° ***Conclusioni.*** — I valori totali di C, che figurano nelle su esposte tabelle, comprendono non solo il calore di fusione ma altresì il calore dovuto al mutamento di costituzione posteriore alla solidificazione. Sarebbe desiderabile di poter separare nettamente l'una dall'altra queste due quantità di calore; le esperienze sul raffreddamento offrono il modo di fare questa separazione senza molta incertezza; infatti osservo che, le leghe, poco dopo la solidificazione, presentano un calore specifico che rimane costante per un certo intervallo di temperatura, e che è di poco superiore al calore specifico delle stesse leghe allo stato solido. Si può quindi ritenere che in questo intervallo di temperatura, il calore di fusione si sia completamente svolto, e che di quello dovuto alla modificazione molecolare, non se ne sviluppi che quel poco reso palese dal valore un po' troppo grande del calore specifico c. Sommando adunque tutti i valori segnati nelle colonne C, da quel punto in poi si avrà approssimativamente la quantità di calore dovuta alla modificazione molecolare, che indicheremo con K, la quale, sottratta dai valori totali di C, darà per resto le calorie di fusione.

Così ottenni i valori di K registrati in calce alle tabelle del raffreddamento, e le loro medie registrate nel seguente:

Riepilogo.

		Darcet	Rose	Lipowitz	Wood
Peso		31gr.900	330gr.,49	317gr.,34	331gr.,54
Punto di	fusione	99°,2	98°,8	75°,5	75°,5
	solidificazione	95°	95°,5	66°,8	67°,0
Calore specifico allo stato	solido	0,0372	0,0375	0,0354	0,0352
	liquido	0,0399	0,0422	0,0426	0,0426
Valori medii di C risultanti da	scaldamento	8,778	9,092	10,042	9,429
	raffreddamento	8,849	9,350	10,460	9,843
	media generale	8,813	9,222	10,251	9,636
Calorie di	modificazione molecolare	3,047	2,374	1,856	1,857
	fusione	5,766	6,848	8,395	7,779
Calorie di fusione calcolate		10,585	11,336	11,157	11,068

Le calorie di fusione calcolate si dedussero dalla media dei calori di fusione dei componenti col mezzo della formula:

$$c=\frac{pl+p'l'+p''l''+\dots}{p+p'+p''+\dots},$$

nella quale $p, p'\dots$ sono i pesi di ciascun componente dati dalla composizione percentuale ed $l, l'\dots$ i rispettivi calori di fusione. Si vede che i valori così calcolati non solo sono maggiori di quelli trovati esperimentalmente, ma lo sono anche della somma di questi con quelli dovuti al mutamento di costituzione. Per approfondire lo studio su tale soggetto, e cercare se esiste relazione fra i calori di fusione dei componenti e quello della lega, mi pare saranno opportune altre determinazioni sopra leghe meno complesse, del quale soggetto mi sto occupando.

Noterò come il Person (M. c.), colle esperienze di raffreddamento eseguite col metodo già rammentato, abbia ottenuto: per le calorie di fusione i valori: Lega Darcet 4,496; Lega Rose 4,687;

e per calore di cambiamento di costituzione (ottenuto per sottrazione dal calore totale determinato col calorimetro) i valori: Lega Darcet 3,148, e Lega Rose 2,8.

9° ***Osservazioni.*** — Confrontando per ciascuna lega la quantità di calore dovuta alla modificazione molecolare quale fu testè indicata, con quella dovuta allo stesso fenomeno e dedotta dalle esperienze di raffreddamento parziale con fusione, si trova in ogni caso questo secondo valore minore del primo. Da ciò possiamo conchiudere che, nello stato speciale in cui la lega si trova fra la temperatura di solidificazione e quella in cui avviene l'ulteriore modificazione molecolare, la sua costituzione non è stabile ma, anche senza raffreddarsi, va a poco a poco trasformandosi per raggiungere la struttura stabile che altrimenti raggiungerebbe sollecitamente a temperatura più bassa. Nella Wood, per esempio, il mutamento di costituzione deve essersi quasi compiuto dopochè la lega rimase 16 ore a 60°, poichè il calore dovuto ad esso si ridusse a circa $^1/_{10}$ del suo valore.

Egli è per questa ragione che, come già osservò il Person (M. c.) non si può determinare il calore di fusione delle dette leghe col metodo del calorimetro, non potendosi esse mantenere per un certo tempo a temperatura costante, poco inferiore alla loro temperatura di solidificazione, senza tema che nel frattempo, modificandosi, sviluppino calore.

Noterò che E. Wiedemann (1) con misure volumetriche, eseguite su leghe simili a quelle da me studiate, durante il loro riscaldamento e raffreddamento, giunse a conclusioni che, paragonate con quelle alle quali io pervenni colle misure termiche, condurrebbero a stabilire, che all'anormale arrestarsi del termometro corrispondono, un'anormale condensazione della lega nel caso del riscaldamento, ed un'anormale dilatazione nel caso del raffreddamento.

Terminerò riferendo un fatto da me osservato.

In alcune esperienze preliminari eseguite sulla lega Wood io avea osservato che, mantenendo il crogiuolo agitato durante il raffreddamento, lo sviluppo di calore dovuto al mutamento di costituzione avveniva ad una temperatura alquanto più bassa di

(1) Wied., *Ann.* III, 237 (1878).

quando il crogiuolo era in riposo. Questa osservazione mi indusse ad osservare se nelle altre leghe si verificasse un fatto simile: l'agitazione del crogiuolo l'otteneva unendo, con una funicella, una delle branche d'un diapason elettro-magnetico all'estremità libera dell'asta di ferro che sosteneva il tubo di vetro portante il crogiuolo. Oscillando il diapason oscillava pure il crogiuolo.

Per le tre prime leghe le determinazioni d'ordine dispari le feci col crogiuolo al riposo, le altre col crogiuolo in vibrazione; ma, nè le curve nè i calcoli, mi indicarono che in queste leghe avvenga un fenomeno simile a quello osservato nella Wood. Per quest'ultima lega invece, il fenomeno si ripetè abbastanza marcato. Su questa lega le determinazioni I, II, IV, e VI le feci col crogiuolo in riposo, le altre col crogiuolo in vibrazione; le curve dedotte dalle prime erano costantemente orizzontali a 28°, mentre quelle dedotte dalle altre lo erano a 25°.

L'agitazione del crogiuolo durante il riscaldamento non mostrò di avere alcuna influenza.

Dal Gabinetto di Fisica del R. Liceo ANNIBAL CARO
in Fermo, 1° Agosto 1881.

Il Socio Prof. Galileo FERRARIS presenta e legge la seguente sua Nota

SOPRA UN METODO

PER

LA MISURA DELL'ACQUA

TRASCINATA MECCANICAMENTE DAL VAPORE.

Nel n° 34 (24 agosto 1881), pag. 334 del giornale *Revue industrielle*, e nel n° 41 (9 ottobre), pag. 473, e tav. 84 degli *Annales industrielles* trovo descritto un apparecchio ideato dal sig. Brocq Ingegnere, e costrutto dai signori Guichard e Comp. di Parigi, avente per oggetto la misura della quantità d'acqua trascinata meccanicamente dal vapore.

Il principio del metodo è il seguente: Se una mescolanza di vapore e d'acqua vien fatta dilatare a temperatura costante, l'acqua in essa contenuta, di mano in mano che il volume va aumentando, passa allo stato di vapore, e la pressione rimane costante. Ma se, seguitando a far crescere il volume, si arriva ad evaporare tutta l'acqua, in modo che il vapore diventi secco, allora un ulteriore aumento di volume produce una corrispondente diminuzione nella pressione. La pressione comincia a diminuire quando l'aumento di volume è uguale al volume del vapore fornito da tutta l'acqua, che prima esisteva, allo stato liquido, nella mescolanza; e quindi l'aumento di volume necessario acciocchè la pressione cominci a diminuire sta al valore finale del volume come il peso dell'acqua, che era mescolata col vapore, sta al peso totale della mescolanza. Per determinare adunque la proporzione dell'acqua trascinata, basta poter misurare il rapporto di due volumi.

L'operazione da farsi è questa: isolare un volume conosciuto di vapore in un recipiente a pareti metalliche, avviluppato da una camicia di vapore che ne mantenga costante la temperatura; poi con un movimento abbastanza lento, perchè il calore somministrato dalla camicia di vapore possa mantenere costante la temperatura del vapore rinchiuso, far aumentare a poco a poco la capacità del recipiente, fino a tanto che un apparecchio manometrico applicato al recipiente medesimo avverta che la pressione del vapore rinchiuso incomincia a diminuire; misurare allora l'aumento di volume del recipiente e calcolare il rapporto tra questo aumento di volume ed il volume finale: questo rapporto è uguale al rapporto del peso d'acqua trascinato meccanicamente dal vapore a quello della mescolanza.

L'apparecchio si compone di una scatola di ferraccio, nella quale il vapore entra per una tubulatura a piattellina ed esce per un'altra tubulatura identica. Dentro a questa scatola, sull'asse della tubulatura d'ingresso, è situato un cilindro di bronzo del diametro interno di 40 millimetri e della lunghezza di 150 millimetri, nel quale entra, attraverso ad un bozzolo a stoppa, uno stantuffo a mazza (*plongeur*) del diametro di 25 millimetri e della lunghezza di 145. Questo cilindro è il recipiente a volume variabile, nel quale si deve fare espandere isotermicamente il vapore, e lo spazio, pieno di vapore, che rimane tra il cilindro e la scatola esterna, costituisce la camicia di vapore destinata a mantenere costante la temperatura durante l'esperimento.

Il cilindro interno, o d'esperienza, ha due aperture situate l'una nella base affacciata alla tubulatura della scatola esterna, per cui entra il vapore, e l'altra all'altra estremità, nella parete cilindrica, verso il basso, in vicinanza della tubulatura, per cui il vapore esce dalla scatola esterna. Queste due aperture, identiche, sono rettangolari, coi lati di 40^{mm} e di 12^{mm} e sono munite di registri, o valvole a cassetto, che si possono maneggiare simultaneamente per mezzo di un manubrio esterno. Con questi registri, che si aprono e si chiudono simultaneamente, si può riempire il cilindro di vapore, e poi isolare questo vapore dalla massa inviluppante, senza che nell'atto della chiusura si abbia nel cilindro alcuna compressione od alcuna espansione capace di alterare lo stato del vapore.

Lo stantuffo a mazza, col quale si fa variare la capacità del cilindro d'esperienza, si fa muovere per mezzo di una vite col

passo di 2^{mm}, 25, ben regolare, che si comanda dall'esterno mediante un volantino. L'aumento di volume si deduce dal numero dei giri del volantino.

L'apparecchio manometrico destinato ad avvertire l'istante, in cui la pressione nell'interno del cilindro comincia a diminuire, è costituito da una lastrina sottile, ondulata circolarmente, a contatto della quale, sulla faccia esterna, si porta una punta metallica elettricamente isolata dal rimanente dell'apparecchio. La punta viene messa in comunicazione con uno dei reofori di una pila, di cui l'altro reoforo è in comunicazione colla lastrina, e nel circuito è inserito un campanello elettrico. Stabilito il contatto tra la lastrina e la punta, il campanello entra in azione; ma appena una piccola diminuzione di pressione avviene nell'interno del cilindro, la lastrina, ripiegandosi, e distaccandosi dalla punta, rompe il circuito, ed il campanello si arresta. La lastrina sensibile ha il diametro di 36 millimetri. Un robinetto appropriato serve a mettere la sua faccia esterna in comunicazione coll'interno del cilindro, od a separarlo da questo.

Il processo di un'esperienza, quale è descritto negli articoli citati, è il seguente: Aperte le valvole a cassetto, si fa circolare il vapore nella scatola esterna e nel cilindro interno fino a tanto che l'equilibrio di temperatura sia stabilito. Si chiudono poi le valvole a cassetto, e si isola così un volume conosciuto (125 centimetri cubi) di mescolanza. Allora si gira la chiave di robinetto destinata a separare dalla capacità interna del cilindro la faccia esterna della lastrina manometrica, e si fa avanzare la punta isolata, finchè tocchi leggermente la lastrina, ed il campanello si metta a sonare. Si gira allora il volantino e si estrae così a poco a poco lo stantuffo dal cilindro. Appena il campanello s'arresta, si cessa di girare e si nota il numero dei giri fatti dal volantino.

L'importanza, che la misura dell'acqua trascinata meccanicamente dal vapore avrebbe nella pratica è grandissima, tale che fra i premii annualmente stabiliti dalla Società industriale di Mülhausen ne figura da molti anni uno destinato a quell'inventore che troverà un modo pratico ed esatto per eseguirla. L'importanza che un metodo comodo ed esatto per la misura del titolo del vapore avrebbe nella scienza è anche maggiore, perchè, quando un tale metodo si possedesse, sarebbe possibile uno studio spe-

rimentale di tutta quella parte della termodinamica che tratta dei vapori. Quindi una soluzione del problema ottenuta con un metodo così semplice, e così comodo, quale apparisce, al primo aspetto, quello che ora viene proposto, non può a meno di colpire, e di interessare vivamente quanti si occupano di macchine a vapore o di termodinamica pratica.

Sgraziatamente in ricerche di questa natura passa una grande distanza tra il combinare e proporre un apparecchio ed il fare effettivamente misure. Ed il problema, in sè semplicissimo, nella pratica si complica assai. Il fatto, che il premio della Società di Mülhausen non venne, in tanti anni, conferito, lo prova; ed io che da molto e per molto tempo ebbi ad occuparmi della questione, ed ebbi a lottare colle gravi difficoltà pratiche che essa presenta, sento il dovere di dirne qualche parola. Dopo la pubblicazione dell'apparecchio del Brocq, ed in attesa di quella, che sarebbe assai più importante, di risultati effettivi ottenuti col medesimo, io ho il dovere di far conoscere alcuni dei risultati che ottenni io stesso in una serie di esperienze che mi occuparono per poco meno di un anno, e che feci con un apparecchio fondato sul medesimo principio di quello di cui ho parlato, e ad esso molto somigliante. Pubblicando la descrizione del mio apparecchio ed i risultati delle mie esperienze, che avrei desiderato di non dover far conoscere prima che fossero migliori, io adempio al dovere di far presenti agli studiosi ed ai pratici le difficoltà che probabilmente essi incontreranno se vorranno porre in pratica il metodo di misura che loro viene proposto, e con ciò evitare qualche ricerca inutile, ed accelerare la soluzione effettiva dell'importantissimo problema.

Descrizione dell'apparecchio.

L'apparecchio, che servì alle mie esperienze, ha, come quello di cui ho parlato, lo scopo di isolare in un recipiente di volume conosciuto una porzione del vapore che si vuole esaminare, di farne aumentare il volume a temperatura costante finchè in esso si manifesti una diminuzione di pressione e di misurare l'aumento di volume necessario per ottenere questo effetto. Le figure 1, 2, e 3 lo rappresentano nella disposizione primitiva, colla quale esso venne costrutto sul mio disegno, nell'opifizio meccanico dell'Ing. Enrico a Torino. La figura 1 è una sezione orizzontale

passante per l'asse, la fig. 2 è una sezione verticale passante pure per l'asse, e la fig. 3 è una sezione fatta con un piano perpendicolare all'asse. Le tre figure sono nella scala di 1 : 4; in esse le medesime lettere sono apposte alle medesime parti.

Un cilindro di bronzo A, A, A (fig. 1, 2, 3) del diametro interno di 150 millimetri e della lunghezza, tra i due piani di giunto coi fondi, di 200 millimetri, costituisce l'involucro esterno dell'apparecchio. Due brevi e larghe tubulature *a a*, *a a* a piattellina (fig. 1 e 3) coll'asse perpendicolare a quello del cilindro e diametralmente opposte l'una all'altra, servono all'ingresso ed all'uscita del vapore. Per mezzo di queste due tubulature si può inserire l'apparecchio sulla condotta tra la caldaia e la macchina a vapore, e così si possono eseguire misure durante il lavoro regolare del motore; in questo caso l'involucro A A A costituisce un semplice rigonfiamento della condotta; e le sue dimensioni sono tali da non presentare restringimenti capaci di alterare sensibilmente la condizione del vapore. Quando non si voglia o non si possa inserire l'apparecchio sulla condotta di vapore, lo si può applicare direttamente al duomo della caldaia per mezzo di una delle tubulature, applicando all'altra un tubo di scarico munito di robinetto. In questo caso si può anche chiudere la seconda tubulatura con un disco cieco, e servirsi, per produrre la corrente di vapore necessaria pel riscaldamento dell'apparecchio e per la essiccazione del cilindro d'esperienza, del robinetto di scarico U (fig. 2), di cui diremo appresso.

Le due tubulature *a a*, *aa* hanno il diametro interno di 80 millimetri, e così possono servire anche per macchine di 20 cavalli. Qualora questo diametro fosse eccessivo, esso si ridurrebbe con anelli. I due fondi F, F′ (fig. 1, e 2), alquanto rigonfiati, del cilindro esterno A A A portano i bozzoli a stoppa *f*, *f′*, ed i sostegni *k*, *k′*. Il fondo F′ porta inoltre, all'interno, un'appendice tubulare C, venuta di getto con esso, e terminata da una piattellina. Quest'appendice, che serve a sostenere il cilindro interno d'esperienza, ha quattro grandi aperture circolari *c*, *c*, *c* destinate a lasciare liberamente circolare il vapore. Finalmente il cilindro A A A, è munito nella parte inferiore di un robinetto di scarico U.

Dentro all'involucro A A A, al centro del medesimo, e sul medesimo asse, è collocato un cilindro minore B (fig. 1, 2 e 3) pure di bronzo, del diametro interno di 80 millimetri e della

lunghezza, da p in r (fig. 1 e 2), di 65 millimetri. Esso è raccomandato, per mezzo di quattro chiavarde del diametro di 8 millimetri, alla piattellina dell'appendice cilindrica C del coperchio F', di cui si è parlato, e non ha alcun'altra comunicazione metallica coll'esterno. Attraverso ad un bozzolo a stoppa D*o* (fig. 1 e 2) entra nel cilindro B uno stantuffo a mazza, di bronzo, S, del diametro di 50 millimetri, il gambo G del quale esce fuori del cilindro esterno AAA passando pel bozzolo a stoppa *f*. All'esterno, in H, il gambo G è filettato, con verme quadro del passo di 2 millimetri; questo verme è tagliato lungo una generatrice, ed un coltello *t* (fig. 1), fisso sul sostegno *k* è impegnato nel taglio ed impedisce alla vite di girare. La madrevite è portata da un volantino V, con cui si può far girare, ma non può trasportarsi parallelamente all'asse della vite, perchè è trattenuta da una chiavettina *d* (fig. 1). Per tal modo, facendo girare il volantino V si può far avanzare o retrocedere lo stantuffo S, e fare con ciò variare la capacità libera interna del cilindro B; le variazioni del volume libero del cilindro B si possono valutare contando il numero dei giri del volantino. Per avere una maggiore approssimazione nella misura delle variazioni di volume, la periferia del volantino V è divisa in 40 parti uguali, e le divisioni vengono a passare davanti ad un indice fisso *i*.

Il cilindro B, collo stantuffo S, costituisce il recipiente a volume variabile, nel quale si dovrà isolare una porzione del vapore, di cui si vuole determinare il titolo, onde farlo espandere a temperatura costante. La costanza della temperatura, durante l'espansione del vapore rinchiuso, è assicurata dalla camicia formata dal vapore contenuto tra il cilindro d'esperienza B ed il recipiente esterno A. Per aumentare la superficie di trasmissione del calore dal vapore esterno al vapore rinchiuso, si è fatto lo stantuffo a mazza S vuoto, e si sono praticati nella sua base esterna diversi fori *s* (fig. 1 e 2) per mezzo dei quali il vapore inviluppante può penetrare nell'interno dello stantuffo, ed ivi circolare liberamente. Con questo artifizio si è inoltre evitato il pericolo, che il gambo GH togliendo calore allo stantuffo S ed irradiandolo all'esterno dalla porzione della sua superficie esposta all'aria libera, producesse nell'interno del cilindro B un raffreddamento sensibile, per cui si condensasse una porzione del vapore rinchiuso. Pel medesimo motivo si è cercato, nella disposizione e nell'unione dei diversi pezzi, di ridurre al minimo

la comunicazione metallica del cilindro d'esperienza B coll'involucro esterno A, e coll'esterno.

Per far entrare e circolare il vapore nel cilindro d'esperienza e per isolarlo in seguito dal vapore inviluppante servono due robinetti *b*, *b* (fig. 1 e 3) diametralmente opposti e collocati col loro asse sull'asse comune delle due tubulature *a a*, *a a* dell'involucro esterno. Quando l'apparecchio è inserito su di una condotta di vapore, i due robinetti *b*, *b* si trovano così situati sull'asse della vena fluida; se i due robinetti sono aperti, il vapore entra nel cilindro B e ne esce liberamente. I robinetti *b*, *b* si maneggiano dall'esterno per mezzo delle due impugnature W, W. Nel progetto si era pensato ad una disposizione, del resto facile ad immaginarsi, per muovere simultaneamente i due robinetti senza bisogno di adoperare le due mani; prima però di metterla in pratica, avevo desiderato di verificare coll'esperimento la sua importanza.

Per riconoscere il momento in cui la pressione nell'interno del cilindro di esperienza comincia a diminuire, l'apparecchio è munito di una disposizione manometrica ad indicazione elettrica. Un manometro ordinario, a mercurio o metallico, non avrebbe potuto convenire, non solamente per la difficoltà di ottenere una sufficiente sensibilità, ma soprattutto perchè col medesimo si sarebbe stabilita una comunicazione metallica, conduttrice del calore, tra il vapore soggetto all'esperienza e l'ambiente esterno.

La disposizione manometrica adottata è visibile nelle figure 1 e 2. Il fondo *r r* del cilindro d'esperienza è costituito da una lastrina sottile di ferro, nichelata sulle due faccie, e tenuta stretta tutto all'ingiro nella battuta d'unione tra il corpo cilindrico B e la piattellina dell'appendice cilindrica C. Questa piattellina si estende anche all'interno in modo da lasciare libera soltanto una apertura circolare con un diametro un po' minore di quello dello stantuffo S. Per tal modo, se si spinge lo stantuffo S fino al fondo del cilindro B, esso viene arrestato dall'orlo della detta apertura senza che v'abbia pericolo di esercitare sulla lastrina sottile *r r* uno sforzo capace di guastarla. In questa posizione dallo stantuffo, posizione rappresentata in figura, la lastrina sottile *r r* trovasi serrata tra la piattellina anulare C e la base dello stantuffo, ed è da quest'ultima sostenuta contro la pressione esterna. Quando invece lo stantuffo S è in un'altra posizione e non tocca la lastrina *r r*, questa, sottile e flessibile come è,

rimane piana soltanto se le pressioni sulle due faccie sono uguali, ma s'incurva verso l'interno del cilindro B, non appena la pressione nell'interno di questo sia minore della pressione esterna. La lastrina manometrica si potrebbe rendere più sensibile facendola ondulata circolarmente, però l'esperienza ha dimostrato che anche con lastrine piane la sensibilità è più che sufficiente; anzi dopo diversi esperimenti fatti con lastrine più sottili e di metalli diversi, si fu condottî ad adottare una lastrina di ferro non sottilissima, di un quarto di millimetro, e resa più rigida dalla nickelatura.

Col centro della faccia esterna della lastrina può portarsi a contatto un dischettino di platino (di 4^{mm} di diametro) saldato all'estremità di un filo di rame elettricamente isolato da tutto il resto dell'apparecchio. L'isolamento ed il movimento di questo filo di rame sono ottenuti nel modo seguente: Il filo di rame, che nelle figure 1 e 2 è rappresentato da una semplice linea nera, è coperto da due semicilindri di ebanite, punteggiati nelle figure. Il lapis così formato è cacciato a forza nella cavità di un tubo di bronzo $e\,e'$ del diametro esterno di 12 millimetri; il filo oltrepassa alquanto le due estremità del tubo: in e esso è protetto lateralmente dall'involucro di ebanite tagliato a punta conica, e si salda col dischetto di platino; in e' esso passa in un anello di ebanite e viene ad unirsi con un morsetto di ottone m. Il tubo di bronzo $e\,e'$ esce fuori del coperchio F' dell'involucro A A A, attraverso al bozzolo a stoppa f'; ed all'esterno è filettato con un passo di vite molto serrato. Una disposizione uguale a quella descritta pel gambo G H dello stantuffo impedisce alla vite forata $e\,e'$ di girare sul suo asse; può invece girare nel suo sostegno k' la madrevite, la quale è portata dal volantino v. Col movimento di questo volantino si può così far avanzare lentamente il tubo $e\,e'$, e con questo il dischetto di platino isolato, fino a portare quest'ultimo a leggero contatto colla lastrina manometrica $r\,r$. Al morsetto m si attacca uno dei reofori di un elemento di pila, di cui l'altro reoforo si stringe in un morsetto n (fig. 2) avvitato sull'orlo del fondo F', epperò in comunicazione metallica con tutta la massa dell'apparecchio, e quindi colla lastrina $r\,r$. Nel circuito della pila si inserisce un campanello elettrico, il quale entrerà in azione tutte le volte che il dischetto di platino toccherà la lastrina $r\,r$, e si arresterà tutte le volte che il contatto tra il dischetto e

la lastrina si romperà. Se, distaccato lo stantuffo S dalla lastrina *rr* in modo che questa resti libera, si gira il volantino *v*, e si fa avanzare il tubo *e e'* fino a tanto che il campanello entri in azione: il suono continuerà finchè le pressioni rimarranno invariate, ma si interromperà quando una diminuzione della pressione nel cilindro B farà incurvare la lastrina *r r* distaccandola dal dischetto di platino isolato.

Per lo scarico dell' acqua il cilindro d' esperienza B era munito, nell' apparecchio primitivo rappresentato nelle figure, di un semplice foro conico *x* (fig. 2 e 3) che si chiudeva con un tappo *x u* di bronzo maneggiabile col volantino *u*; la chiusura si rendeva ermetica per mezzo di un cappelletto di piombo applicato alla punta conica del tappo. Questa disposizione era stata prescelta collo scopo di diminuire, per quanto era possibile, le comunicazioni metalliche, conduttrici del calore, tra il cilindro di esperienza B e l'esterno; ma dopo le prime esperienze si riconobbe la necessità di munire il cilindro B di una chiavetta con cui esso si potesse aprire direttamente nell'atmosfera. Per mezzo di tale chiavetta riesce possibile una perfetta essiccazione dell'interno del cilindro B. Basta, per ottenerla, chiudere i robinetti *b b*, aprire il cilindro nell'atmosfera, e far circolare per qualche tempo il vapore all'esterno, tra il cilindro B e l'involucro A A A; l'interno del cilindro B si trova così alla pressione atmosferica, e ad una temperatura superiore a 100°; e tutta l'acqua che vi si può trovare si deve evaporare rapidamente.

Per fare una misura per mezzo dello strumento descritto, si opera così. Si comincia a far avanzare, per mezzo del volantino V, lo stantufo S finchè esso si appoggi colla sua base contro la lastrina manometrica *r r* e possa così sostenerla contro la pressione esterna. Allora si chiudono i robinetti *b*, *b* e si apre il cilindro B nell'atmosfera; poi si apre la presa del vapore. Il vapore, che arriva nell'involucro esterno A A A per una delle tubulature *a a* ed esce per l'altra, circola tutt'attorno al cilindro di esperienza B B e nell'interno dello stantuffo S, che, come si disse, è cavo, ed in breve riscalda l'interno del cilindro B fino alla propria temperatura. L'acqua, che si trova, in questo cilindro, si evapora rapidamente ed esce in gran parte nell'atmosfera; dopo qualche tempo il cilindro è perfettamente secco e non contiene che vapore soprariscaldato ed aria. Allora si chiude il robinetto di scarico, si aprono simultaneamente i due robinetti *b*, *b*; il vapore entra e

così nel cilindro B, e scaccia da questo il vapore soprariscaldato e l'aria che vi si trovavano; lasciando che esso circoli dentro al cilindro per qualche minuto, si è sicuri d'aver riempito il cilindro medesimo con vapore identico a quello della condotta. Fatto ciò, si fa dare qualche giro al volantinó V, onde distaccare lo stantuffo S dalla lastrina manometrica rr, che attualmente è ugualmente premuta sulle due faccie, e renderla libera; poi si chiudono simultaneamente i due robinetti bb, e si isola così il vapore contenuto nel cilindro B B. Si fa allora avanzare per mezzo del volantino v, il tubo ee' finchè il campanello elettrico entri in azione e ci avverta così che il dischetto isolato di platino tocca leggermente la lastrina rr. Appena questo succede, si cessa di girare il volantino v, si comincia a far girare il volantino V in modo da estrarre lo stantuffo S dal cilindro B, e così si continua finchè il campanello si arresti. Quando il suono si interrompe, si è avvertiti che la pressione del vapore rinchiuso nel cilindro d'esperienza ha cominciato a diminuire, e che quindi questo vapore è diventato secco. Allora si nota il numero dei giri e delle frazioni di giro indicato dall'indice i, e con questo numero si calcola il titolo del vapore.

Diciamo v il volume del recipiente B quando lo stantuffo è tutto introdotto e si appoggia sul fondo rr, ed u l'aumento di volume corrispondente ad un quarto di giro del volantino V; diciamo poi n_0 il numero di quadranti di cui il volantino V si è girato in principio dell'esperienza prima di chiudere i robinetti b, b, ed n il numero di quadranti letto al termine dell'esperimento; diciamo finalmente x il titolo del vapore, ossia il peso di vapore contenuto nell'unità di peso di mescolanze di vapore e d'acqua. I volumi del recipiente B in principio dell'esperimento ed al termine di questo sono rispettivamente $v + n_0 u$ e $v + nu$, e quindi si ha

$$x = \frac{v + n_0 u}{v + n u} ,$$

ossia

$$x = \frac{\frac{v}{u} + n_0}{\frac{v}{u} + n} .$$

Per far uso dell'apparecchio nelle misure basta adunque

avere determinato una volta per tutte il valore della costante $\frac{v}{u}$.

Il miglior modo di determinare la costante consiste nel pesare la quantità d'acqua necessaria per riempire il cilindro B quando lo statuffo è appoggiato contro il fondo, e quindi è $n=0$; e poi pesare le quantità d'acqua che bisogna aggiungere quando n prende una serie di valori dati. Una serie di esperienze fatte in questa maniera hanno dato pel mio apparecchio la costante

$$\frac{v}{u}=133,5 \ .$$

Per l'apparecchio che ha servito alle mie esperienze si ha adunque il titolo x del vapore colla formola

$$x=\frac{133,5+n_0}{133,5+n} \ . \qquad \ldots\ldots (1)$$

Il peso d'acqua trascinata meccanicamente per ciascuna unità di peso di mescolanza è, per conseguenza:

$$1-x=\frac{n-n_0}{133,5+n} \ ; \qquad \ldots\ldots (2)$$

ed il medesimo peso, espresso in centesimi del peso totale è:

$$100(1-x)=100\,\frac{n-n_0}{133,5+n} \ . \qquad \ldots\ldots (3)$$

Risulta da questa formola, che l'errore nel valore di x, corrispondente ad una divisione del volantino V, ossia ad un decimo di quadrante, è uguale a circa 0,0007; e che quello di 100 $(1-x)$ è circa 0,07, e che quindi lo sbaglio di una od anche di alcune unità nella lettura di n o di n_0 non produce nel risultato errori apprezzabili. Ora alcune esperienze fatte col cilindro B pieno d'aria hanno dimostrato, che in questo caso, anche per grandi valori di n_0, bastava sempre girare di una divisione il volantino per far tacere il campanello. La sensibilità della lastrina manometrica era adunque più che sufficiente.

Esperienze eseguite coll'apparecchio.

Coll'apparecchio che ho descritto feci parecchie esperienze nei mesi di maggio, giugno e luglio ora scorsi, e mi servii a questo uopo della caldaia di una locomobile esistente nella sezione delle macchine del R. Museo industriale italiano.

Siccome in questa macchina non esiste una condotta esterna di vapore dalla caldaia al cilindro, così dovetti accontentarmi di applicare l'apparecchio alla camera di vapore della caldaia, chiudendo una delle tubulature $a\,a$ (fig. 1 e 3) e servendomi, per farvi circolare il vapore nella operazione preliminare del riscaldamento, del robinetto di spurgo U (fig. 2), al quale applicai a quest'uopo un tubo che versasse il vapore fuori del locale. Questa disposizione non sarebbe stata la migliore per fare ricerche sulla caldaia o sulla macchina a vapore, ma poteva bastare al mio scopo, allo scopo cioè di vedere se l'apparecchio da me combinato potesse realmente servire nella pratica, con comodità e con sicurezza, per la misura dell'acqua strascinata. Nel caso poi che l'apparecchio avesse realmente servito, esso, anche installato così, avrebbe potuto indicare le variazioni del titolo del vapore dipendenti dalle variazioni del lavoro della macchina, e quelle che probabilmente avrebbero potuto dipendere dall'operare in vapore stagnante od in vapore effluente. Inoltre le esperienze avrebbero potuto mostrare se, e come il modo di condurre l'operazione influisse sui risultati, e quale fosse il miglior modo di sperimentare.

Una prima serie di esperienze che, più volte interrotta, durò tutto il mese di maggio, non condusse ad alcun risultato numerico di qualche valore, ma servì a suggerire qualche modificazione all'apparecchio e ad indicare qualche cautela necessaria pell'uso del medesimo. Nei primi giorni queste esperienze condussero dopo pochi tentativi ad adottare per la lastrina manometrica il metallo e le dimensioni di cui si è parlato più sopra. Ma superate le prime difficoltà derivanti dalla struttura di questa parte dell'apparecchio, le esperienze posero in evidenza altre difficoltà molto più gravi, di due delle quali debbo fare cenno, perchè sono esse che più di tutte complicano nella pratica il problema.

La prima difficoltà, a cui faccio allusione, si trovò nel rendere sufficientemente ermetica la chiusura tra il cilindro d'esperienza

e lo stantuffo. Per comodità di costruzione si era adottato per ottenere questa chiusura, un bozzolo a stoppe ordinarie D (fig. 1 e 2), ed in *o* si era posto la guarnizione di cotone imbevuta di grasso ordinariamente usata sulle macchine a vapore. Ma la chiusura, che a freddo era perfettamente ermetica, diventava imperfettissima non appena il vapore aveva cominciato a scaldare l'apparecchio, ed il grasso liquefatto, colava ad insudiciare il cilindro d'esperienza. Si provò ad adoperare stoppa asciutta, e si riuscì ad ottenere anche con questa una chiusura abbastanza buona, a freddo; ma nel vapore parve che questa non bastasse. In ogni caso poi a me parve che una chiusura a stoppa fosse inammissibile. Infatti la stoppa che è, verso l'esterno, sempre in contatto con vapore saturo ed umido, è continuamente bagnata, e, comunque compressa, può trasmettere per capillarità l'umidità fino nell'interno del cilindro di esperienza, e rendere così illusorii gli esperimenti.

La sola chiusura ammessibile in un apparecchio definitivo, destinato a servire correntemente nella pratica, è, a mio avviso, quella ottenuta con una guarnizione metallica senza grasso od altra materia lubrificante. Siccome però nei miei esperimenti, diretti unicamente a verificare la possibilità di fare misure pratiche servendosi del principio su cui l'apparecchio era costrutto, avrebbe bastato una disposizione provvisoria, così prima di modificare l'apparecchio per applicarvi la guarnizione metallica, provai una guarnizione di caoutchoux vulcanizzato e fortemente serrato. La cosa riuscì meglio di quanto io mi attendeva, e la guarnizione di caoutchoux mi servì abbastanza bene per tutti gli esperimenti.

La seconda difficoltà di cui debbo parlare, è molto più grave, e tale che io non oserei dire se con apparecchi analoghi al mio od a quello del sig. Brocq, senza complicazioni inammessibili nella pratica tecnica, sia possibile superarla. La difficoltà è quella di asciugare completamente l'interno del cilindro d'esperienza prima d'introdurvi il vapore, su cui si vuole sperimentare. Acciocchè dall'esperimento si possa dedurre il peso dell'acqua trascinata dal vapore, sospesa nel vapore, è assolutamente indispensabile che prima dell'esperimento la superficie interna del cilindro d'esperienza e quella dello stantuffo sieno non solo calde alla temperatura del vapore acciocchè non lo condensino, ma anche perfettamente asciutte, acciocchè non si valuti come trascinata dal vapore l'acqua che le bagna.

Nella descrizione dell'esperienza da farsi coll'apparecchio Brocq quale è esposta negli articoli della *Revue industrielle*, e degli *Annales industrielles* sopra citati, si legge: « *Prima del principio di un'esperienza, le valvole essendo aperte, si fa circolare il vapore nella scatola esterna e nel cilindro interno fino a tanto che l'equilibrio di temperatura sia stabilito. Si chiudono allora le valvole e si isola così un certo volume conosciuto di mescolanza, ecc.* ». Evidentemente, una esperienza fatta semplicemente così sarebbe completamente illusoria; è infatti impossibile che in una corrente di vapore saturo l'acqua aderente alle pareti si possa evaporare; ed in alcuni casi quest'acqua aderente alle pareti, evaporandosi quando il vapore rinchiuso, in grazia della espansione, è diventato soprariscaldato, può bastare non solo a falsare il risultato della misura, ma a riempire completamente, da sè, tutto quanto il cilindro. Siccome anch'io mi ero illuso non dando a questa considerazione l'importanza che essa ha, e quindi avevo creduto sufficiente munire il cilindro interno di un foro x chiudibile con un tappo, per lo spurgo, così ebbi modo di provare coll'esperienza tutta la verità delle considerazioni precedenti. E questo fu il principale risultato che ottenni nelle esperienze del mese di maggio.

Edotto da queste feci modificare l'apparecchio togliendo il tappo u, ed applicando al foro x un rubinetto atto a porre, quando è aperto, la capacità interna del cilindro d'esperienza in comunicazione diretta coll'atmosfera. Con l'aiuto di questo robinetto è possibile essiccare prima dell'esperimento il cilindro nel quale si deve isolare il vapore e farlo espandere isotermicamente: basta a quest'uopo aprire quel robinetto, mentre stanno chiusi i robinetti b, b, e far circolare per qualche tempo il vapore esternamente al cilindro; la temperatura all'interno del cilindro viene così elevata al disopra di 100 gradi mentre la pressione rimane uguale a quella dell'atmosfera, e tutta l'acqua che può esistere nel cilindro si deve evaporare. Il vapore soprariscaldato che rimane nel cilindro dopo questa operazione, quando si richiude la comunicazione coll'atmosfera, si può scacciare aprendo i robinetti b, b e lasciando circolare per qualche tempo il vapore nel cilindro.

Coll'apparecchio così modificato e colle cautele che ho indicate eseguii parecchi esperimenti, i risultati dei quali sono raccolti nelle tabelle seguenti.

Esperienze del giorno 14 *Giugno* 1881

N° d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	PRESSIONE in atmosfere	n_0	n	x	$100(1-x)$	Osservazioni
1	Macchina in riposo, nessuna presa di vapore	2,25	0,8	15,5	0,90	10	
2	id.	2	3,2	15,2	0,92	8	
3	id.	1,75	8,0	26,0	0,89	11	
4	id.	1,75	12,0	31,0	0,88	12	
5	id.	1,75	12,0	35,0	0,86	14	Nell'esperienza n° 5 si è lasciato la comunicazione coll'atmosfera aperta per brevissimo tempo.
6	id.	1,75	12,0	23,0	0,93	7	
7	id.	1,75	12,0	19,0	0,95	5	
8	id.	1,75	19,0	28,4	0,94	6	

Esperienze del 17 *Giugno* 1881

N° d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	Pressione in atmosfere	n_0	n	x	$100(1-x)$	**Osservazioni**
1	Motore fermo	2 ¼	13,0	13,6	0,995	0,5	
2	id.	»	13,6	13,9	0,998	0,2	
3	id.	»	13,9	14.4	0,996	0,4	
4	id.	»	12,0	12,7	0,995	0,5	
5	id.	»	12,7	13,4	0,995	0.5	
6	id.	»	13,4	14,2	0.996	0,4	
7	Motore con la sola trasmissione in moto	2	12,0	15,3	0,984	1,6	**Dopo l'esperienza 7ª non fu possibile rimettere la soneria in azione.**
8	id.	»	12,0	14,2	0,987	1,3	
9	id.	»	14,2	15,2	0,993	0,7	
10	id.	»	15,2	15,6	0,997	0,3	
11	id.	»	12,0	13,7	0,988	1,2	
12	id.	»	13,7	14,5	0,994	0,6	
13	id.	»	14,5	15,6	0,992	0,8	
14	Motore con tutte le macchine in moto	»	12,0	48,7	0,80	20	**Durante le esperienze 12, 15 e 16 la macchina camminava molto celeremente.**
15	id.	»	4,0	13,3	0,82	18	
16	id.	»	4,0	13,2	0,82	18	

Esperienze del 4 *Luglio* 1881.

N° d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	PRESSIONE in atmosfere	n_0	n	x	$100\,(1-x)$	Osservazioni
1	Motore fermo, scarico chiuso	2	9	16	0,953	4,7	Livello dell'acqua in caldaia a 6 centim. sotto del medio.
2	id.	»	16	25	0,943	5,7	
3	id.	»	25	37	0,930	7,0	
4	id.	»	37	42	0,971	2,9	Lettura incerta.
5	id.	»	5	7,7	0,980	2,0	
6	id.	»	7,7	9,5	0,987	1,3	
7	id.	»	9,5	10,2	0,994	0,6	
8	id.	»	10,2	18,3	0,947	5,3	
9	id	»	18,3	25,2	0,956	4,4	
10	id.	»	25,2	31,7	0,967	3,9	
11	id	»	31,7	40,3	0,951	4,9	
12	id.	»	40,3	46,9	0,963	3,7	
13	id.	»	46,9	54,7	0,958	4,2	
14	Motore fermo, scarico aperto, cosicchè la misura è fatta nel vapore effluente	1 $^3/_4$	5	9	0,972	2,8	
15		»	9	12,1	0,979	2,1	
16	id.	»	12,1	18,5	0,958	4,2	
17	id	»	18,5	25,3	0,957	4,3	
18	id.	»	25,3	33,1	0,953	4,7	
19	Motore, trasmissioni e macchina in moto	2 $^1/_4$	5	9,1	0,971	2,9	
20	id.	»	9,1	11,1	0,986	1,4	
21	id.	»	11,1	11,7	0,996	0,4	

(*Segue la* Tabella della pagina precedente).

N° d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	PRESSIONE in atmosfere	n_0	n	x	$100\,(1-x)$	**Osservazioni**
22	**Motore, trasmissioni e macchina in moto**	2 ¼	11,7	13,0	0,991	0,9	
23	**id.**	»	13	15	0,987	1,3	
24	**id.**	»	15	16,5	0,990	1,0	
25	**id.**	»	16,5	17,8	0,991	0,9	
26	**id.**	»	17,8	20,6	0,982	1,8	
27	**id.**	»	20,6	23,3	0,983	1,7	
28	**id.**	»	23,3	26,3	0,981	1,9	
29	**id.**	»	26,3	41,2	0,916	8,4	
30	**id.**	»	41,2	46,7	0,970	3,0	
31	**id.**	»	46,7	49,6	0,984	1,6	
32	**id.**	»	49,6	59,4	0,949	5,1	
33	**id.**	»	5,0	13,1	0,945	5,5	
34	**id.**	»	13,1	15,4	0,985	1,5	
35	**id.**	»	15,4	16,2	0,995	0,5	
36	**id.**	»	16,2	17,8	0,987	1,3	
37	**id.**	»	17,8	19,4	0,988	1,2	
38	**id.**	»	19,4	20,3	0,994	0,6	
39	**id.**	»	20,3	21,6	0,992	0,8	

Osservazione — Terminate le esperienze qui registrate, si riempì il cilindro di esperienza di vapore come per cominciare un nuovo esperimento. Si portò poi il dischetto di platino in contatto colla lastrina manometrica per mettere in azione il campanello elettrico, ma invece di muovere lo stantuffo per far crescere il volume del vapore rinchiuso, come negli altri esperimenti, si lasciò l'apparecchio a sè. Dopo circa mezzo minuto il campanello si arrestò.

Esperienze del giorno 14 *Luglio* 1881

N° d'ordine	CONDIZIONI dell' esperimento	PRESSIONE in atmosfere	n	n_0	x	$100(1-x)$	Osservazioni
1	Motore con le trasmissioni e le macchine in moto.	2	5	7	0,986	1,4	
2	id.	»	7	11	0,972	2,8	
3	id.	»	11	?	?	?	Si estrasse completamente lo stantuffo senza che si manifestasse una diminuzione di pressione.
4	id.	»	5	8,5	0,975	2,5	
5	id.	»	5	38,4	0,806	19,4	In questo esperimento non si aprì, per l'essiccazione, il rubinetto di scarico.
6	id.	»	5	9	0,972	2,8	
7	id.	»	5	7	0,986	1,4	
8	id.	»	5	10	0,965	3,5	

Dalle tabelle qui trascritte, le quali presentano riuniti i risultati genuini delle esperienze, senza esclusione di alcun esperimento e con tutte le annotazioni fatte sul luogo, è possibile ricavare qualche nozione sulla praticità del metodo e sul grado di attendibilità dei risultati che esso può dare.

Se si avesse riguardo unicamente ai risultati numerici, ai valori di x e di $100\,(1-x)$ registrati nelle tabelle, si potrebbe ritenere l'attuabilità del metodo, se non dimostrata, almeno non esclusa. Se infatti si fa astrazione da qualche risultato isolato il cui disaccordo coi vicini potrebbe attribuirsi alle imperfezioni della costruzione dell' apparecchio ed a circostanze accidentali, si vede che i numeri registrati si seguono per gruppi, in ciascuno

dei quali le differenze sono assai piccole. Le differenze poi tra i gruppi, le quali sono talora notevoli, si potrebbero facilmente spiegare per mezzo delle variazioni che realmente può aver subito il funzionamento della caldaia nel tempo trascorso tra gli esperimenti di un gruppo e quelli del gruppo successivo. Così per esempio nella tabella del giorno 14 giugno gli esperimenti 1, 2, 3, 4, 5 si accordano assai bene tra loro, e meglio ancora si accordano gli esperimenti 6, 7 ed 8. Così pure nel giorno 17 giugno tutti i 13 primi esperimenti indicano che durante i medesimi la caldaia somministrava vapore quasi perfettamente secco, cosa possibile, poichè, non lavorando la macchina, la produzione di vapore era pochissima. Ed i tre ultimi esperimenti, ossia gli esperimenti n° 14, 15, e 16 dànno, con minime differenze, una proporzione d'acqua trascinata di circa 18 per cento; cosa non inverosimile se si pensa che, come è detto nelle colonne delle osservazioni, durante questi esperimenti la macchina lavorava e camminava molto celeremente. Nel medesimo modo, troviamo nel giorno 4 luglio il gruppo delle esperienze n° 1, 2, 3, quello delle esperienze n° 4, 5, 6, 7, quello delle esperienze n° 8, 9, 10, 11, 12, 13, quello delle esperienze n° 14, 15, quello dei numeri 15, 16 e 17, ecc. i quali gruppi offrono numeri abbastanza concordanti. E finalmente nel giorno 14 luglio si trovarono in sufficiente accordo tutte le esperienze tranne la 5ª per la quale esiste nella colonna delle osservazioni una nota di cui dovrò discorrere più sotto.

Stando ai risultati registrati, l'errore medio di una determinazione del peso $100(1-x)$ di acqua sospesa in 100 unità di peso di mescolanza risulterebbe uguale a circa 2 pel gruppo delle prime 5 esperienze del 14 giugno, a circa 1 pel gruppo delle esperienze 6, 7, 8 del medesimo giorno, a 0,42 pelle 13 prime esperienze del 17 giugno, ed a 0,61 per le esperienze 8, 9, 10, 11, 12, 13 del 4 luglio. E questi numeri si potrebbero ritenere come abbastanza soddisfacenti, avendo riguardo alle inevitabili imperfezioni di un primo modello di apparecchio ed al grado di esattezza che comportano gli altri metodi adoperati, o proposti, per la misura dell'acqua trascinata.

Ma se si ha riguardo alle annotazioni, che accompagnano i risultati delle esperienze, si è condotti a credere che gli errori, di cui si è parlato, non sieno puramente errori accidentali di osservazione, e che non sia facile migliorare l'apparecchio in modo

da eliminarli completamente. In primo luogo noi troviamo nella colonna delle osservazioni della tabella pel 14 luglio due note apposte alle esperienze 3 e 5. La prima ci fa vedere che nel momento in cui si è eseguito l'esperimento n° 3 esisteva nel cilindro d'esperienza una grande quantità d'acqua, una quantità sufficiente per produrre un volume di vapore uguale o maggiore del volume del cilindro d' esperienza, e ciò ad onta di tutta la cura adoperata per fare preventivamente l'essiccazione di questo cilindro. La seconda poi dimostra in modo evidente la necessità del robinetto di scarico con cui la cavità del cilindro d' esperienza si può porre in comunicazione diretta coll'atmosfera durante l'operazione dell'essiccazione. bastò infatti l'aver ommesso di aprire questo robinetto, per far sì che la quantità d'acqua indicata dall'apparecchio, la quale nell'esperimento precedente era stata trovata uguale a 2, 5, e nell'esperimento successivo (6°) fu poi trovata uguale a 2, 8, salisse nell'esperimento 5° al valore 19,4. Da questo fatto e dal complesso delle mie osservazioni io mi trovo indotto a credere che un apparecchio come quello del Brocq, il quale sia privo di un mezzo per aprire il cilindro d'esperienza direttamente nell'atmosfera non possa servire a misure di sorta.

In secondo luogo dobbiamo notare l'osservazione che fa seguito al quadro delle esperienze del 4 luglio. Questa dimostra che, indipendentemente dall'aumento di volume ottenuto per mezzo dello stantuffo, la pressione del vapore soggetto alla esperienza andava gradatamente diminuendo. Tale fatto, che si osservò più d'una volta, può essere dovuto in parte alla imperfezione del robinetto di scarico, il quale lasciava forse sfuggire qualche piccola quantità di vapore; ma in parte anche poteva essere dovuto alla condensazione che il vapore rinchiuso subiva pel contatto colle pareti, certamente più fredde, del robinetto. Ora, se questa spiegazione è vera, il fatto in discorso mette in evidenza una difficoltà assai grave. È infatti difficile trovare una disposizione dell'apparecchio, semplice e pratica, la quale ovvii all'inconveniente accennato. E siccome abbiamo dimostrato poc' anzi essere necessario un robinetto di scarico aprentesi all'esterno, così si intravede la difficoltà grandissima di combinare un apparecchio capace di dare indicazioni veramente sicure.

Riassumendo, conchiudo che il descritto metodo di misura, benchè fondato su di un principio semplicissimo, non è finora riuscito, e non sarà forse mai pratico pei seguenti motivi:

1° Per la difficoltà di ottenere chiusure ermetiche;

2° Per la difficoltà di essiccare perfettamente il recipiente a volume variabile, prima dell'esperienza;

3° Per evitare le condensazioni dovute alla trasmissione del calore all'esterno.

Sono queste considerazioni quelle che già da qualche tempo hanno fatto dare alle mie ricerche un altro indirizzo; ed è per queste considerazioni che io credo che l'unico metodo, che oggidì possa dare indicazioni sicure, sia ancora quello calorimetrico di Hirn.

Dal Laboratorio di Fisica tecnica del R° Museo Industriale italiano, il 10 Dicembre 1881.

Nella seduta dell'11 Dicembre 1881 la Classe elesse a Socio nazionale residente il signor Dott. Angelo Mosso, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino. Questa elezione venne approvata con Reale Decreto in data del 25 Dicembre del medesimo anno.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Dicembre 1881.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 4 Dicembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Professore Luigi SCHIAPARELLI continua la lettura della sua Memoria:

CONSIDERAZIONI SUL GRADO DI CREDIBILITÀ DELLA STORIA DI ROMA NEI PRIMI TRE SECOLI DELLA CITTÀ

CAPITOLO III.

SOMMARIO. — § I. *Carattere d'incertezza dei primi secoli di Roma in ordine agli avvenimenti e cause del fatto.* — § II. *La tradizione orale in se medesima e nelle sue applicazioni. Teoria di Newton e di Volney.* — §§ III e IV. *Odio alla monarchia, vanità nazionale dei Romani. patriottismo esagerato e conseguenze del medesimo.* — §§ V-VII. *Se i Romani prestassero fede a quelle narrazioni.* — §§ VIII-XI. *Livio, Polibio, Cicerone e Dionisio.* — §§ XII e XIII. *I documenti di varia natura esistenti al tempo degli annalisti e degli storici avrebbero potuto giovare per un grande lavoro critico.* — §§ XIV e XV. *Questo non venne fatto e neppure Varrone lo compiè.* — §§ XVI-XIX. *Conclusioni sul grado di credibilità della storia dei primi secoli di Roma in ordine ai fatti e in ordine alle istituzioni.*

§ I. Dalla ordinata e possibilmente esatta esposizione fattasi dei documenti storici di varia ragione, che pervennero più o meno autentici agli annalisti del VI secolo di Roma ed agli storici dei secoli seguenti, ci sembra di dover necessariamente dedurre due osservazioni di fatto, e due massime o conclusioni di capitale importanza, le quali ci possono servire di norma a stabilire il carattere e il grado di credibilità della storia primitiva di Roma, specialmente del periodo che corre dalla fondazione della città alla invasione dei Galli Senoni (1 d. R. a 365). Di queste una, essenzialmente negativa, riguarda gli avvenimenti, l'altra, relativamente positiva, le istituzioni; ed entrambe al primo aspetto hanno l'apparenza di un vero paradosso e di una manifesta contraddizione, ciò che non è. Studiamoci di chiarirne le ragioni cominciando dalla prima.

In ordine ai fatti, ci sembra oramai incontestabile, dopo le cose dette fin qui, che i documenti scritti relativi agli avvenimenti contemporanei o quasi contemporanei ai medesimi, pel periodo anteriore all'incendio gallico, non potevano essere numerosi per l'uso ristrettissimo della scrittura, di cui abbiamo parlato a suo luogo (Capo I, §§ XIV e XV); e che *per le conseguenze di quella catastrofe* pochissimi pervennero intieri ed autentici agli annalisti del secolo VI a. C. prima del quale, Roma, non ebbe assolutamente scrittori di storia o d'annali storici. Inoltre quei pochissimi documenti riguardano fatti isolati, i quali potevano essere insieme storicamente ordinati solamente coll'aiuto della tradizione orale; la quale, passata di generazione in generazione sopra un ponte di parecchi secoli, senza essere corretta da documenti scritti *(che per quel periodo rispetto ai fatti mancavano quasi assolutamente)*, doveva finire per dare ai più dei medesimi, che non rimanevano dimenticati, un aspetto così diverso dal primitivo, e sfigurarli per modo da non più rappresentarne la verità che in minima parte, da poche eccezioni in fuori.

Quindi il carattere di somma incertezza, che i critici attribuiscono alla storia dei primi secoli di Roma, attaccandone la credibilità, rispetto ai fatti ha fondamento pella scarsità dei documenti, nell'indole stessa degli avvenimenti, e nel modo per cui passarono alla posterità, innanzi di essere registrati dagli scrittori che primi li raccolsero e li ordinarono (1). E ci restringiamo qui specialmente ai fatti dei primi secoli della città, esclusine quelli che sono anteriori alla sua fondazione; pei quali, crescendo la distanza dei tempi, crescono in proporzione i difetti della tradizione orale. *La venuta di Enea nel Lazio*, ad esempio, sale a poco meno di un millenio oltre al tempo dei primi annalisti romani, e ognuno può facilmente giudicare la fede, che puossi avere nella tradizione orale di un millenio. A proposito della quale ci paiono mirabilmente opportune alcune considerazioni di due illustri moderni.

§ II. *Newton*, il cui nome solo è un elogio, nella sua *Cronologia delle antiche monarchie* (2) proponeva il termine di 80 a 100 anni alla durata della tradizione orale in un popolo, presso cui non sia in vigore l'uso della scrittura; e *Volney* affermava

(1) LEVESQUE, *Doutes, conjectures et discussions sur différents points de l'histoire romaine. Mémoires de l'Institut,* vol. II, pag. 307 e seguenti, e più ancora nella sua *Histoire critique de la République romaine.* Paris, 1807, nella prefazione.

(2) NEWTON, *The Chronology of ancient.* Kingdoms, 1728; Introduction.

che fra le *Pelli rosse e gl'indigeni dell'America settentrionale* non si era riusciti ad accertare veruna tradizione, che salisse oltre un secolo (1), osservazione questa, che sarebbe una prova di fatto concludentissima della teoria di Newton. Avviene generalmente fra i popoli, privi della scrittura, che i figliuoli si rammentano molto bene del padre e per lo più anche dell'avolo; ma degli altri antecessori poco o nulla si ricordano o si curano, così che, la *tradizione puramente orale nelle famiglie*, rispetto ai fatti, non dura generalmente più di un secolo, fatta rara eccezione di avvenimenti pubblici di universale interesse (2).

La massima di *Newton* e *Volney* crediamo applicabile per Roma, in ordine ai fatti anteriori alla fondazione della città con piccola riserva, ma non ugualmente rispetto agli avvenimenti posteriori; trattandosi di un popolo, già ordinato in società politica civile e religiosa, fra il quale l'uso della scrittura era raro bensì, ma praticato certamente almeno nei collegi sacerdotali, specialmente dai Pontefici; i quali, oltre al privilegio di custodire *i fasti, i commentari dei re e dei magistrati*, di conservare e interpretare le massime di *gius* civile, avevano lo speciale mandato di registrare gli avvenimenti pubblici di maggior importanza (3). Appresso un tal popolo la tradizione orale medesima dura certamente più d'un secolo, specialmente quando trattasi di grandi avvenimenti pubblici, che hanno qualche relazione con monumenti anche privi di indicazioni scritte, come alcuni fatti della monarchia, già accennati. E quindi ci pare poterne inferire, che la ricordanza di parecchi casi particolari presso i Romani, col solo aiuto della tradizione orale, potesse arrivare fino agli annalisti per un intervallo più lungo di un secolo, anche per fatti anteriori all'incendio gallico; e per le memorie generali salire assai più alto e giungere facilmente al principio della repubblica ed agli ultimi periodi della monarchia, come quelle, di cui esistevano indicazioni e documenti indiretti non interrotti.

§ III. L'*interrè*, ad esempio, dignità conservata fino al termine della repubblica (4), ed altre cariche che avevano appartenuto alla monarchia elettiva, bastavano a ricordare l'esistenza di quel

(1) Cornewall-Lewis, *Treatise on the methods of observation and reasoning in politics*. London, 1852, vol. I, p. 318 e seg.

(2) Idem. *En enquiry*, ecc. vol. I, pag. 108, nota 3.

(3) Vopisco, Nella vita dell'imperatore Tacito « *Pontifices, penes quos scribendae historiae potestas fuit.*

(4) Becker, vol. II., pag. 299-309. — Cornewall-Lewis, I, p. 111.

periodo, rammentato eziandio dal *rex sacrificulus*, incaricato dei sacrifizi una volta riservati ai re; dalle *insegne istesse dei consoli, dei dittatori e dei pretori; dai littori, dai fasci* e da somiglianti cose, evidentemente derivate dai monarchi e non mai andate in disuso.

D'altra parte l'odio intenso e inesorabile contro la monarchia, che dimostrarono sempre i Romani fino al termine della repubblica era così universale, immediato e violento, che il solo sospetto di volerla ristabilire costò la vita a molti illustri cittadini, e ne fu vittima lo stesso *Giulio Cesare*, di tutti il più grande, come uomo politico ben inteso, non come cittadino e uomo privato (1); sicchè Augusto medesimo si guardò bene dallo assumerne il titolo o vestirne le insegne, quantunque nel fatto ne riunisse in sè solo tutta l'autorità. Le statue istesse degli otto re, state innalzate in Campidoglio, ricordavano certamente e in modo solenne la monarchia; mentre quella di Bruto, colla spada sguainata in mezzo a loro, attestava non meno solennemente le ragioni, per cui l'avevano abolita, e il modo con cui ciò avevano fatto, quantunque nulla provi che quelle statue fossero veramente contemporanee o quasi contemporanee a quel fatto (C. II, § IV).

Ma non perdiamo di vista, che queste memorie generali riguardavano le istituzioni più ancora che i fatti particolari; i quali ultimi rimanevano bene spesso abbandonati intieramente alla opinione popolare, soggetta per indole sua propria ad ampliamenti, modificazioni e abbellimenti della fantasia del volgo, non meno che alle falsificazioni interessate della vanità nazionale e di quella del senato, dei collegi sacerdotali e delle famiglie illustri in particolare. Perciocchè i documenti istessi, che alcuni di quei fatti attestavano, non potevano ricevere interpretazione o dichiarazione, e tanto meno collegamento ordinato fra loro, che dalla tradizione orale; la quale finalmente fu dagli scrittori raccolta, foggiandola essi pure secondo gli interessi e le mire individuali o della parte politica o dell'età a cui appartenevano. La plebe romana, ad esempio, fu quasi sempre calunniata nelle memorie e nelle tradizioni raccolte dagli scrittori; perchè quelle e questi appartenevano per lo più al partito dei patrizi e dei nobili, come furono esagerati i torti e diminuiti i meriti di Tarquinio Superbo per lo stesso motivo.

§ IV. Non havvi poi alcun dubbio che la storia tradizionale di Roma fu spesso sistematicamente alterata e falsificata dallo spirito

(1) Veggasi SVETONIO nella *Vita di G. Cesare*.

di vanità e d'orgoglio municipale più ancora che nazionale dei Romani: il quale si manifesta non solo col far considerare come grandi cose piccoli avvenimenti, ma nel trasformare in fatti gloriosi gli umilianti, cambiando le disfatte in vittorie, come l'invasione etrusca rappresentata da Porsena e quella dei Galli Senoni. Ogni leggiero vantaggio, riportato su qualche città dei popoli confinanti, era una vittoria decisiva e universale su ciascuno di quei popoli: i quali ciò nondimeno poco di poi ricompaiono pieni di forza e mettono in pericolo la romana potenza, e ciò in un medesimo scrittore, a poche pagine di distanza. L'esagerato patriottismo dei Romani non consentiva, che rappresentassero mai nelle conclusioni della guerra la parte di vinti; e quando pure, nelle lunghe lotte con uno stesso potente nemico, non potevano celare le sofferte sconfitte, le velavano però in termini che facevano sempre volgere in danno del nemico l'esito finale della guerra, come nel fatto obbrobrioso delle Forche caudine: perciocchè nella tradizione i Romani non firmavano mai la pace con alcuno, se non erano vincitori. Lasciamo che nella narrazione non facevano mai verun conto della parte nemica, e che non scrivevano, si può dire, che la metà della storia di quelle militari spedizioni. Per simil guisa il sentimento religioso popolare e la dignità del Senato, non ammettevano che i Romani avessero mai intrapresa veruna guerra per ambizione o avidità di conquista, ma sempre nell'interesse della giustizia, in difesa propria o degli alleati. Che anzi, dopo avere esauriti i tentativi di pacifico componimento, ogni spedizione militare era prima approvata dal consentimento delle loro divinità, che non mancavano mai di trovare giusto ciò che al Senato tale pareva, o conveniva che paresse *approvato dagli Dei.*

Eppure è questa la parte della primitiva storia romana, che maggiormente interessa la generalità dei lettori, e più vivamente colpisce l'immaginativa dei giovani delle nostre scuole col racconto delle guerre e delle paci, delle battaglie e dei fatti parziali, relativi agli illustri cittadini romani: e che, ordinata in forma prammatica con molte particolarità, dà alla storia romana dei primi secoli una vitalità e un interesse direi quasi drammatico, specialmente nella splendida narrazione di Livio e nel minuto racconto stesso di Dionigi.

§ V. Ma gli antichi Romani *(sostengono i partigiani della credibilità assoluta della storia di quel periodo)*, considerarono sempre tutta quella storia tradizionale come vera; e se tale la credevano essi, che più di noi erano interessati a conoscere la verità di quei fatti, e avevano maggiori mezzi di accertarla, essendo molto

più prossimi a quelli nell'ordine dei tempi, perchè vorremo noi negarvi fede? La risposta è facile e recisa a parer nostro. Se parlasi del volgo romano anche dei tempi posteriori al VI secolo della città, contemporanei ai primi annalisti e agli scrittori, redattori definitivi di quella storia primitiva di Roma, ammettiamo senza riserva che la credevano. Ma quale autorità può dare a qualsivoglia narrazione la fede del volgo in generale, e quella del romano in particolare?

La plebe romana, come le plebi dei tempi moderni, delle quali era ancora più ignorante e superstiziosa, credeva ben altre cose, che pure niun uomo di senno vorrebbe affermare, non dirò per vere, ma solo probabili e talora anche possibili. Poichè a questa stregua tutta la romana mitologia diventa storia veridica; e i *fasti di Ovidio* sono altrettanti libri storici di cose avvenute in tutte le loro particolarità. Allora *Romolo* e *Remo* sono veramente figli di Marte, allattati da una *lupa* e nutriti da un *pico; l'assunzione di Romolo* al cielo è un fatto storico; *Egeria* diventa la consigliera di Numa; gli *Orazi e i Curiazi* sono nati ad un corpo nel medesimo giorno, da due sorelle, esse pure gemelle (1); e così dicasi di quella serie innumerevole di miti etiologici e di leggende, di cui è piena la storia primitiva e tradizionale del popolo romano, da *Evandro* ad *Enea* fino alla *battaglia del lago Regillo*, anzi fino alla *invasione gallica*, già in parte da noi ricordati, e che si possono leggere raccolti in *Dionisio*, e nei libri che possediamo dei *fasti d'Ovidio;* i quali miti e leggende diventerebbero storia solamente perchè il volgo e il popolo romano vi prestavano fede (2).

§ VI. Crederei mancare a me stesso ed alla gravità della storia se mi trattenessi a confutare somiglianti assurdità, già notate di questo difetto dagli antichi medesimi, molto prima che i critici moderni venissero colle loro osservazioni a collocarli fra le favole. Poichè, se da codesti supposti fatti togliesi il *mito*, poco o nulla rimane, e il mito mai non fu storia nè mai lo sarà. È egli forse storico per gli uomini ciò, che è impossibile nell'ordine naturale delle cose umane, e contraddice al giudizio della ragione ed alle leggi eterne della natura, solo perchè il volgo vi presta fede? E quando anche parecchi di quei pretesi avvenimenti fossero possibili nell'ordine naturale, basterebbe forse la sola possibilità ed anche la probabilità a cambiarli in istoria, quando ne manchino le testimonianze

---

(1) DIONISIO, II: i *Fasti* d'OVIDIO.
(2) DIONISIO, III, 13; IV, 7, 30, 34, 64, 68, ecc.; LIVIO I, 34, 35, 46, ecc.

estrinseche, senza cui non havvi storia, veramente degna di questo nome? Con tale massima qualunque invenzione verosimile potrebbe essere considerata come storica per la sola considerazione, che non è impossibile ed anche non improbabile in determinate circostanze.

§ VII. Questo scoglio della storia tradizionale di Roma avevano già veduto gli annalisti del VII secolo, e creduto di evitarlo col dare alla narrazione un aspetto di verosimiglianza, cambiando *la lupa di Romolo in una donna di mal costume, i figli di Tarquinio Prisco in nipoti*, e così di altri racconti, la cui assurdità balzava agli occhi della mente d'ogni lettore un po' riflessivo. Ciò avevano già provato di fare *l'annalista L. Calpurnio Frugi* contemporaneo dei Gracchi, *lo storico Dionisio* del sec. VIII, ed altri scrittori romani e greci, che di quelle narrazioni fecero menzione (1). E se parecchi nol tentarono pure, ne fu causa principale la convinzione che non valesse la pena di occuparsene: e che era meglio lasciar correre quelle tradizioni, quali erano pervenute ai loro tempi, senza modificarle. Ma è di una evidenza incontestabile, che con questo sistema di simbolismo e di riduzione si fabbrica la storia e non si scrive: e invece di recarvi maggior certezza e perspicuità, vi si apporta confusione ed oscurità ancora più grande, non essendo mai stato, e non potendo mai essere un somigliante processo conforme alle leggi supreme e inviolabili della critica storica, tantochè il fermarvisi maggiormente mi parrebbe una vera perdita di tempo, ed opera al tutto oziosa ed inutile.

§ VIII. Le osservazioni stesse di *Pisone Frugi* e di *Dionisio* sono poi una prova, che se il volgo prestava fede a quelle narrazioni tradizionali, non ve la prestavano ugualmente le persone colte e gli scrittori medesimi in generale; e saremmo infiniti, se volessimo inserire in questa parte della nostra lettura, le citazioni degli scrittori romani e greci, che non solo gettano il dubbio, ma negano evidentemente ogni credibilità a molti fatti in particolare, ed in generale a tutta la storia dei tempi primitivi (2). Polibio accusa in termini espliciti e senza riserva di studiata ed utilissima *invenzione* tutto il sistema delle credenze religiose di Roma, le quali hanno pure

(1) DIONISIO IV, §§ 7, 30 e seg. 64, 68. LIVIO I, §§ 34, 35, 46, ecc. L. VALLA, *Duo Tarquinii, Lucius ac Aruns, prisci Tarquinii filii ne, an nepotes fuerint adversus Livium disputatio*. Lugduni Batavorum, 1542, p. 363 e seguenti.

(2) LANCELLOTTI, *Farfalloni storici*, Venezia, 1675.

tanta parte nella sua storia e nella grandezza della medesima. Livio fin dal principio delle sue storie premunisce i suoi lettori contra la parte non credibile del suo racconto con questa testuale dichiarazione: « *Quanto alle tradizioni, che di molto o di poco precedettero la fondazione della città di Roma, più chiare e note per poetiche favole che per incorrotti documenti, è mio pensiero nè accreditarle, nè confutarle. Usasi questa indulgenza alla antichità, che, mescolando le divine cose alle umane, rendere possa più augusti i principii delle città. E se vi ha popolo, cui debba esser lecito far sacra l'origine sua, e chiamarne autori gli Dei, tale è nelle armi la gloria del popolo romano, che, vantando Marte per padre e padre del suo fondatore, tutte le nazioni il sopportano di buon grado, come ne sopportano l'impero. Qualunque per altro esser possa il giudizio o la censura su tali e simili cose, non ne terrò, a dir vero, gran conto* (1) ».

§ IX. Nè egli ragiona diversamente sopra cose avvenute, o almeno come tali ricordate nella metà del IV secolo di Roma, e di poco anteriori all'incendio gallico, dove, parlando dell'assedio di Vejo, così si esprime: « *S'inserisce a questo luogo una storiella, ecc. . . ma, in cose così antiche (a.* 359 *d. R.) io mi dichiaro soddisfatto se si ritenga per vero ciò solamente che è verisimile. Così fatte storie, più atte alla scena del teatro, amante del maraviglioso, che degne di fede, non meritano di essere, nè accreditate nè confutate* (2) ».

Quintiliano osserva, che *Livio dubita spesso, anzi spessissimo di ciò che narra egli medesimo,* ricusando di farsi mallevadore della verità: e mostra in più di un caso un vero scetticismo, rimettendo ogni fede nella autorità degli annalisti e degli storici che egli compendiava o amplificava nelle sue storie; e confessando talvolta in termini espliciti, che anche su parecchi racconti del IV secolo doveva contentarsi della tradizione popolare, non essendovi mezzo di investigare la verità (3).

Nè puossi trarre argomento contrario dal non avere egli contraddetto, ed espressamente negato e confutato quei fatti, e distrutto come erronee le popolari religiose credenze, che invece riveste di splendida forma letteraria, e mette con ciò stesso in maggior

(1) LIVIO, nella prefazione.
(2) Libro VI, §§ 5-6.
(3) *Idem,* lib. IV, § 31; VII, 6.

credito ed evidenza. Poichè, se egli avesse così operato, avrebbe fatto cosa sommamente impolitica e contraria all'obbligo di ogni buon patriota romano, come già si è osservato (C. I, § IX). Poichè, formando quelle stesse superstiziose credenze uno dei principali fondamenti della romana potenza, era un cospirare manifestamente alla loro demolizione, col negarle e combatterle, come aveva sapientemente osservato Polibio, nel rimproverare quelli appunto, che nella crescente coltura di Roma ne avevano dato primi l'esempio o lo imitavano, e rendendone ampia ragione.

E sebbene Polibio parli in quel luogo più specialmente delle credenze religiose, alle quali egli stesso, uomo greco, non prestava fede, è però evidente, che la sua osservazione abbraccia anche buona parte delle tradizioni politiche, le quali nella storia dei primi secoli di Roma erano sempre strettamente con quelle connesse, e talvolta al tutto inseparabili. Orazio è del medesimo avviso: e già si è detto, che egli considera come causa di grave danno e pericolo l'abbandono delle convinzioni e del culto religioso; errore, di cui quel grande poeta incolpa se medesimo, come seguace delle dottrine di Epicuro (1). Che più? Giulio Cesare stesso, non contento di voler essere considerato di stirpe divina, non saliva ginocchioni a grande fatica i gradini del tempio della Triade capitolina, *coram populo?* Tuttavia era tale la forza della verità e della evidenza, che, anche non volendo ciò fare, Livio lasciasi sfuggire più di una volta espressioni e concetti, i quali provano in modo assoluto la pochissima sua fede nella credibilità della storia tradizionale romana fino all' incendio gallico; mentre *Cicerone* mostra in più luoghi un vero *scetticismo*, e mette in ridicolo parecchie di quelle antiche credenze, ora chiamando *favole* o *novelle le leggende di Romolo*, dichiarandole *un' invenzione sapiente dei maggiori*, ora chiamando *favola* quanto si narrava di Alba, anteriore alla sua distruzione; talvolta burlandosi del *bastone augurale di Romolo*, dell'*apoteosi* di lui e della sua *apparizione* a *G. Procolo*, dei colloquii di *Egeria* e di simili tradizioni; e tuttalpiù consiglia a crederle perchè non vi è pericolo per l'altra vita, se questa vi è (2).

§ X Livio lo dimostrò poi col fatto istesso, collo avere desti-

(1) *Parcus deorum cultor*, ecc. Ode XXXIV del libro I.

(2) Cicero, *De republica*, II, 2, 18: *De legibus* I, 1-2, II, 38. Vannucci, nel principio del secondo libro, vol. I, pag. 379; e specialmente Lakmann, I, pagina 49 e 109.

nato un solo dei 142 libri della sua Storia (1) al periodo della monarchia di 244 anni, e appena quattro libri al periodo della repubblica fino all'incendio, di 120 anni, mentre ne diede ben 137 al resto della sua storia, che comprendeva un intervallo minore di quattro secoli; in una parola, al periodo della storia tradizionale di Roma fino all'incendio, di 364 anni destinò appena cinque libri, e ne assegnò centotrentasette a quello, che dalla ricostruzione della città va fino all'anno 745 della sua fondazione, che è quello della morte di *Druso*, con cui terminava, e contiene la storia di soli 381 anni, quindici di più del primo periodo. La spiegazione di questo fatto singolare la dà Livio medesimo in termini chiarissimi nel principio del sesto libro già testualmente riportato (capo I, § XVI, nota 1), ed a cui ci riferiamo intieramente a conferma di quello, che si è testè accennato sulla opinione di quel grande scrittore intorno alla credibilità della storia romana fino all'incendio; e che, se non è scetticismo assoluto, è qualche cosa che molto gli somiglia.

Polibio stesso, benchè vissuto quasi un secolo prima, cominciò la sua storia generale dalle guerre puniche, e i principii e gli ordini di Roma primitiva comprese in pochi paragrafi del libro VI, che sventuratamente andarono per noi in gran parte perduti. *Crispo Sallustio* poi, prima di por mano alla storia romana che meditava di scrivere e che riguardava essenzialmente i suoi tempi, per l'età anteriore si fece fare un sommario degli avvenimenti, riservandosi a torne ciò che gli piacesse (2), e *Tacito* negli annali se ne libera con due paragrafi del libro primo.

§ XI. Questo significa, in altri termini, che i più illustri scrittori di cose romane, consideravano gli avvenimenti della monarchia e del primo secolo della repubblica fino all'incendio, comprese le origini, come una *introduzione alle loro storie;* nella quale compendiavano sommariamente la fama volgare e la narrazione tradizionale, nella cui verità però mostravano con quel fatto medesimo di aver poca o nessuna fede. L'esempio contrario di *Dionisio* ha la sua ragione e la sua spiegazione nel falso sistema propostosi da quello scrittore,

---

(1) Volgarmente scrivono solo 140: ma è noto che ci mancano gli epitomi del libro 136 e 137, V. LAKMANN e NIEBUHR.

(2) *Attejus philologus libertinus....* coluit familiarissime Sallustium, quem, historiam componere aggressum, instruxit breviario rerum omnium romanarum, ex quibus quas vellet eligeret.

che era di voler provare che a Roma, *uomini, cose, istituzioni e colture furono da principio di origine assolutamente ellenica* (1).

§ XII. Noi vogliamo tuttavia abbondare ed essere generosi coi propugnatori della credibilità assoluta dei primi secoli della storia romana collo ammettere, che malgrado la penuria e la brevità degli scritti nel periodo anteriore all'incendio gallico, e le conseguenze incontestabili e deplorevoli di quella catastrofe non negata da alcuno, esistessero pure nel secolo VI, VII e VIII della città elementi bastevoli per compilare in buona parte la storia della monarchia e del primo secolo della repubblica, anzi fino al tempo della prima guerra punica, il che è dire al termine del V secolo di Roma. Ammettiamo che, oltre ai documenti incisi e scritti conservatisi a stento o ristaurati con diligenza, di cui abbiamo fatto singolare menzione, altri ve ne esistessero, di cui non troviamo cenno negli antichi scrittori, ma che pervennero per avventura ai primi annalisti ed agli storici romani; tanto più che documenti di ogni ragione, di cui parecchi d'indole eminentemente storica, trovavansi raccolti nel tabulario del Campidoglio, dove potevano essere stati copiati o consultati dai primi annalisti, come lo furono da Polibio rispetto ai trattati di Roma con Cartagine. anteriori alle guerre puniche.

§ XIII. Concediamo inoltre che le città finitime ai Romani avessero esse pure i loro archivii e le loro memorie, nelle quali potevano, anzi dovevano naturalmente trovarsi notizie dirette o indirette sulle cose della repubblica romana in ordine ai vincoli ed alle relazioni internazionali che avevano avute con quella; ed alcune indicazioni eziandio, che direttamente riguardavano il periodo della monarchia, come, ad esempio, quelle su *Celio Vibenna e su Mastarna* già ricordate e confermate dalle ultime scoperte nelle necropoli di Vulci (2). La quantità medesima dei documenti storici, che si supponevano salire fin quasi ai primordii di Roma, e che dicemmo periti nel secondo incendio del Campidoglio nel principio del secolo IX della città, la accettiamo, come argomento di credere, che grande abbondanza di somiglianti documenti doveva conservarsi pure nel Campidoglio prima

---

(1) DIONISIO, libro I, § 1 e seg., §§ 61, 89 e seg.; lib. IV, § 26: VII, § 70.

(2) NOËL DES VERGERS, *L'Étrurie et les Étrusques*, vol. II, capo II, p. 45, e seg. TACITO, IV *degli Annali*, § 65. O. MÜLLER, *Die Etrusker*, Einleitung, p. 114, 116.

dell'incendio del fine del secolo VII; dove gli annalisti del VI e della prima metà del VII secolo avevano avuto agio ed opportunità di consultarli nella loro integrità prima di quella catastrofe, lasciando anche che i più importanti dei medesimi furono probabilmente in tutto o in parte ristaurati. Ne piace ancora supporre, anzi ammettere per vero, che al tempo dei primi annalisti e degli storici romani medesimi non mancavano gli elementi di un lavoro critico: il quale, intrapreso con larghi studi preliminari, e proseguito costantemente senza pregiudizi e coll'unico scopo determinato di scoprire la verità, doveva necessariamente condurre a non ispregevoli risultamenti sulla primitiva storia di Roma.

§ XIV. Ma, ammesso per somma abbondanza tutto questo, ci è lecito domandare ai nostri conservatori in istoria romana, se il lavoro critico veramente serio lo fecero essi mai gli annalisti, gli storici o gli antiquarii romani? E se erano essi in istato di poterlo condurre a buon termine? Questo è quello che noi recisamente neghiamo per le seguenti ragioni.

Anzitutto un somigliante lavoro presentava ostacoli gravissimi, se non insuperabili in se medesimo. In quattro o cinque secoli a Roma era quasi tutto cambiato o almeno radicalmente modificato, lingua, religione, costumi, commercio e istituzioni. La lingua dei primi anni della repubblica e nella forma esterna e nelle desinenze differiva per modo da quella del VI e VII secolo, che solamente i più intelligenti in siffatte cose riuscivano a decifrarne in qualche parte i documenti scritti della metà del III secolo (1); e quelli della monarchia forse niuno più sapeva leggere con sicurezza, come parrebbe doversi intendere dalle espressioni di Dionisio sulla tavola dell'alleanza di Servio coi Latini, il cui contenuto però doveva essere stato riportato nella lingua dei secoli posteriori (2).

Gli annalisti romani del VI e VII secolo furono quasi tutti uomini politici, che di quel lavoro critico non avevano nè voglia, nè tempo, nè attitudine. Le cose dei tempi loro o di poco anteriori, semplicemente narravano; e le antiche, o copiavano da quelli che li avevano preceduti, o toglievano dalla tradizione

---

(1) POLIBIO, lib. III, § 22.
(2) DIONISIO, lib. II, §§ 8, 55; III, 34.

popolare, senza punto curarsi della loro verità e della fede che si potevano meritare. È il carattere dei cronisti di tutti i popoli nei principii della loro coltura. L' età dei quali non fu mai quella della critica storica per veruna nazione antica o moderna; e meno ancora pei Romani, i quali più a fare che a scrivere le cose fatte pensavano: a segno tale che *Cicerone*, il quale metteva in un fascio tutti i cronisti romani, ne riduceva il merito storico a cosa da nulla, ed affermava non esistere ancora a' suoi tempi una storia generale romana, degna di questo nome, e che i Romani veramente non possedettero prima di Tito Livio (1). Il quale però, storico sublime e inarrivabile dal lato estetico e morale, non lo è ugualmente come critico: punto questo, che vedremo a suo luogo essere da lui stato soverchiamente negletto, come opera di riuscita impossibile a suo credere pel periodo anteriore all'incendio non solo, ma anche a cose posteriori a quella calamità (2). Rispetto al quale egli non fece che compendiare alcuno degli annalisti anteriori, rivestendo la narrazione con insolito splendore di forma, cosichè fece ad un tratto dimenticare gli annalisti e gli storici che l'avevano preceduto.

§ XV. Hannovi tuttavia alcuni che sostengono avere ciò fatto *Marco Terenzio Varrone*, contemporaneo di Cicerone (638-726 d. R.), l'antiquario più dotto dei Romani e il più operoso illustratore della romana antichità; il quale parrebbe che abbia veramente posto a contribuzione tutti i documenti di varia natura, che a quella si riferivano, se giudichiamo dal titolo delle opere al medesimo attribuite e per noi andate quasi tutte perdute, da due in fuora, che non hanno colla romana antichità che una connessione indiretta (3). Cicerone di fatto gli dà lode e merito di avere finalmente *messo in casa loro i Romani, col dichiararne le origini, mentre fino a lui vi si erano mantenuti quasi stranieri* (4). Ma la esagerazione di Cicerone è evidente

(1) DIONISIO, I, 47: CICERO, *De legibus*, 1, 3, 8.

(2) *Cura non deesset, si qua ad verum via inquirentem ferret: nunc fama rerum standum est, ubi certam derogat vetustas fidem.* E si esprime in questi termini per avvenimenti della fine del IV secolo di R.

(3) Tre libri *De re rustica* e sei *De lingua latina*.

(4) « Nos in nostra urbe peregrinantes errantesque, tamquam hospites, tui » libri quasi domum deduxerunt, ut possemus aliquando qui et ubi essemus

ed era provocata da riguardi affatto personali: perciocchè volendo combattere le dottrine filosofiche di Varrone, per non offenderlo, Cicerone largheggiava nello attribuirgli un merito straordinario di erudizione. Il quale, ridotto a giuste proporzioni dalla osservazione chè nei libri di Varrone, pervenuti sino a noi, regna una singolare confusione e apparisce difetto di criterio storico e di critica, è poi distrutto dal fatto: che, malgrado le indagini archeologiche e le pubblicazioni di Varrone, tuttavia le antiche leggende sulla primitiva storia di Roma punto non si mutarono, nè cessarono di dominare nella opinione generale e di essere registrate nei libri di quelli che gli vennero dopo, compresi i più diligenti, nei termini medesimi degli annalisti e storici anteriori a Varrone, dopo cui il periodo fino all'incendio gallico non diventò più chiaro, nè più credibile la sua storia.

Valga per tutti l'esempio di Dionisio, il quale sulla romana antichità ripete in tutti i loro particolari le medesime storielle degli annalisti anteriori a Varrone, come le ripete Livio in compendio; quantunque entrambi abbiano potuto esaminare e conoscere ampiamente e nelle più minute circostanze i libri storici di quel dotto Romano, e Dionisio poi sia stato il raccoglitore più diligente dell'antichità romana a noi pervenuto. Non addurremo che il seguente fatto, narrato seriamente da Varrone, il quale ci dà un saggio molto significativo della critica storica e archeologica di *quell'arca e pozzo di scienza romana*. Lasciamo le *capre* che respirano per le orecchie, le *pernici* che concepiscono alla voce del maschio, le *giumente lusitane* fecondate dal vento, e ricordiamo solo la sua descrizione del sepolcro di Porsena, monumento quadrato con una circonferenza di 1200 piedi ed alto 50. Nella base quadrata interna aprivasi un labirinto inestricabile, e dalla base sorgevano 5 piramidi di 150 piedi, con alla cima una palla di rame ed un cappello colle campanelle fatte risuonare dal vento. Quindi 4 piramidi di 100 piedi, e sovr'esse un secondo piano, su cui altre 5 piramidi, la cui altezza Varrone si vergognò d'indicare, ma che dicevasi uguale al rimanente dell'edifizio; in tutto più di 160 metri, elevazione maggiore della piramide di Cheope (Plinio, XXXVI, 19).

» agnoscere. Tu aetatem patriae, tu descriptiones temporum, tu sacrorum
» jura, tu sacerdotum, tu domesticam, tu bellicam disciplinam, tu sedem re-
» gionum, tu omnium divinarum humanarumque rerum nomina, genera,
» officia, causas aperuisti, etc. » *Academicorum liber* 1, 3, 19.

§ XVI. Osserviamo da ultimo, che opponevasi indirettamente alle conclusioni negative, le quali da un serio lavoro critico su quel primitivo periodo della storia romana sarebbero derivate, il sentimento religioso e nazionale del popolo. Il quale considerava quel complesso di maravigliose leggende sull'origine dei Romani, e sopra molti fatti particolari di quel periodo, come fonte e causa principale della grandezza della repubblica. e fondamento ad un tempo di una parte del culto pubblico e di religiose credenze. Le quali ultime potevano bensì Polibio e i greci scrittori chiamare impunemente invenzioni e superstizioni nei loro libri; ma di cui niuno storico romano avrebbe osato complessivamente e deliberatamente attaccare il contenuto, quantunque individualmente a quelle leggende prestassero poca o niuna fede, benchè alcune si accordassero con monumenti, che ancora esistevano.

Quindi ci sembra di potere con tutta sicurezza conchiudere, che la storia di Roma fino alla ricostruzione della città per lo spazio di 364 anni, quale noi troviamo negli antichi scrittori, rispetto ai fatti, è piena d'incertezza ne' generali, di contraddizione e di favole in molti particolari, a cui neppure gli antichi scrittori prestavano molta fede; perchè fondata essenzialmente sulla tradizione orale, anche per la dichiarazione e pel collegamento di quei fatti medesimi, di cui non havvi ragione plausibile di oppugnare la storica verità, e che certamente non mancano nel periodo stesso della monarchia.

Questo è appunto il carattere generale della storia romana, nei primi secoli della città in ordine agli avvenimenti; e risulta inesorabilmente da quella serie di considerazioni, che noi abbiamo fatto sull'indole dei medesimi, sui documenti a cui si appoggiano; sulla distanza dei tempi, sul modo con cui pervennero agli scrittori del VI, VII e VIII secolo di Roma, che li tramandarono nei loro libri alla posterità; e sul giudizio, che quegli scrittori istessi esternarono col fatto, o per la forza prevalente della verità, si lasciarono bene spesso sfuggire nelle opere, che di quelli ci rimangono. Al che se aggiungasi la mancanza assoluta di un grande lavoro critico sul complesso e sui particolari della storia di quel periodo, la nostra conclusione sul carattere d'incertezza del medesimo sarà affermata in modo irrefragabile in ordine agli avvenimenti.

§ XVII. Ma se questa conclusione crediamo vera e fondatissima rispetto ai fatti, non la riputiamo però ugualmente giusta nè applicabile in ordine alle istituzioni; in altri termini, riputiamo di carattere incerto ed essenzialmente tradizionale le notizie d'indole

storica sulla antichità romana fino alla invasione gallica, ma stimiamo incomparabilmente più credibili le notizie su quello stesso periodo che sono di carattere archeologico, il che vuol dire le notizie relative alla costituzione ed alle istituzioni politiche, giuridiche e religiose; nè temiamo però di essere accusati di contraddizione o paradosso (1). Perciocchè le *prime* relative agli avvenimenti già abbiamo dimostrato, che rimasero lungamente abbandonate alla tradizione orale, alla fama popolare ed alle modificazioni, esagerazioni e spesso vere trasformazioni, che ne furono le inevitabili conseguenze, oltre alle falsificazioni deliberate della vanità e dell'interesse nazionale dei collegi sacerdotali, e delle grandi famiglie; mentre le *seconde*, registrate assai per tempo nelle *scritture pubbliche, nei commentarii e nei libri dei pontefici, e in quelli dei re; nelle tavole delle leggi e dei plebisciti, anche quando erano appoggiate per le dichiarazioni alla tradizione orale, si collegavano ad istituzioni esistenti da lunga mano. Erano tenute vive e conservate dall'andamento continuo e successivo della cosa pubblica, nelle attribuzioni non interrotte del senato, dei tribunali, dei comizii, non meno che nella liturgia e nell'esercizio del culto pubblico. Venivano custodite negli archivii, studiate e tramandate ai loro successori od agli allievi dei collegi dagli uomini di Stato, dai pontefici e dai magistrati*, che per debito dell'uffizio loro dovevano farle osservare e riferirsi alle medesime nel disbrigo delle loro funzioni, nei giudizi, nelle proposte e deliberazioni di varia natura. che formavano l'occupazione principale della classe più istrutta della città, presso cui anche nel periodo della monarchia era noto ed in vigore *l'uso della scrittura* (2).

§ XVIII. Senza dubbio quelle istituzioni pervennero agli antichi scrittori, benchè molto probabilmente più o meno modificate, e in armonia colla cresciuta civiltà e libertà della repubblica. Ma, siccome quelle modificazioni nella parte religiosa non si potevano introdurre senza previo accordo fra popolo e senato, e nella parte civile e politica non si compierono e non si potevano compiere senza lunga ed ostinata lotta fra il patriziato e la plebe; così per questo fatto medesimo lo spirito primitivo e i successivi progressi di quelle istituzioni possono più facilmente apparire nella loro vera luce, se

---

(1) RUBINO, *Untersuchungen über römische Verfassung und Geschichte.* V. le citazioni in CORNEWALL-LEWIS, vol. I, p. 123, lib. VII, 6.

(2) V. capo I, § XIV del precedente lavoro.

non in tutti i particolari *(ciò che è più desiderabile che possibile)*, certamente nel loro insieme, e nei loro caratteri fondamentali. Che anzi dal progressivo svolgimento di quelle istituzioni medesime, e dall'urto delle esigenze della plebe, che chiedeva nuove riforme, e dello interesse di classe dei patrizi, che si opponevano, debbe risultare a bastanza chiaro lo stato interno economico e politico della repubblica almeno nelle fasi principali di quelle lotte dei due ordini. Conoscenza questa, che dalla sola storia tradizionale cercheremmo invano di ottenere, e d'imparare dalla semplice esposizione o diremo cognizione degli avvenimenti; conoscenza però, che a parer nostro è sommamente utile, per non dire indispensabile a poter seguire e comprendere bene lo svolgimento successivo delle istituzioni medesime. Poichè i radicali cambiamenti e progressi, prodotti dalla riforma di Servio in generale, ed in particolare dalla creazione del *consolato,* del *tribunato della plebe,* dei *comizi tributi,* dalle *leggi publie,* dal *decemvirato* colle sue XII *tavole*, dal *tribunato militare* e dalle leggi *licinie* ad esempio, si conosceranno e intenderanno assai meglio, quando si abbia un concetto generale dello stato interno della monarchia e della repubblica in quelle fasi politiche, delle quali quelle istituzioni e riforme furono una conseguenza od una necessità più o meno inevitabile ed immediata; così che la cognizione e l'esame istesso di quelle istituzioni, nella loro origine e nei loro svolgimenti, giovano a darci un sicuro e non dubbio indizio generale delle condizioni interne dello Stato in quel periodo.

§ XIX. È anche questa l'opinione di *G. Niebuhr* con alcune riserve e distinzioni, di cui non è qui il caso di occuparci. Ora, siccome la parte che riguarda la costituzione e le istituzioni col loro successivo svolgimento, perfezionamento e decadenza, è appunto la più istruttiva e importante della storia romana; così possiamo affermare, che uno studio accurato di quelle istituzioni non sarà mai senza profitto, come quelle che non si aggirano intorno ad ipotesi, leggende e congetture più o meno probabili e seducenti in ragione della forza del raziocinio e della fecondità di fantasia di chi le propugna o combatte, ma si appoggiano ad una lunga serie di osservazioni di fatti e di documenti incontestabili.

Noi consideriamo quindi, come a bastanza dimostrato, che, se il carattere della primitiva storia di Roma, *in ordine agli avvenimenti,* è di grande e incontestabile incertezza nei generali, e più ancora nei particolari, rispetto alle *istituzioni* però contiene all'opposto tutti gli elementi di quella certezza morale e relativa, *di cui anche*

la critica più esigente si contenta e debbe contentarsi nella storia antica, nella quale la certezza assoluta, specialmente nei particolari, è più desiderabile che possibile, tranne rarissime eccezioni.

Ma, dopo ciò, rimane sempre a risolversi una *grave questione*, in ordine a quella storia tradizionale degli avvenimenti, la quale i primi annalisti già trovarono dominante nella opinione popolare, quando la ordinarono in forma prammatica nelle loro narrazioni; se pure già non la trovarono prammaticamente ordinata, e non fecero che registrarla più o meno fedelmente, con maggiori o minori particolarità secondo l' indole loro, e lo scopo che ciascuno dei medesimi si proponeva. *Quale adunque si fu l'origine della medesima?* Noi cercheremo di rispondere a questa domanda con nuove letture, affrontando direttamente la quistione, senza restrizioni mentali e senza sofismi, coll'unico e supremo scopo di scoprire la verità.

INDICE ALFABETICO

Il numero romano indica il *volume* degli Atti, la cifra arabica la *pagina*.

	ERRATA	*CORRIGE*
Vol. XVI, pag. 540	*rimostrano*	*dimostrano*

Adunanza del 18 Dicembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Vincenzo Promis legge un suo scritto

SU UNA

ISCRIZIONE ONORARIA ROMANA
DI TORINO.

Quando, or son dodici anni, vedeva la luce la storia dell'antica Torino (1), colle iscrizioni che in sè avevano tutti i caratteri di genuinità si inserivano pure quelle sulle quali cadeva alcun dubbio, dando i motivi che a così credere inducevano l'Autore. Talvolta dessi sono evidenti a chiunque abbia anche una menoma cognizione dell' epigrafia romana; altre volte invece è assai più difficile di farsi al riguardo un criterio sicuro, ed in tal caso accade talora di dover per circostanze impreviste mutar parere. Questo si verificò pel passato e si verificherà in avvenire, specialmente quando si tratti di monumenti di cui erasi perduta ogni traccia e che per una circostanza qualunque nuovamente si rinvengono. Tale appunto è il caso nostro.

Eugenio De Levis nella Parte seconda della sua « Raccolta di » antiche iscrizioni ritrovate negli Stati di S. S. M. il Re di » Sardegna (2) » ne dava nove esistenti in Torino, fissandone l'ubicazione. Qualcuna tra esse in seguito essendo scomparsa e di altre essendosi data una lezione infelicissima, nacque il dubbio che ve ne fossero delle inventate affatto, cosa del resto che a quel tempo, bisogna confessarlo, ebbe luogo in Piemonte come in altre parti d' Italia in proporzioni molto maggiori. Nel novero delle pubblicate dal De Levis ve n' ha una (3) collo scritto

(1) C. Promis, *St. dell'ant. Torino*. Ivi, 1869.
(2) Torino, 1784, pag. 1 e segg.
(3) Pag. 16.

DIVAE |AVG| FAVSTINAE che disse trovarsi a forma quasi di ara « nell'interno cortile del palazzo proprio dell' Illustrissimo signor Marchese Carrone di S. Tommaso (1) ». A spiegazione di questa epigrafe due ne riportò ricevute dal Grutero, sulla scorta delle quali credè poter provare esser la nostra stata dedicata alla Faustina Seniore che fu moglie di Antonino Pio imperatore.

Dopo quell' epoca però più non facendosi cenno da alcuno di questa iscrizione, forse perchè sita in luogo dove nessuno avrebbe pensato di ritrovarla, sorse il dubbio che il De Levis o avesse fatto confusione con altra consimile esistente a Pesaro, ovvero fosse la nostra stata combinata su una di Pollenzo scoperta or son due secoli ed attualmente conservata nel R. Museo d' Antichità, nella quale appunto si fa cenno di un tempio eretto in Torino *Divae Faustinae* (2). Dello stesso parere fu l'illustre editore delle iscrizioni cisalpine (3), appoggiandosi tra altri motivi sul fatto che sulle epigrafi è del tutto inusitata la dizione che la nostra ci offrirebbe.

Questa volta però tutte le supposizioni per un caso accidentale andarono fallite.

Sul finire dello scorso Settembre informato dal Colonnello Zanotti Bianco, Direttore della Biblioteca del Duca di Genova, dell' esistenza di una lapide romana in un cortile interno della casa N° 14 in via dell' Arsenale, propria ora dell'Ospedale dei Cronici di Fossano, mi recai ad esaminarla, ed apertesi tosto pratiche coll'Amministrazione di quell'Ospizio, sul finire dello scorso Novembre la medesima decideva di farne dono al Torinese Museo di Antichità. Tolta dal muro in cui era infissa, con non piccola mia sorpresa m' accorsi che si trattava del cippo già edito dal De Levis, e rimasto prima e dopo lui ignoto a tutti i raccoglitori di iscrizioni nostre. Volli allora accertarmi dell' ubicazione dal medesimo data, ed anche in ciò dovetti convincermi della sua esattezza avendo potuto verificare che l'edifizio con ricco atrio sostenuto da colonne marmoree (in un cortile interno del quale si trovava la epigrafe) che fiancheggia la Chiesa detta dell'Arcivescovado

(1) Questi era Giuseppe Bonaventura ultimo del ramo primogenito dell'illustre casato Carron marchesi di S. Tommaso, Aigueblanche e Buttigliera, conti di Briançon.

(2) *St. dell'ant. Torino*, n° 248.

(3) C. I. L. v. 2, *Falsac*, 751 *.

e che alcuni anni or sono pervenne all'Ospedale summenzionato per legato di un Conte Celebrini di S. Martino patrizio Fossanese, sul finire dello scorso secolo appunto apparteneva al Marchese Carron di S. Tommaso (1). È questo un bel cippo in marmo bianco della dimensione di centimetri 70 d'altezza per 57 di larghezza e 45 di profondità; i quattro lati sono contornati da cornice, ma il solo anteriore porta una leggenda mancante nella prima riga a destra per rottura dell' angolo del marmo, che troppo piccola fu segnata dal De Levis. L'epigrafe è la seguente:

*div*AE
AVG
FAVSTINAE
D.D

Solo più rimane a vedere a quale delle imperatrici di tal nome possa la nostra epigrafe attribuirsi. Lo scrittore summenzionato, come più sopra dissi, credè si riferisse senz' altro alla seniore che fu moglie di Antonino Pio. Più esatta parmi però l'opinione dell'Autore della storia dell'antica Torino, il quale, anche nel dubbio circa la sua genuinità, appoggiandosi ad altra iscrizione del nostro Museo (2) dedicata a Commodo Sacerdote

. . . .
DIVAE · FAVSTINAE
TAVRINI
DIVAE FAVSTINAE *m*AIO*ris*
CONCORDIAE

(1) Carta topografica della città di Torino coll'indice delle isole, chiese, e luoghi principali della medesima. Torino, 1781, annessa alla *Nuova Guida della Città di Torino*, edita da Onorato Derossi nello stesso anno. Ivi a pag. 197, nelle *Notizie di alcuni palazzi più riguardevoli di Torino*, leggesi la seguente indicazione del palazzo = del Marchese di S. Tommaso: isola: s. Francesca. Architettura del Conte di Castellamonte, rinovata ultimamente dal Conte di Beinasco. = Ora l'isolato che porta il nome di S^{ta} Francesca è appunto quello in cui trovasi la chiesa Arcivescovile sacra alla Concezione e già prima dei Padri della Missione, come dice il De Levis a pag 21 dando un'altra iscrizione rotta in due pezzi che deve tuttora trovarsi nel palazzo stesso. L'Avv. C. A. Rayneri, Consulente dell'Ospizio sudetto, gentilmente mi comunicò documenti da cui mi risultò che il palazzo in questione nel 1768 spettava al Conte Giuseppe Antonio Rombelli, per passare poi al Marchese di S. Tommaso, e che nel 1838 il Conte Scipione Mathis di Cacciorna lo vendette al Conte Filippo Celebrini di S. Martino, il quale lo legò all'Ospedale di Fossano.

(2) *St. Ant. Torino*, n° 248.

e dalla quale risulterebbe dell' esistenza d' un tempio in Torino della Faustina giuniore, mentre mai ciò risultò pella Seniore, ritenne come certo fosse questo titolo onorario stato posto alla Faustina seconda che fu moglie dell'imperatore Marco Aurelio e morì nell'anno 175 dell'E. V. Sarebbe quindi il nostro cippo stato destinato *Decreto Decurionum* a sopportare una statua della diva imperatrice nel suo tempio torinese, e perciò contemporaneo alla detta iscrizione onoraria di Commodo · la quale va assegnata all'anno 176.

Prima di porre termine a questi brevi cenni non credo poter a meno di raccomandare alla sollecitudine di quanti si occupano della storia del Piemonte gli avanzi di un' epoca che trascorsa da secoli non è però per noi meno gloriosa, e di augurarmi che come in men di due anni due iscrizioni romane rividero dopo molti lustri la luce nella nostra Torino, così ciò avvenga pure per altre fra le numerose che, smarritesi nei tempi scorsi per incuria degli uomini o per le fortunose vicende che sino al secolo presente sconvolsero il nostro paese, tuttora si desiderano onde rendere sempre più complete ed esatte le notizie sulla Torino romana.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

CLASSI UNITE

CLASSI UNITE

Adunanza del 28 Dicembre 1881.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

In questa adunanza il Segretario della Giunta Accademica per l'aggiudicazione del **Premio BRESSA** nel quadriennio 1877-80, legge la seguente Relazione:

Egregi Colleghi,

Il secondo premio **Bressa** che in oggi si deve conferire, secondo quanto fu indicato nel programma di concorso del 1° Gennaio 1879 colle parole testuali delle tavole di fondazione **Bressa**, è destinato a quell'Italiano che durante il quadriennio 1877-1880, « a giudizio » dell'Accademia delle Scienze di Torino, avrà fatto la più im» portante scoperta, o pubblicato l'opera più ragguardevole in » Italia, sulle scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, ma» tematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, non » escluse la geologia, la storia, la geografia e la statistica ».

La prima Giunta nominata dalle Classi riunite dell'Accademia il 9 Febbraio 1879, e che in conformità del Regolamento speciale pel conferimento dei premii **Bressa**, aveva per incarico di esaminare le domande di concorso al premio, di fare delle proposte di propria iniziativa, e di accogliere senza alcun esame quelle presentate dai Soci nazionali, compì il proprio mandato col presentare alla Seduta generale dell'Accademia del 3 Aprile 1881 la relazione in cui erano indicate le proposte, che a suo avviso e per quello di alcuni Soci dell'Accademia, erano state giudicate meritevoli di essere prese in considerazione per il premio.

In quella stessa Seduta l'Accademia nominò una seconda Giunta composta, oltrechè del Presidente, dei Soci: Genocchi, Lessona, Cossa, Berruti, Basso per la Classe di Scienze fisiche e matematiche; e dei Soci: Gorresio, Fabretti, Peyron, Flechia,

Manno, per quella di Scienze morali. In conformità del Regolamento 7 Dicembre 1876, l'incarico affidato a questa Giunta era di esaminare e confrontare le proposte presentate dalla Giunta precedente, di esporvi nella Seduta d'oggi il risultato sommario delle proprie ricerche, presentandovi proposte definitive per l'aggiudicazione del premio, con una relazione da pubblicarsi negli Atti dell'Accademia. Le proposte ammesse dalla prima Giunta furono quattordici e si riferivano alle persone seguenti:

Il Prof. Isaia Graziadio Ascoli, per lo scritto che ha per titolo: *L'invertimento indiano del nesso in cui* h *precede a consonante e i suoi effetti* (Volume 2°, degli *Studi critici* pubblicati nel 1877, pag. 306-81).

Il Prof. Giuseppe de Leva per la *Storia documentata di Carlo V*, di cui il 4° volume fu pubblicato nel corso dell'anno 1880.

Il Prof. Giacomo Sangalli per l'opera che ha per titolo: *La Scienza e la pratica della Anatomia patologica*. Milano, 1877.

Il Prof. Emilio Villari per quattro memorie pubblicate negli anni 1879 e 1880 nei volumi della Reale Accademia di Bologna, *intorno alle leggi termiche e galvanometriche delle scintille elettriche.*

Il Prof. Michele Stefano De Rossi per le sue pubblicazioni *sulla Meteorologia endogena*.

Il Prof. G. V. Ciaccio per l'opera pubblicata a Bologna nel 1877 e che ha per titolo: *Osservazioni intorno al modo come terminano i nervi motori nei muscoli striati delle torpedini e delle raie.*

Il Prof. Edoardo Peroncito pei suoi lavori *sulla tenacità di vita negli elminti*, *sulla epizoozia tifoide nei gallinacei*, e *sulla anchilostomiasi.*

Il Prof. Francesco Selmi per le sue memorie *sulle tomaine e sopra altri argomenti di chimica tossicologica*.

Il Prof. Giambattista Ercolani per l'opera che ha per titolo: *Nuove ricerche sulla placenta nei pesci cartilaginosi e nei mammiferi e delle sue applicazioni alla tassonomia zoologica e alla antropogenia*. Bologna, 1877.

Il Prof. FELICE CASORATI per le tre memorie pubblicate negli anni 1877, 1879 e 1880, e che si riferiscono al *calcolo delle differenze finite ed alla teoria delle soluzioni singolari delle equazioni algebrico-differenziali.*

Il Prof. ULISSE DINI per le due opere seguenti: *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali*, 1878. — *Serie di Fourier ed altre rappresentazioni analitiche delle funzioni d'una variabile reale*, 1880.

Il Prof. FRANCESCO ROSSETTI per le due memorie seguenti: *Indagini sperimentali sulla temperatura del sole. — Sul potere assorbente ed emissivo delle fiamme e sulla temperatura dell'arco voltaico.*

Il signor LUIGI MARIA D'ALBERTIS per scoperte geografiche ed etnografiche descritte nella sua pubblicazione che ha per titolo: *Alla Nuova Guinea; ciò che ho veduto e ciò che ho fatto.*

La pubblicazione dei *Diarii di* MARIN SANUTO fatta per cura dei signori BAROZZI NICOLÒ, BERCHET GUGLIELMO, FULIN RINALDO e STEFANI FEDERICO.

Nell'esaminare le quattordici proposte che ho accennato, la Giunta tenne lo stesso procedimento seguito dalla Giunta che ebbe per incarico di formolare le proposte definitive per il primo premio Bressa. — Nella prima sua riunione la Giunta considerando che la stretta interpretazione delle tavole di fondazione del premio Bressa non concederebbe di premiare la pubblicazione dei Diarii di MARIN SANUTO, pur riconoscendone l'altissima importanza storica, deliberò a maggioranza di eliminare questa pubblicazione dal novero delle proposte. Quindi nella stessa Seduta la vostra Giunta divise in due categorie le proposte rimanenti, mettendo nella prima quelle che riteneva a preferenza delle altre meritevoli di premio. In questa prima categoria la Giunta mise le proposte che si riferiscono ai nomi di ASCOLI, CASORATI, D'ALBERTIS, DE LEVA, DINI, ERCOLANI, ROSSETTI. — Rimasero nella seconda categoria le proposte relative ai nomi di CIACCIO, DE ROSSI, PERRONCITO, SANGALLI, SELMI, VILLARI. L'ordine secondo il quale sono disposti i nomi in queste due categorie è l'alfabetico, e non implica pertanto nessuna graduazione di merito.

In un'altra riunione la maggioranza della Giunta, in base alla considerazione che la Glottologia non è tassativamente indicata tra le scienze, che secondo le testuali parole del lascito Bressa possono fornire argomento di premio, deliberò di eliminare dalle proposte da presentarsi all'Accademia, per il conferimento del premio, quella che si riferisce al nome del Prof. ASCOLI. Pertanto la prima categoria delle proposte riputate meritevoli di premio comprende solamente i nomi di CASORATI, D'ALBERTIS, DE LEVA, DINI, ERCOLANI, ROSSETTI.

Il vostro relatore a nome della Giunta è costretto anche questa volta a farvi osservare come sia cosa ardua il confrontare i meriti di proposte che concernono argomenti di scienze affatto disparate, quali sono un lavoro storico, e memorie di analisi matematica. Però ci conforta il fatto che la distribuzione delle varie proposte nelle due categorie venne deliberata alla quasi unanimità, cioè con dieci voti sopra undici votanti. E pertanto possiamo avere qualche affidamento per ritenere che le proposte messe nella prima categoria hanno realmente meriti più rilevanti di quelle collocate dalla Giunta in seconda linea.

Permettetemi ora che io con brevissimi cenni, compendiati sulle relazioni parziali presentate alla Giunta, richiami alla vostra memoria l'importanza dei lavori a cui si riferiscono le sei proposte che la Giunta vi presenta come più delle altre meritevoli di premio.

I lavori matematici del Prof. FELICE CASORATI che hanno per iscopo principale la teorica della integrazione delle equazioni differenziali, si distinguono eminentemente, giusta l'avviso di un giudice competentissimo quale è il nostro collega BRIOSCHI, per la novità delle ricerche, per la perfezione dei metodi adottati, e per la grande importanza dei risultati ottenuti. I nuovi metodi di ricerca trovati dal CASORATI consistono essenzialmente in una nuova interpretazione del calcolo delle differenze finite, per la quale tutte le formole o proposizioni che si andarono finora accumulando in questo calcolo si possono immediatamente tradurre in più maniere in proposizioni relative alla teoria delle funzioni di variabili continue. Specialmente dopo le dispute sorte nel 1870 in seno all'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Francia, si era fatta palese la necessità di nuovi studî fondamentali intorno alle soluzioni singolari delle equazioni differenziali. Or bene, anche intorno a questo argomento si è applicato con risultati importantissimi per

la scoperta di proprietà affatto nuove l'ingegno del Prof. CASORATI, con una memoria nella quale presenta una teoria completa delle soluzioni singolari delle equazioni differenziali ordinarie, di primo e di secondo grado rispetto a differenziali, ogni qualvolta esse ammettono primitiva generale algebrica.

I risultati dei viaggi che il D'ALBERTIS ha compito nella Nuova Guinea sobbarcandosi a spese ingenti, lottando contro difficoltà gravissime e parecchie volte affrontando il rischio della vita, sono importantissimi tanto per il rispetto geografico quanto per l'etnografico. La salita dei Monti Arfak non prima tentata da alcun europeo, e la esplorazione del fiume Fly per oltre 400 miglia sono le principali imprese geografiche compiute dal D'ALBERTIS. — Chi confronti la carta della Nuova Guinea pubblicata dal D'ALBERTIS con quelle prime esistenti, vedrà immediatamente come egli abbia saputo trovare la via per giungere nel cuore della grande isola. Là nel centro della Nuova Guinea vide sorgere a notevole distanza verso settentrione una grande catena di montagne, forse continuazione delle Charles Louis, alla quale dette il nome di *Monti Vittorio Emmanuele*. Le sue numerose osservazioni intorno ai costumi delle popolazioni selvaggie, e le ricchissime collezioni etnologiche, rendono testimonianza della importanza dei viaggi del D'ALBERTIS per l'etnologia. Non meno importante per lo stesso rispetto è lo aver messo in sodo l'esistenza di due razze umane distinte nella Nuova Guinea, giacchè egli ha dimostrato che oltre alla razza Papuana già nota e che sola abita la parte occidentale, vive nella parte meridionale-orientale una razza dalla pelle gialla e dai capelli lisci, che secondo il Wallace sarebbe la Polinesiaca; le due razze si sono incontrate lungo il fiume Fly, dando origine ad una razza mista che il D'ALBERTIS crede destinata a supplantare le altre.

È pure da ricordarsi che le collezioni raccolte dal D'ALBERTIS furono occasione ad importantissime ricerche botaniche e zoologiche.

La storia documentata di Carlo V del Professore Giuseppe DE LEVA è un lavoro di lunga lena ed importantissimo per il periodo storico che comprende, giacchè esso involge la riforma, il Concilio di Trento, gli antagonismi d'Austria e Francia e gli ultimi aneliti dell'indipendenza italiana. L'opera storica del DE

Leva ha meriti eminenti per il fine acume critico con cui essa è dettata, valendosi di fonti primitive, alcune delle quali finora erano inesplorate.

Lavori critici fatti recentemente, specialmente in Germania, indussero i matematici a modificare alcuni dei concetti fondamentali dell'analisi. Il Professore Dini nell'opera che ha per titolo: *Teorica delle funzioni di variabili reali*, dopo avere esposto ciò che fu da altri trovato su questo argomento, aggiunse moltissime cose nuove, tra le quali, come ce lo assicura l'incontestata autorità del collega Professore Betti, al quale siamo riconoscentissimi per l'onore fattoci coll'intervenire a questa seduta, sono molto importanti il modo di trattazione della condensazione delle singolarità introdotto da Hankel e ciò che riguarda le derivate, ed il concetto nuovo dei rapporti incrementali, che è fondamentale per la teorica delle funzioni finite e continue che non hanno mai derivate.

Nell'opera che ha per titolo: *Serie di Fourier e altre rappresentazioni analitiche delle funzioni di una variabile reale*, il Dini ha esposto un suo metodo nuovo e generale di determinare in modo uniforme le serie di funzioni integrali di una equazione differenziale di secondo ordine. L'importanza del metodo del Dini è grandissima per la fisica matematica, dove si fa un grandissimo uso delle rappresentazioni di funzioni per mezzo di serie di funzioni integrali di equazioni differenziali di secondo ordine e non si riusciva a dimostrare la convergenza di queste serie, oppure si otteneva questa dimostrazione con artifizi speciali.

All'autorità del Betti nel far risaltare l'importanza e l'alto valore dei lavori del Dini, si aggiunge pur quella grandissima d'un nostro Socio straniero, l'illustre Professore Hermite, come ne fanno testimonianza le ripetute relazioni favorevolissime, che dei lavori del Professore di Pisa egli fece all'Istituto di Francia.

L'opera del Professore G. B. Ercolani che ha per titolo: *Nuove ricerche sulla placenta nei pesci cartilaginosi e nei mammiferi e della sua applicazione alla tassonomia zoologica ed alla antropogenia*, è molto pregevole ed importantissima così dal punto di vista fisiologico come morfologico. L'egregio Professore di Bologna ha dimostrato che le forme tipiche della placenta nei mammiferi differiscono fondamentalmente per la loro struttura; ha posto fuor di dubbio la natura ghiandolare della placenta, ha

formolato una nuova teoria sulla nutrizione della placenta, ed ha dimostrata inammissibile la classificazione dei mammiferi seguìta da HUXLEY e da altri zoologi che era basata sulla esistenza o meno della decidua dopo il concepimento e la gravidanza e la sua espulsione all'atto del parto.

Gli studi dell'ERCOLANI diretti a dare una base più razionale all' ordinamento dei mammiferi furono già favorevolissimamente apprezzati dai più distinti zoologi, e la sua opera, che la Giunta non ha esitato a mettere tra quelle proposte come più meritevoli del premio Bressa, ebbe già l'onore di una ricompensa dall'Istituto di Francia.

Le indagini sperimentali del Professore Francesco ROSSETTI sulla temperatura del sole, sul potere assorbente ed emissivo delle fiamme e sulla temperatura dell'arco voltaico costituiscono senza dubbio il miglior lavoro di fisica sperimentale pubblicati in Italia nell'ultimo quadriennio, così per la novità ed il valore dei metodi di ricerca impiegati, come per l'importanza dei risultati ottenuti. — Il Professore ROSSETTI riuscì a determinare sperimentalmente la legge del raggiamento termico nel caso in cui la temperatura del corpo raggiante essendo elevatissima, le note leggi di NEWTON e di DULONG e PETIT sono assolutamente inammissibili. Tra i risultati ottenuti nelle ricerche del ROSSETTI sono importantissimi quelli che si riferiscono alla temperatura media della superficie del sole, dedotta da un gran numero di misure accuratissime dell'intensità del calor solare ricevuto sulla terra. Metodi analoghi applicati allo studio delle proprietà termiche delle fiamme e dell'arco voltaico condussero il ROSSETTI, tra gli altri risultati, alla determinazione dei rapporti del potere emissivo del nero fumo, delle fiamme luminose, di quella cerulea di un bruciatore di BUNSEN; alla determinazione della temperatura dell'arco voltaico. — Questi lavori del ROSSETTI, riprodotti integralmente dai principali periodici di scienze fisiche, tra i quali citerò il *Philosophical Magazine* e gli *Annales de Chimie et de Physique*, furono altamente lodati da fisici eminenti di varie nazioni e valsero già all' autore un premio dall'Accademia de' Lincei.

Era desiderio di alcuni membri della Giunta di limitare il proprio compito ad indicarvi senza alcuna graduazione le sei proposte, che a suo avviso essa ritenne più delle altre meritevoli di

premio, ma prevalse l'opinione che si dovessero, come si fece per il primo premio **Bressa**, presentare alle vostre deliberazioni delle proposte graduate in ordine di merito. Pertanto la Giunta nell'ultima sua riunione adottò a maggioranza di graduare le sei proposte nell'ordine seguente:

1. Francesco Rossetti,
2. Giuseppe De Leva,
3. Ulisse Dini,
4. Felice Casorati,
5. Luigi Maria D'Albertis,
6. Giambattista Ercolani.

Questa graduazione però non vincola in nessuna maniera le deliberazioni dell'Accademia.

Colle proposte che ho avuto l'onore di presentarvi, la Giunta ha esaurito l'onorevolissimo ma difficile mandato che le avete affidato. Essa si terrà onoratissima se le sue ricerche potranno riuscirvi utili nell'importante votazione a cui siete oggi chiamati.

Professore Alfonso Cossa
Segretario relatore.

Nella stessa seduta in cui fu letta questa Relazione, l'Accademia deliberò, a maggioranza, di assegnare il premio **Bressa** per il quadriennio 1877-1880 all'illustre viaggiatore italiano **Luigi Maria D'Albertis.**

Gli Accademici Segretari { Ascanio Sobrero
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° Luglio al 31 Dicembre 1881

Rad Iugoslavenske Academije Znanosti i Umjetnosti; Knjiga LVI, LVII. U. Zagrebu, 1881; in-8°. — Acc. di Sc. ed Arti degli Slavi merid. (Agram).

Fourteenth annual Report of the Provost to the Trustees of the PEABODY Institute of the city of Baltimore; 1 June, 1881. Baltimore, 1881; 1 fasc. in-8°. — Istituto Peabody (Baltimora)

Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Vol- kenkunde uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc. Deel XXVI, Aflev. 2, 5 en 6. Batavia, 1881; in-8°. — Società di Arti e Scienze di Batavia.

Notulen van de Algemeene en Bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap, etc. Deel XVIII, n. 1, 4; Deel XIX, n. 1. Batavia, 1880-81; in-8°. — Id.

Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; April-August, 1881. Berlin, 1881; in-8°. — Accademia R. delle Scienze di Berlino.

Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen; VI Band. Berlin, 1881; in-8°. — Id.

Neue Denkschriften der Allgemeinen Schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften; Band XXVIII, Abth. 1. Zürich, 1881; in-4°. — Società Elvetica di Sc. naturali (Berna).

Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern, aus dem Jahre 1880, n. 979-1003; 1881; 1 Heft, Nr. 1004-1017. Bern, 1881; in-8°. — Id.

Società Elvetica di Sc. naturali (Berna).

Compte rendu des travaux présentés à la 63 session de la Société Helvétique des Sc. Nat. réunie à Brigue les 13, 14 et 15 Sept. 1880. Genève, 1880; 1 fasc. in-8°.

Id.

Verhandlungen Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Brieg den 13, 14 und 15 Sept. 1880; — 63 Jahresversammlung —, Jahresbericht. 1879-80. Lausanne, 1881; in-8°.

Commissione geologica federale per la Carta geol. della Svizzera (Berna).

Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz herausgegeben von der geol. Commission der Schweiz. naturf. Gesellschaft, etc. 14 Lief. — geol. Beischreibung der Kantone Appenzell, St. Gallen, etc. bearb. von Reallehrer GUTZWILLER, Prof. KAUFMANN und Dr. Casimir MOESCH. Bern. 1881; in-4°.

Acc. delle Scienze di Bologna.

Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; serie quarta, t. II, fasc. 3. Bologna, 1881; in-4°.

Società Medico-chirurg. di Bologna.

Bullettino delle Scienze Mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc. Serie sesta, vol. VIII. Luglio 1881. Bologna, 1881; in-8°.

Società delle Sc. fis. e nat. di Bordeaux.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux; 2 série, t. IV, 2 cahier. Bordeaux, 1881; in-8°.

Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc., n. 10, 13, 14, 21. Juillet-Nov. 1881. Bordeaux, 1881; in-8°.

Accad. Americana d'Arti e Scienze (Boston).

Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences; new series, vol. VI, VII; whole series, vol. XIV; vol. XV, parts 1 and 2. Boston, 1879; in-8°.

Ateneo di Brescia.

Commentari dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1881. Brescia, 1881; 1 vol. in-8°.

R. Accademia di Scienze, Lett. e Belle Arti del Belgio (Bruxelle).

Mémoires de l'Académie R. des Sc., des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique; t. XLIII, 1re partie. Bruxelles, 1880; in-4°.

Id

Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers publiés par l'Acad. R. des Sc. etc., t. XXXIX, 2me partie; t. XLII et XLIII. Bruxelles, 1879-1880; in-4°.

Id.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie R. des Sc. etc. Collection in-8°, t. XXIX, XXX et XXXII. Bruxelles, 1880-81; in-8°.

Id.

Tables des Mémoires des Membres, des Mémoires couronnés et des ceux des Savants étrangers; 1816-1878. Bruxelles, 1858, 1879; 2 fasc. in-16°.

Id.

Bulletins de l'Académie R. des Sc. etc., 2me série, t. XLVI-L. Bruxelles, 1878-1880; in-8°.

Biographie nationale publiée par l'Académie R. des Sc., etc., t. VI, 2me partie (EBBON-FAYN); t. VII, 1re partie (FÉABLE-FYT). Bruxelles, 1878-80; in-gr. 8°. — R. Accademia di Scienze, Lett. e Belle Arti del Belgio (Bruxelle).

Annuaire de l'Académie R. des Sc., etc., 1879, 1880, 1881; 3 vol. in-16°. — Id.

Exemplaire de la II série des travaux publiés par la Commission de la Carte géologique de la Belgique (4 cartes et 4 textes explicatifs). Bruxelles, 1881; in gr. fol. et in-8°. — Commissione della Carta geologica del Belgio (Bruxelle).

Annales de la Société malacologique de Belgique, années 1863-1878, t. I-XII. Bruxelles, 1863-78; in-8°. — Soc. malacologica del Belgio (Bruxelle).

Procès-Verbaux des Séances de la Société malacologique de Belgique; t. VII, année 1878, pag. I-XCII; t. VIII, année 1879, pag. I-CVIII; t. IX, année 1880, pag. I-LXIX; t. X, année 1881; pag. I-XCI. Bruxelles, 1878-81; in-8°. — Id.

Annales de la Société entomologique de Belgique; t. XXIII, XXIV. Bruxelles. 1880; in-8°. — Soc. entomolog. del Belgio (Bruxelle).

Mittheilungen aus dem Jahrbuche der K. Ungarischen geologischen Anstalt; IV Band, 4 Heft. Budapest, 1881; in-gr. 8°. — R. Ist. geologico dell'Ungheria (Budapest).

Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc., t. XII, entrega 1-4, Julio-Setiembrede, 1881. Buenos Aires, 1881; in-8°. — Società Scient. Argent. (Buenos Aires).

Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. L, part I, n. 1, 2; part II, n. 1, 2, 3, 1881. Calcutta, 1881; in-8°. — Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, edited by the Honorary Secretaries; n. V-VIII, May-August, 1881. Calcutta, 1881; in-8°. — Id.

Bibliotheca Indica, a Collection of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series, 461, 462. Calcutta, 1881; in-8°. — L'Autore.

Memoirs of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. VIII, num. 1. — The immature state of the *Odonata;* part II, — Subfamily *Aeschnina:* by Louis CABOT. Cambridge, 1881; in-4°. — Museo di Zoologia comp. del Coll. Harvard (Cambridge).

Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles Lettres et Arts de Savoie; 3 série, t. VIII. Chambéry, 1880; in-8°. — Acc. di Scienze, Lettere ed Arti della Savoia (Chambéry).

Mémoires de la Société nationale des Sciences nat. et mathém. de Cherbourg, etc., t. XXII (3 série, t. II). Cherbourg, 1879; in-8°. — Soc. di Sc. natur. e matematiche di Cherbourg.

Mémoires de l'Académie des Sc., Arts et BB. LL. de Dijon; troisième série, t. VI, 1880. Dijon, 1881; in-8°. — Acc. di Sc., Lett. ed Arti di Digione.

R. Acc. Irlandese delle Scienze (Dublino).
The Transactions of the R. Irish Academy; Science – vol. XXVIII, 1-5: — Polite Literature and Antiquities, vol. XXVII, 4. Dublin, 1880-81; in-4°.

Id.
Proceedings of the R. Irish Academy, etc. Science –, vol. III, ser. II, n. 5, 6; — Polite Literature and Antiq., vol. II, ser. II, n. 2. Dublin, 1880-81; in-8°.

Soc. filosofica Americana (Filadelfia).
Proceedings of the American philosophical Society held at Philadelphia, etc., vol. XVIII, n. 104-106. Philadelphia, 1879-80; in-8°.

Id
List of the Members of the American Phil. Society; March 15 1880; 1 fasc. in-8°.

Acc. di Sc. natur. di Filadelfia.
Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia, parts I-III, January-December 1879. Philadelphia, 1879-80; in-8°.

Società Olandese delle Scienze (Harlem).
Archives Neerlandaises des Sciences exactes et naturelles publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem, etc., t. XVI, 1 et 2 livraisons. Harlem, 1881; in-8°.

Amm. del Museo Teyler (Harlem).
Archives du Musée Teyler; série II, première partie. Harlem, 1881; in-4°.

La Società degli Ingegneri di Jalisco.
Boletin de la Sociedad de Ingenieros de Jalisco; t. I, n. 10. Guadalajara, 1881; in-8°.

Soc. di Sc. natur. e di Medicina in Inspruch.
Berichte des Naturwissenschaftlich- medizinischen Vereins in Innsbruck; XI Jahrgang, 1880-81.

Consiglio Prov. di Lecce.
Collana di scrittori di Terra d'Otranto; — La Messapografia, ovvero Memorie istoriche di Mesagne in Provincia di Lecce, per l'Avv. Profilo fu Tommaso; libro II: — L'Eremita, dialogo di Antonio De Ferrariis, trad. dell'Avv. Prof. Leonardo Stampacchio. Lecce, 1875; 1 vol. in-16°.

Accademia di Sc., BB. LL. ed Arti di Lione
Mémoires de l'Académie des Sciences, BB. LL. et Arts de Lyon; – Classe des Sciences, vol. XXIV; - Lettres, vol. XIX. Paris, 1879-80; in-8°.

Soc. d'Agricolt., Storia natur. ecc. di Lione.
Annales de la Société d'Agriculture, Hist. Nat. et Arts utiles de Lyon; 5 série, t. II, 1879. Lyon, 1880; in-8°.

Soc. Linneana di Lione.
Annales de la Société Linnéenne de Lyon; année 1879-80, nouv. série, t. XXVI, XXVII. Lyon, 1879-80; in-gr. 8°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).
Abhandlungen der philol.- hist.- Classe der K. Sächsischen Gesellschaft der Wiss. zu Leipzig; Band VIII, n. 2 und 3 — der mathem.- phys. Classe, Band XII, n. 5 und 6. Leipzig, 1880-81; in-gr. 8°.

Id.
Supplement zur Abhandlung über die Reduction elliptischer integrale, etc., von W. Scheibner; zum XII Bande der Abh. der math.- phys. Classe, etc. Leipzig, 1880; 1 fasc. in-gr. 8°.

Bericht über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig: mathem.- phys. Classen, — 1880, I-II; philolog. Hist. Classen, — 1880, I-II. Leipzig, 1880-81; in-8°. — R. Accademia delle Scienze di Lipsia.

Jahresbericht der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft. Leipzig, im April, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Memorias da Academia R. das Sciencias de Lisboa, Classe de Sc. mathem., phys. e nat. - Nova serie, t. V, parte 2ª, e VI, parte 1ª. Lisboa, 1878-81; in-4°. — Id.

Historia e Memorias da Acad. R. das Sc. de Lisboa, Classe de Sc. moraes, polit. e BB. LL. - Nova serie, t. V, parte 1ª. Lisboa, 1879; in-4°. — R. Accademia delle Scienze di Lisbona.

Jornal de Sciencias mathematicas, physicas e naturaes publicada sob os auspicios da Academia R. das Sciencias de Lisboa; n. XXIV-XXIX, Dezembro de 1878; Dezembro 1880. Lisboa, 1878-80; in-8°. — Id.

Documentos remettidos da India au Livras da Monções publicados de ordem da Classe de Sc. moraes, politicas e BB. LL. de Academia R. das Sc. de Lisboa, e sob a direcção de R. S. de Bulhao Pato; t. I. Lisboa, 1880; in-4°. — Id.

Historia dos estabelecimentos scientificos, litterarios e artisticos de Portugal, nos successivos reinados da Monarchia, por José Silvestre Ribeiro, t. VIII, IX. Lisboa, 1879-81; in-8°. — Id.

Politica de Portugal na Africa, - Quarta Conferencia por José Maria da Ponte Horta. Lisboa, 1880; 1 fasc. in-8°. — Id.

Vida e viagens de Fernão de Magalhães por Diego de Barros Arana; traducção do hespanhol de Fernando de Magalhaes Villas-Boas, etc. Lisboa, 1881; 1 vol. in-8°. — Id.

Flora das Lusiadas pelo Conte de Ficalho. Lisboa, 1880; 1 fasc. in-8°. — Id.

Hamlet, tragedia em cinco actos de W. Shakespeare; traducção de Bulhão Pato. Lisboa, 1879; 1 vol. in-8°. — Id.

Elementos del Histologia geral e Histophysiologia, por Ed. Augusto Motta. Lisboa, 1880; 1 vol. in-8°. — Id.

Sessão publica da Academia R. das Sc. de Lisboa em 9 de Iunho de 1880. Lisboa, 1880; 1 fasc. in-8°. — Id.

A Oração da Coroa, versão do original greco de Demosthenes, precedida de um estudo sobre a civilisação da Grecia, por J. M. Latino Coelho; 2 edic. de Academia R. das Sc. de Lisboa. Lisboa, 1880; 1 vol. in-8°. — Id.

R. Accademia delle Scienze di Lisbona. — Panegyrico de Luiz de Camões lido na Sessão solemne da Academia R. das Sciencias de Lisboa em 9 de Iunho de 1880, pelo Secr. general J. M. LATINO COELHO. Lisboa, 1880; 1 fasc. in-8°.

Id. — Rapido esboço da vida e escriptos de Don Pedro Calderon de la Barca; por José Silvestre RIBEIRO. Lisboa, 1881; 1 vol. in-8°.

Soc. di Geografia di Lisbona. — Boletim da Sociedade de Geographia de Lisboa, fundada em 1875; 2ª serie, n. 5, 6. Lisboa, 1881; in-8°.

Soc. geologica di Londra. — The quarterly Journal of the geological Society; vol. XXXVII, August, 1881, n. 147, 148. London; 1881; in-8°.

Id. — List of the geological Society of London; November Ist 1881; 1 fasc. in-8°.

Soc. Zoologica di Londra. — Transactions of the Zoological Society of London; vol. X, part 13, vol. XI, part. 1. London, 1879-80; in-4°.

Id. — Proceedings of the Scientific Meetings of the Zool. Soc. for the year 1879, part IV; for the year 1880, part III. London, 1880; in-8°.

Id. — List of the vertebrated animals, etc. of the Zool. Soc. of London; first Supplement, containing additions received in 1879; in-8°.

Società Linneana di Londra. — The Transactions of the Linnean Society of London; vol II, part 2 (Zoology). London, 1881; in-4°.

Id. — The Journal of the Linnean Society, etc. (Botany); vol. XVIII, n. 108-113; - (Zoology)-, vol. XV, n. 84, 85. London, 1880-81; in-8°.

Id. — List of the Linnean Society of London, etc. January 1881; 1 fasc. in-8°.

R. Soc. Astron. di Londra. — Monthly Notices of the R. Astronomical Society of London; vol. XLI, n. 8 and 9. London, 1881; in-8°.

R. Società Microscopica di Londra. — Journal of the R. Microscopical Society, etc. of London; ser. II, vol. I, part 4-5. London, 1881; in-8°.

Università di Lovanio. — Revue catholique rédigée par des Professeurs de l'Université de Louvain, etc., nouv. série, t. XXIII, livrais. 1-6; t. XXIV, livrais. 1-6; Janvier-Décembre, 1880. Louvain, 1880; in-8°.

Id. — Bibliographie académique. Louvain, 1880; 1 vol. in-8°.

Id. — Annuaire de l'Université Catholique de Louvain, 1881. Louvain, 1881; in-16°.

Id. — Tesi presentate alla Facoltà teologica per gli esami di Laurea; n. 16.

Publications de l'Institut R. Grand-Ducal de Luxembourg (Sect. des Sc. nat.); t. XVIII. Luxembourg, 1881; in-8°. — Ist. R. Granduc. del Lussemborgo (Lussemborgo).

Memorias del Instituto geogràfico y estadistico; t. III. Madrid, 1881; in-gr. 8°. — Istituto Geogr. e Statistico di Madrid.

Transactions of the Manchester geological Society, etc. vol. XVI, parts 6-8. Manchester, 1881; in-8°. — Soc. Geologica di Manchester.

Transactions and Proceedings of the R. Society of Victoria; vol. XVII. Melbourne, 1881; in-8°. — R. Società di Vittoria (Melbourne).

Anales del Ministerio de Fomento de la República Mexicana; t. IV. México, 1881; in-8°. — Osserv. meteor. del Messico.

Anales del Museo Nacional de México; t. I, entrega 7; - t. II, entrega 1-3. México, 1879-80; in-4°. — Museo nazionale del Messico.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. XIV, fasc. 12-15. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. XXIV, fasc. 1, fogl. 1-5. Milano, 1881; in-8°. — Società Italiana di Sc. naturali (Milano).

Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1873; parte II. Milano, 1873; in-8°. — R. Oss. di Brera in Milano.

Atti dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano; anno XXXVII dalla fondazione, anno accademico 1881. Milano, 1881; 1 vol. in-8°. — Accademia Fisio-med.-stat. di Milano.

Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena; t. XX, parte 1ª. Modena, 1880; in-4°. — R. Accademia di Sc., Lettere ed Arti in Modena.

Annuario della Società dei Naturalisti in Modena; anno VII, disp. 3ª e 4ª; anno XII, disp 3ª, serie 2ª; anno XV, serie 2ª, disp. 1ª, 2ª e 3ª. Modena, 1873-81; in-8°. — Società dei Naturalisti in Modena.

Abhandlungen der mathematisch- physikalischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften; XIV Band, 1 Abth.; - der philos.- philolog Classe, XVI Band, 1 Abth. München, 1881; in-4°. — R. Acc. Bavarese delle Scienze (Monaco).

Sitzungsberichte der mathem.- phys. Classe, etc., 1881, Heft II, III; — der philos.- philolog. und hist. Classe, 1880 (Supplement), Heft VI; 1881, Heft I-III; 1881, Band II, Heft I. München, 1881; in-8°. — Id.

Gedächtnisrede auf Leonhard von Spengel; gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wiss. zu München zur Feier ihres einhundert und zweiundzwanzigsten Stiftungstages am 28 März 1881, von Wilhelm von Christ. München, 1881; 1 fasc. in-4°. — Id.

R. Acc. Bavarese delle Scienze (Monaco).

Die Wittelsbacher in Schweden; – Festrede gehalten in der öffentl. Sitzung der k. b. Akademie, etc., am 28 März 1881, von Karl Theodor HEIGEL. München, 1881; in-4°.

Osservatorio del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri.

ASSOCIAZIONE METEOROLOGICA ITALIANA. — Bollettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; serie seconda, vol. I, n. 4-7. Torino, 1881; in-4°.

Id.

Bollettino decadico pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; anno X, n. 5-9. Torino, 1881; in-gr. 8°.

Società Imperiale de' Naturalisti di Mosca.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, publié sous la rédaction du Docteur RENARD; année 1880, n. 3, 4. Moscou, 1881; in-8°.

Società geografica di Mozambicco.

Boletin da Sociedade de Geographia de Moçambique; 1ª serie, n. 2-5, Julho-Outubro 1881. Moçambique, 1881; in-8°.

Società Reale di Napoli.

Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli fasc. 8 e 9, Agosto-Settembre 1881. Roma, 1881; in-4°.

R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli.

Resoconto delle adunanze e dei lavori della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli, ecc., t. XXXV, fasc. 2, 3. Napoli, 1881; in-4°.

Amministrazione del R. Albergo dei poveri in Napoli.

Un anno di amministrazione del R. Albergo de' poveri in Napoli, da servire come conto morale per l'esercizio contabile 1880-81. Napoli, 1881; 1 fasc. in-4°.

Società delle Scienze nat. di Neuchâtel.

Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel, t. XII, 2me cahier. Neuchâtel, 1881; in-8°.

Oss. Winchester del Coll. Yale (New-Haven).

Report of the Board of Managers of the Winchester Observatory of Yale College to the President and fellows for the Academy year 1880-81, etc.; by Leonard WALDO. New Haven, 1881; 1 fasc. in-8°.

Liceo di St. nat. di Nuova York.

Annals of the Lyceum of nat. History of New York; vol. XI, n. 13; vol. I, n. 9-13. New York, 1876-1880; in-8°.

Museo Metr.-Art. di Nuova York.

Metropolitan Museum of Art, eleventh annual Report of the Trustees of the Association; May 1881. New York, 1881; 1 fasc. in-8°.

Società Veneto-Trent. di Scienze nat. (Padova).

Bullettino della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali, redatto dal Segr. Dr. Lamberto MOSCHEN; t. II, n. 1. Padova, 1881; in-8°.

Istituto di Francia (Parigi).

Corpus inscriptionum Semiticarum ab Academia Inscriptionum et Litterarum humaniorum conditum atque digestum: pars I. Inscriptiones phoenicias continens; tomus I, fasc. 1. Tabulae I-XIV, fasc. 1. Parisiis, 1881; in-fol.

Annales des Mines, etc.; septième série, t. XIX, 1 et 2 livrais. Paris, 1881; in-8°.	Amministrazione delle Miniere di Francia (Parigi).
Nouvelles Archives du Muséum d'Hist. naturelle publiées, par MM. les Professeurs-Administrateurs de cet établissement; 2me série, t. IV, 1 fasc. Paris, 1881; in-4°.	Museo di Storia naturale (Parigi).
Muséum d'Hist. naturelle; — Rapports annuels de MM. les Professeurs et chefs de service; 1879, 1880. Paris, 1880-81; 2 fasc. in-8°.	Id.
Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc., septième série, t. V, n. 3, 1880-81. Paris, 1881; in-8°.	Soc. filomatica di Parigi.
Journal de l'École polytechnique publié par le Conseil d'Instruction de cet établissement, 48e cahier, tome XXIX.	Scuola politecn. (Parigi).
Bulletin de la Société de Géographie, etc., Avril 1881. Paris, 1881, 1 fasc. in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Bulletin de la Société géologique de France, etc., troisième série, t. VI, Table générale des articles; t. VIII, n. 9 et 10, n. 3, 1880; — t. IX, n. 4, 1881. Meulan, 1880-81; in-8°.	Società geolog. di Francia (Parigi).
Bulletin de la Société Zoologique de France pour l'année 1881; 1re et 2e parties (Séances de Janvier-Avril 1881). Paris, 1881; in-8°.	Soc. Zoologica di Francia (Parigi).
Mémoires de l'Académie imp. de St.-Pétersbourg; septième série, t. XXVIII, n. 3. St.-Pétersbourg, 1880; in-4°.	Accad. Imperiale delle Scienze di Pietroborgo.
Atti della Società Toscana di Scienze naturali residente in Pisa; - Memorie -, vol. V, fasc. 1. Pisa, 1881; in-gr. 8°.	Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa).
Archivos do Museu Nacional do Rio Janeiro; vol. III. Rio Janeiro, 1878; in-4°.	Museo Nazionale di Rio Janeiro.
Annali dell' Industria e del Commercio, 1881, n. 36, 37 e 38. Roma, 1881; in-8°.	Ministero d'Agr. Ind. e Comm. (Roma).
Statistica della istruzione elementare pubblica e privata in Italia; anni scolastici 1877-78 e 1878-79. Roma, 1881; 1 fasc. in-gr. 8°.	Id.
Relazione della IIa Sezione per le industrie manifatturiere a S. E. il Professore Domenico Berti, Ministro d'Agricoltura, Industria e Commercio. Milano, 1881; 1 fasc. in-gr. 8°.	Id.
Movimento della navigazione italiana nei porti esteri; anno XVII, 1878. Roma, 1881; 1 vol. in-8°.	Id
Annali di statistica; serie II, vol. 6, 25, 1881. Roma, 1881; in-8°.	Id.

Ministero de' Lavori pubbl. (Roma). Meteorologia italiana; — Bollettino mensile internazionale; anno XVI, Giugno-Novembre 1881. Roma, 1880; in-8°.

Id. Cenni monografici sui singoli servizi dipendenti dal Ministero dei Lavori pubblici per gli anni 1878-1879-1880, compilati in occasione della Esposizione nazionale di Milano dell'anno 1881, a complemento delle monografie pubblicate per l'Esposizione universale di Parigi nel 1878. Roma, 1881; 1 vol. in-fol.

Id. Catalogo dei lavori monografici, studi, disegni ed oggetti inviati all'Esposizione nazionale di Milano nel MDCCCLXXXI. Roma, 1881; 1 vol. in-8°.

Id. Relazione statistica sulle costruzioni e sull'esercizio delle strade ferrate italiane per l'anno 1880. Roma, 1881; 1 vol. in-4°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). Transunti della R. Accademia dei Lincei; serie terza, vol. VI. fasc. 1. Roma, 1881; in-4°.

R. Comit. geolog. d'Italia (Roma). Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; n. 5-8, Luglio e Agosto 1881. Roma, 1881; in-8°.

Id. Carta geologica d'Italia compilata sui lavori editi ed inediti di vari autori sino al 1881, con speciali verificazioni delle località meno conosciute: scala di 1 decim. per grado, 1 : 1, 3, 3; pubblicata per cura dell'Ufficio geologico; fogli 2.

Accademia di Conferenze storico-giuridiche (Roma). Studi e Documenti di Storia e Diritto; Pubblicazione periodica dell'Accademia di Conferenze storico-giuridiche; anno II, fasc. 3 e 4 (Luglio-Dicembre 1881). Roma, 1881; in-4°.

Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma). Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, ecc., anno XXXIV, sess. I del 19 Dicembre 1880; sess. VII. 1881. Roma, 1881; in-4°.

Id. La nuova sede delle Accademie dell'Arcadia, d'Archeologia e de' Nuovi Lincei. Roma, 1881; 1 fasc. in-16°.

Società degli Spettr. Ital. (Roma). Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini, vol. X, disp. 6-10. Roma, 1881; in-4°.

Università di Rotterdam. Erasmiani Gymnasii Programma litterarium: – Erasmiana scripsit J. B. Kan, Gymn. Rector; accedunt tabulae Erasmi testamentum et notarii publici testimonium photolithographice reddita exhibentes: — De elocutione rhetorica qualis invenitur in Annaei Senecae Suasoriis et Controversiis scripsit H. T. Karsten, Gymn. Conrector. Roterodami, 1881; 1 fasc. in-4°.

Società Accad. ispano-portoghese di Tolosa. Bulletin de la Société académique hispano-portugaise de Toulouse; t. I, n. 4.

R. Accademia d'Agricoltura di Torino. Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; vol. XXIII, 1880. Torino, 1881; in-8°.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino pubblicato dall'Ufficio di Presidenza; n. 6-9, Giugno-Settembre 1881. Torino, 1881; in-8°.	R. Acc. di Medic. di Torino.
Bollettino del Club alpino italiano, ecc., redattore Dottor F. VIRGILIO. Torino, 1881; in-8°.	Il Club alp. ital. (Torino).
Istruzioni ad uso dei Soci del Club Alpino Italiano, ricavate dal n. 6 del *Bollettino* pubblicato nell' anno 1866; Ricordo della Direzione centrale agli Alpinisti convenuti al XIV Congresso del Club Alpino Italiano in Milano nell'anno 1881. Torino, 1881; fasc. 1 in-16°.	Id.
Bollettino delle privative industriali del Regno d' Italia; 2ª serie, Gennaio-Ottobre 1880. Torino, 1880-81; in-4°.	R. Museo Industr. italiano (Torino).
Atti del IV Congresso Artistico italiano tenutosi in Torino; Maggio 1880. Torino, 1881; 1 vol. in-8°.	Comitato del IV Congresso artistico italiano (Torino).
Atti della R. Accademia de' Fisiocritici di Siena; serie terza, vol. III, fasc. 2 e 3. Siena, 1881; in-4°.	R. Accademia de' Fisiocritici di Siena.
Konglika Svenska Vetenskaps- Akademiens Handlingar; ny Fölid, Bandet XIV-XVII, 1876-1879. Stockholm, 1877-1881; in-4°.	R. Accad. Svedese delle Scienze (Stoccolma).
Öfversigt af K. Vetenskaps- Akad. Forhandlingar, etc. Argang. XXXIV-XXXVII, 1877-1880. Stockholm, 1877-1881; in-8°.	Id.
Bihang till K. Svenska Vetenskaps- Akad. Handlingar; Band IV, Häftes 1, 2; Band V, Häftes 1, 2. Stockholm, 1877-1880; in-8°.	Id.
Lefnadsteckningar öfver K. Svenska Vet. Akad. efter Är 1854 aflidna Ledamöter; Band II, Häfte 1. Stockholm, 1878; in-8°.	Id.
Minnesord öfver Carl von Linné vid Kongl. Vetenskaps- Akademiens Sammankomst den 10 Januari 1878, af P. H. MALMSTEN, d. v. Praeses. Stockholm, 1878; 1 fasc. in-8°.	Id.
Minnesteckning öfver Pehr af Bjerkén, etc., af P. H. MALMSTEN. Stockholm, 1878; 1 fasc. in-8°.	Id.
Minnesteckning öfver Christopher Carlander, etc., af Prof. CARL SANTESSON. Stockholm, 1877, 1 fasc. in-8°.	Id.
Minnesteckning öfver Carl Jacob Sundevall, af J. E. ARFSCHONG. Stockholm, 1879; 1 fasc. in-8°.	Id.
Minnesteckning öfver Jonas Hallenberg, etc., af Bror Emil HILDEBRAND. Stockholm, 1880; 1 fasc. in-8°.	Id.

R. Acc. Svedese delle Scienze di Stoccolma. — Florindeernes Morphologi af J. G. Agardh, till Venskaps- Akad. inlemnad den 12 December 1877; Atlas innehällande tretiobre Taflor. Stockholm, 1879; in-4°.

Id. — Kongl. Svenska Vetenskaps- Akademien; Maj 1878, 1879, 1880, 1881; in-8°.

Università di Strasborgo. — Tesi presentate agli esami di Laurea nell'Università di Strasborgo:

per la Facoltà di Matematica, scienze fisiche e naturali n. 16;
per la Facoltà di Medicina . . . . n. 31;
per la Facoltà di Filosofia . . . . n. 33;
per la Facoltà di Teologia . . . . n. 1.

Il Municipio di Torino. — Bollettino medico-statistico della città di Torino; n. 25-41, dal 19 Giugno al 15 Ottobre 1881. Torino, 1881; in-8°.

Id. — Sessioni del Consiglio Comunale di Torino, ecc., n. 34-36 (Luglio-Settembre 1881); n. 1, 2 (Ottobre 1881). Torino, 1881; in-4°.

R. Accademia delle Scienze di Ulma. — Icones selectae hymenomycetum nondum delineatorum, sub auspiciis Regiae Academiae Scientiarum Holmensis editae ab Elia Fries; voluminis II fasc. 1-6.

R. Istit. Veneto di Sc., Lett. ed Arti (Venezia). — Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie quinta, anno VII, disp. 8. Venezia, 1881; in-8°.

Accad. d'Agr., Arti e Comm. di Verona. — Memorie dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona; vol. LVII, serie 2ª, fasc. 1 e 2. Verona, 1881; in-8°.

Accademia delle Scienze di Vienna. — Denkschriften der K. Akademie der Wissenschaften; philos.- hist. Classe, XXXI Band. Wien, 1881, in-4°.

Id. — Sitzungsberichte der K. Akademie, etc., philos.- hist. Classe, XCVII Band, Heft 1-3; XCVIII Band, Heft 1, 2; math.- naturw. Classe, I Abth., LXXXII Band, Heft 3-5; LXXXIII Band, Heft 1-4; II Abth., LXXXII Band, Heft 3-5; LXXXIII Band, Heft 1-4; III Abth., LXXXII Band, Heft 3-5; LXXXIII Band, Heft 1 und 2. Wien, 1881; in-8°.

Id. — Almanach der K. Akademie der Wiss. zu Wien, 1880-81. Wien, 1880-81; 2 vol. in-16°.

I. R. Istit. Geol. di Vienna. — Jahrbuch der K. K. geologischen Reichsanstalt, n. I, Januar-Marz 1881. Wien, 1881; in-8°.

Id. — Verhandlungen der K. K. geologischen Reichs., etc., 1881, n. I-VII. Wien, 1881; in-8°.

Società geografica di Vienna. — Mittheilungen der K. K. Geographischen Gesellschaft in Wien; 1880; XXIII Band (der neuen Folge, XIII). Wien, 1880; in-8°.

II. Bericht des Hydrotechnischen Comite's uber die Wasserabnahme in den Quellen, Flüssen und Strömen in den Culturstaaten, etc. Wien, 1881, 1 fasc. in-8°. — Società tedesca degli Ingegneri e Architetti (Vienna).

Report upon United States geographical and geological Surveys etc. in charge of first Lieut. Gen. M. WHEELER, Corps of Engineers, U. S. Army, under the Direction of Brig. Gen. A. A. Humphreys, Chief of Engineers, U. S. Army etc.; vol. II - Astronomy and barometric Hypsometry; - vol. III - Geology; - vol. IV - Paleontology; - vol. V - Zoology; - vol. VI - Botany. Washington, 1875-78; in-4°. — Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).

Geographical Explorations and Surveys West of the 100th meridian topographical Atlas WHEELER; 1875. Carte 8, in-4°. — Id.

Report of the U. S. geological Survey of the territories; F. V. HAYDEN, U. S. Geologist-in-charge; vol. XII. Washington, 1879; in-4°. — Id.

Eleventh annual Report of the U. S. geological and geographical Survey of the territories, etc., 1877, by F. V. HAYDEN, U. S. Geologist. Washington, 1879; 1 vol. in-8°. — Id.

Meteorological Observations made at the U. S. Naval Observatory, during the year 1876. Washington, 1879; 1 fasc. in-4°. — Id.

Meteorological observations made at the U. S. naval Observatory, during the year 1877. Washington, 1881; 1 fasc. in-4°. — Id.

Discussion of the West-India cyclone of October 29 and 30, 1867; etc. by J. R. EASTMAN, Prof. of Mathem. U. S. Navy. Washington, 1868; 1 fasc. in-8°. — Id.

Catalogue of the Library of the U. S. Naval Observatory, Washington; — Part I, — Astronomical Bibliography, by Prof. Edward S. HOLDEN. Washington, 1879; 1 fasc. in-4°. — Id.

A Subject-Index the publications of the U. S. Naval Observatory, 1845-1875; by Edward S. HOLDEN, Prof. of Mathem. U. S. Navy. Washington, 1879; 1 fasc. in-4°. — Id.

Smithsonian Contributions to Knowledge; vol. XXII. Washington, 1880; in-4°. — Istituto Smitsoniano (Washington).

Smithsonian Miscellaneous Collections; vol. XVI, XVII. Washington, 1880; in-8°. — Id.

Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, etc., 1878-1879. Washington, 1879-80; 2 vol. in-8°. — Id.

Sig. Principe B. BONCOMPAGNI. — Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. BONCOMPAGNI; t. XIII, Settembre, Ott., Dic., 1880. Roma, 1880; in-4°.

Id. — Testamento inedito di Nicolò TARTAGLIA pubblicato da B. BONCOMPAGNI. Milano, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'Autore. — Le patois lorrains, par Lucien ADAM. Nancy, 1881; 1 vol. in-8°.

Il Direttore. — La Toscana industriale; Rivista di Scienze fisico-naturali applicate all'agricoltura, ecc., Direttore, Prof. Dott. P. E. ALESSANDRI; anno III, n. 8-9. Prato, 1881; in-8°.

Il Socio nazionale non residente M. AMARI. — Biblioteca Arabo-Sicula, ossia Raccolta di testi arabici che toccano la geografia, la storia, la biografia e la bibliografia della Sicilia, raccolti e tradotti in italiano da Michele AMARI; – Supplemento al Muratori « *Rer. Ital. Scr.* », t. I, parte 2ª, in due disp., disp. 2ª (ultima). Torino 1881; in-fol.

Id. — Documenti per servire alla Storia di Sicilia, pubblicati a cura della Società Siciliana per la storia patria; vol. I, fasc. 2. Palermo, 1881; in-8°.

Id. — Su le iscrizioni arabiche del palazzo regio di Messina; Memoria di Michele AMARI. Roma, 1881; 1 fasc. in-4°.

Il Direttore. — Gazzetta delle campagne, agricoltura, arti e interessi rurali, ecc. Direttore Enrico BARBERO; anno X, n. 15-23. Torino, 1881; in-4°.

L'A. — Aperçu géologique sur la chaine du Mont Blanc en rapport avec le trajet probable d'un tunnel pour une nouvelle ligne de chemin de fer; par le Docteur Martin BARETTI. Turin, 1881; 1 fasc. in-8°.

Gli Autori. — Sulla rapidità con cui la luce modifica la resistenza elettrica del selenio; Ricerche sperimentali del Prof. Manfredo BELLATI, e del Dott. R. ROMANESE. Venezia, 1881; 1 fasc. in-8°.

Il Socio Corrisp. E. BURMEISTER. — Atlas de la description physique de la République Argentine; 1 section, vues pittoresques, XIV tableaux en grand in-fol. royal; par Herman BURMEISTER. Buenos-Aires, 1879.

Id. — Nouvelles additions au tome V et à son Atlas, avec une planche; in-8°.

L'A. — Il genere *Gamasus* e la filossera; Osservazioni di Riccardo CANESTRINI. Padova, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id — Insetti ed acari dannosi alle viti, e mezzi per combatterli. Padova, 1881; 1 fasc. in-8°.

Bibliographie géologique et paléontologique de l'Italie; par les soins du Comité d'organisation du 2me Congrès géologique international à Bologne, 1881; 1 vol. in-8°.	Il Prof. G. CAPELLINI Presidente del Com. direttivo del 2° Congresso geologico intern. a Bologna.
Congrès géologique international, 2e sess. -, Bologne 1881; - Discours de M. J. CAPELLINI, Président du Comité d'organisation, à la Séance d'ouverture. Bologne, 1881; 1 fasc. in-8°.	Id.
Congrès géologique international à Bologne; — Guide à l'exposition géologique et paléontologique. Bologna, 1881; 1 fasc. in-16°.	Id.
Congrès géologique international, 2me sess. -, Bologne, 1881: - Programme - Ordres du jour -, Liste des Membres: - Résumé des Séances. Bologne, 1881; 1 fasc. in-16°.	Id.
Institut de Géologie et de Paléontologie à Bologne: Guide aux Collections, etc. Bologne, 1881; 1 fasc. in-16°.	Id.
Gli strati a congerie, e la formazione gessosa-solforifera nella provincia di Pisa e nei dintorni di Livorno; Memoria del Prof. Giovanni CAPELLINI. Roma, 1880; 1 fasc. in-4°.	Id.
Calcari a bivalvi di Monte Cavallo, Stagno e Casola nell'Appennino Bolognese; Nota del Prof. G. CAPELLINI. Bologna, 1881; 4 pag. in-4°.	Id.
Resti di Tapiro nella lignite di Sarzanello; Nota del Prof. G. CAPELLINI. Roma, 1881; 1 fasc. in-4°.	Id.
Il macigno di Porretta e le roccie a globigerine dell'Appennino bolognese; Memoria del Prof. G. CAPELLINI. Bologna, 1881; 1 fasc. in-4°.	Id.
Sulla proposta di un Congresso internazionale geologico in Italia; Frammenti di lettere del Prof. G. CAPELLINI. Bologna, 1877; 1 fasc. in-16°.	Id.
Carta geologica della Provincia di Bologna del Prof. G. CAPELLINI, pubblicata per il 2° Congresso geologico internazionale in Bologna 1881; scala di 1 : 100.000.	Id.
Carta geologica dei monti di Livorno, di Castellina e di una parte del Volterrano del Prof. G. CAPELLINI, pubblicata per il 2° Congresso geol. internazionale in Bologna 1881; scala di 1 a 100.000.	Id.
Carta geologica de' dintorni del Golfo di Spezia e Val di Magra inferiore, del Prof. G. CAPELLINI: 2a ediz. rivista con la Carta nella scala di 1 a 25.000: 1881; scala di 1 a 50.000.	Id.
Albertino Mussato e la sua tragedia *Eccerinis*, scritto letterario di Licurgo CAPPELLETTI. Parma, 1881; 1 fasc. in-8°.	L'Autore

L'Autore. — Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. Victor CARUS; IV Jahrg., n: 87-98. Leipzig, 1881; in-8°.

L'A. — La scienza politica in Italia, di Ferdinando CAVALLI; t. IV. Venezia, 1881; in-4°.

L'A. — Déviations de la foudre dans une campagne située aux environs de Genève; par M. Daniel COLLADON. Genève, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id. — Note sur quelques expériences faites en 1826 sur les courants électriques produits par des éclairs éloignés et sur une observation de M. René Thury relative aux bruits des téléphones pendant les orages; par M. Daniel COLLADON. Genève, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Sull'*antracnosi* o vajolo della vite; Relazione di O. COMES al Congresso per le malattie della vite in Milano; Settembre 1881. Napoli, 1881; 1 fasc. in-gr. 8°.

Professore Francesco COPPI di Modena. — The American Palaeozoic fossils: a Catalogue of the genera and species, etc. by S. A. MILLER. Cincinnati Ohio, 1877; 1 vol. in-gr. 8°.

Id. — Contributions to Palaeontology, by S. A. MILLER and C. B. DYER. Cincinnati, 1878; 1 fasc. in-8°.

Id. — The Cincinnati Quarterly Journal of Science, editor and proprietor S. A. MILLER; t. I, n. 1-4; t. II, n. 1-4. Cincinnati, 1874-75; in-8°.

Id. — Catalogue of fossils found in the Hudson River, Utica State and Trenton Groups, etc., by S. A. MILLER. Cincinnati, 1879; 1 fasc. in 8°.

L'A. — Cosmos -; Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini, di Guido CORA; vol. VI, n. 9 e 10. Torino, 1881; in-4°.

L'A. — Ricerche chimiche e microscopiche su roccie e minerali d'Italia (1875-1880); per Alfonso COSSA. Torino, 1881; 1 vol. in-4°.

I Soci Corrispondenti L. CREMONA ed E. BELTRAMI. — In memoriam Dominici Chelini; Collectanea mathematica nunc primum edita cura et studio L. CREMONA et E. BELTRAMI. Mediolani, MDCCCLXXXI; 1 vol. in-8°.

Gli Editori. — The American Journal of Science and Arts, editors James D. and E. S. DANA and B. SILLIMAN; vol. XVII, n. 97; vol. XVIII, n. 104-108; vol. XIX, n. 109-114; vol. XX, n. 115-120. New Haven, 1879; in-8°.

L'A. — Di alcune epigrafi etrusche e di un codice greco; Relazione di Leopoldo DE FEIS Barnabita al Cav. Vittorio Poggi. Genova, 1881; 1 fasc. in-8°.

Discorso di filosofia di Francesco Della Scala; vol. 1-3. Firenze, 1876-81; in-16°. — L'Autore.

Bullettino di Archeologia cristiana del Comm. Giov. Batt. De-Rossi; terza serie, anno VI, n. 1. Roma, 1881; in-8°. — L'A.

Bullettino del Vulcanismo italiano; Periodico geologico ed archeologico, ecc., redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi; anno VIII, n. 4-9. Roma, 1881; in-8°. — L'A.

Prolegomeni ad un nuovo Trattato di Meteorologia generale; — Le leggi delle tempeste (secondo la teoria di Faye), per D. E. Diamilla-Muller. Torino, 1881; 1 vol. in-8°. — L'A.

The Jubilee Sabbath of Piedmont Church, Worcester, Mass.; two Discourses delivered June 5th 1881, by Rev. D. O. M. Mears, Pastor of the Churc. Worcester, 1881; 1 fasc. in-gr. 8°. — Sig. T. H. Dodge.

Sopra alcuni invarianti di due forme binarie degli ordini 5 e 2 o 5 e 3, e in particolare sul risultante di esse; per Enrico D'Ovidio. Napoli, 1881; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Le proiezioni delle Carte geografiche, per Matteo Fiorini; testo e Atlante, 2 vol. in-gr. 8°. — L'A.

Pensées morales, sentences, maximes, adages, proverbes des poëtes classiques français du XVI°, XVII°, XVIII° siècle, réunies et annotées par Jean Joseph Garnier. Turin, 1881; 1 vol. in-16°. — Il Compilatore.

La superficie di Steiner studiata sulla sua rappresentazione analitica mediante le forme ternarie quadratiche; per Francesco Gerbaldi. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas publicado pelo Dr. Francisco Gomes Teixeira; vol. III, n. 1-4. Coimbra, 1881; in-8°. — L'A.

Note archeologiche per una guida dell'appennino bolognese; di G. Gozzadini. Bologna, 1881, 1 fasc. in-8°. — L'A.

Nella solenne inaugurazione del Museo civico di Bologna, fatta il 25 Settembre 1881; Discorso del Direttore generale Senatore Gozzadini. Bologna, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Il Sepolcreto di Crespellano nel Bolognese; di G. Gozzadini. Bologna, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

The Canadian Antiquarian and numismatic Journal: etc., vol. I, n. 1; vol. VII, n. 1, 2; vol. IX, n. 1. Montreal, 1872-80; in-8°. — L. A. Huguet-Latour.

L'Autore. Materialien zur Mineralogie-russlands von Nikolai v. KOKSCHAROW; VIII Band, p. 33-320. St-Petersburg, 1881; in-8°.

L'A. L'Embryologie, ou Traité complet du développement de l'homme et des animaux supérieurs, par Albert KÖLLIKER; traduct. faite de la 2e édition allemande par A. Schneider, etc. avec un préface, par H. de LACAZE-DUTHIERS; 8 livrais. Paris, 1881; in-8°.

Id. Entwicklungsgeschichte des Menschen und der Höheren Thiere; von Albert KÖLLIKER; I und II Hälfte. Leipzig, 1876-79; in-8°.

Gli A. Die chemische Ursache des Lebens theoretisch und experimentale Nachgewiesen, von Oscar LAEW und Thomas BOKORNY in München. München, 1881; 1 fasc. in-8° (2 copie).

L'A. Riordinamento di studi pei Ginnasi e Licei d'Italia, proposto da Luigi MANCINI. Fano, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere; herausgegeben von Jac. MOLESCHOTT; XII Band, 5 und 6 Heft. Giessen, 1881; in-8°.

L'A. On certain problems in refraction; by Francis E. NIPHER. Washington, 1881; 1 fasc. in-8°.

Sig. C. OHRTMANN. Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, etc. herausgegeben von Carl OHRTMANN; XI Band, Heft 1, 2. Berlin, 1881; in-8°.

L'A. Del processo morboso del colera asiatico, del suo stadio di morte apparente, ecc. Memoria del Dott. F. PACINI; 2a ediz. con molte aggiunte. Firenze, 1880; 1 fasc. in-gr. 8°.

Id. Du processus morbide du choléra asiatique, etc. Mémoires du Docteur Ph. PACINI, traduit par le Docteur Bos sur la 2me édit. Marseille, 1881; 1 fasc. in-8° (5 copie).

Id. Sul concorso al premio di 10,000 lire istituito da S. M. Re UMBERTO per le Scienze biologiche, presso la R. Accademia de' Lincei in Roma; Lettere del Prof. Filippo PACINI. Firenze, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id. Della respirazione artificiale praticata secondo i principii salutari della vera scienza; Memoria del Dott. Filippo PACINI. Firenze, 1880; 1 fasc. in-8° (5 copie).

L'Editore. Documenti riguardanti antiche relazioni fra Venezia e Ravenna, raccolti e pubblicati da Pietro Desiderio PASOLINI. Imola, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. Liste des *criocérides* recueillies au Brésil par feu Camille van Volxem, suivie de la description de douze nouvelles espèces americaines de cette tribu par A. PREUDHOMME DE BORRE. Bruxelles, 1881, 1 fasc. in-8°.

Étude sur les espèces de la tribu des *Féronides* qui se rencontrent en Belgique; par A. PREUDHOMME DE BORRE; 2e partie. Bruxelles, 1879; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Sulle monete di Castiglione de' Gatti; pochi cenni di Vincenzo PROMIS. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Memorie di Carlo PROMIS sugli avanzi del Teatro romano d' Ivrea, edite da Vincenzo PROMIS. Torino, 1881; 1 fasc. in-gr. 8°. — Id.

Neue Methode zur Bestimmung der magnetischen Declination auf Reisen nach Dom. RAGONA. München, 1881; 2 pag. in-8°. — L'A.

Nuovi studi craniologici sulla Nuova Guinea, di P. MANTEGAZZA ed Ettore REGALIA. Firenze, 1881; 1 fasc. in-8°. — Gli Autori.

Costanzo RINAUDO: Articoli di Bibliografia storica estratti dall'*Archivio storico Lombardo* 30 Giugno 1881. Milano, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La R. Deputazione di storia patria e gli studi storici in Piemonte; Prolusione del Prof. C. RINAUDO al corso sulle fonti della Storia d'Italia nel medio evo. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Sul circolo degli operai di Catania; Cenni del Prof. Andrea RUSSO. Catania, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Nouvelles remarques sur la nomenclature botanique, par le Dr. SAINT-LAGER. Paris 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Sul legno carbonizzato del tufo di Lanzara; Nota di A. SCACCHI. Napoli, 1881; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Notizia delle fenditure apertesi nella pianura di Aversa nell'autunno del 1852; e del piperno per le medesime messo allo scoverto; Nota di A. SCACCHI. Napoli, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Notizie preliminari intorno ai proietti vulcanici del tufo di Nocera e di Sarno, Nota di A. SCACCHI. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Naturgesetze und ihr zusammenhang mit den Prinzipien der abstrakten Wissenschaften; für Naturforscher, Mathematiker, Logiker, Philosophen, etc., von Dr. H. SCHEFFLER; IV Theil, Lieferung 9. Cassel, 1881; in-8°. — L'A.

La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Comm. P. B. SILORATA, disp. 83-86. Roma, 1881; in-4°. — Il Traduttore.

Gli Autori. — I basalti della Sicilia; Ricerche chimiche per L. RICCIARDI e S. SPECIALE. Catania, 1881; 1 fasc. in-4° (2 copie).

L'A. — Sul fenomeno psicologico dell'attenzione; Annotazioni fisiologiche del Prof. C. STUDIATI. Napoli, 1881; 1 fasc. in-8°.

Sig. Dottore C. v. VOIT. — Handbuch der Physiologie bearbeitet von Prof. H. AUBERT in Rostock, etc. herausgegeben von Dr. L. HERMANN; VI Band, 1 Theil. Physiologie des allgemeinen Stoffwechsels und der Ernährung von C. v. VOIT in München. Leipzig, 1881; in-8°.

L'A. — Index verborum to the published text of the Atharva-Veda, by William Dwight WHITNEY. New Haven, 1881; 1 vol. in-4°.

ERRATA-CORRIGE AL VOL. XVI DEGLI Atti

A pag. 758 — lin. 2

Invece di Prof. M. L. BOURGUET, *leggasi* Prof. L. BOURGUET.

SOMMARIO

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVII, DISP. 2ª (*Gennaio* 1882)

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Gennaio 1882.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 1° Gennaio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Comm. A. Sobrero, Segretario della Classe, legge la seguente

COMMEMORAZIONE

DEL PROFESSORE

FRANCESCO SELMI

SOCIO CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA.

Nell'adunanza a Classi unite, tenutasi da quest'Accademia il dì 13 Novembre ultimo scorso, io dava comunicazione di una lettera che annunziava la morte del Comm. Francesco Selmi, Professore di chimica farmaceutica nella Università di Bologna, avvenuta il 13 Agosto in Vignola presso Modena. Era il Selmi nel novero dei Corrispondenti della nostra Accademia delle Scienze; perciò, secondando l'invito fattomi dall'onorevole nostro Presidente nella suddetta adunanza, io verrò ora a dirvi, onorevoli Colleghi, alcune parole di lui, non per tesserne una particolareggiata biografia, ma solo a modo di commemorazione, per ricordare i titoli di benemerenza che egli ebbe verso la patria e verso la scienza, titoli che dànno ragione del compianto destatosi per la sua perdita.

Il Selmi, nato nel 1827, in Vignola, paese dell'antico Ducato di Modena e Reggio, allevato ed educato nelle prime discipline

sotto i Padri Gesuiti, vissuto fino all'età della gioventù matura nella poco sana atmosfera politica che allora, più che in altri Stati d'Italia, si respirava nel suo paese, provò, e profondamente sentì le aspirazioni generose ad un Governo migliore, e divenne cospiratore, come cospiratori eransi fatti i giovani studiosi, pensanti ed amanti della loro Patria. Nè certamente poca fu l'influenza che su di lui esercitarono i Congressi di scienziati che si tennero per molti anni nelle Città Italiane, riunioni le quali se da una parte conferirono ai progressi delle scienze, dall'altra erano un mezzo escogitato appunto perchè gli Italiani più istrutti, di più potente ingegno, e perciò più influenti e capaci di informare la pubblica opinione, e dirigere il popolo in un movimento politico, si ravvicinassero, si conoscessero, e si comunicassero pensieri, aspirazioni, e divisamenti per un avvenire che da lunga mano si preparava all'Italia. Il SELMI, già conosciuto come distinto cultore della chimica, partecipò a questi convegni di scienza e di politica, ed ai Congressi di Padova e di Milano fu Segretario della sezione di chimica, e lo stesso ufficio gli fu affidato al Congresso di Venezia nel 1847, che chiuse la serie di quei ritrovi, e prenunziò gli avvenimenti politici che in Italia si andarono svolgendo negli anni successivi.

Giova rilevare, che le aspirazioni politiche del SELMI non erano le avventate della Giovine Italia e di Mazzini, le quali furono cagione di tanti parziali, inconsulti ed inutili tentativi, e di catastrofi dolorose. Il suo ideale era l'Italia unita e forte, e come tanti altri ben pensanti e savii, volgeva egli lo sguardo al Piemonte ed al Re Carlo Alberto, colla speranza che da questo estremo d'Italia partirebbero le mosse verso quella meta, che più tardi, dopo ripetuti sforzi e sacrifizi, si potè conseguire. Ed a questo intento non poco si adoperò il SELMI.

Così nel 1848, reggendo il governo del Modenese il Commissario Conte Pietro di Santa Rosa, egli scriveva articoli politici nel giornale di Reggio, ed in essi caldamente propugnava l'annessione dei Ducati al Piemonte sotto lo scettro di Re Carlo Alberto; il perchè egli fu fatto segno di ire ed inimicizie per parte dei demagoghi, come, istauratosi poi il governo Ducale, egli ebbe nemici quanti per questo parteggiavano, onde, condannato nel capo, dovette, per aver salva la vita, esulare in Piemonte.

Fissatosi in Torino, il SELMI, benchè povero di mezzi, rifiutò il sussidio che ad altri emigrati si corrispondeva, ma cercò

sostentamento nel lavoro; ed ottenuto il posto di Professore di fisico-chimica nel Collegio Nazionale, visse modestamente col modestissimo stipendio annesso a quell'insegnamento. — Nè allora cessò dall'inseguire lo scopo della redenzione del suo paese; ma vi si adoperò assiduamente quale membro della *Società Nazionale*, d'accordo col Conte Camillo di Cavour, col Castelli e col Lafarina, e con altri strenui propugnatori della redenzione e della unità d'Italia.

Nel 1859 si inaugurava il governo provvisorio nel Ducato di Modena colla dittatura del Farini; allora le sorti del SELMI volsero in meglio, perciocchè ritornato egli in patria vi fu eletto Rettore dell'Università, poi Segretario generale del Ministero della istruzione pubblica. Dopo l'annessione dei Ducati al Piemonte, egli resosi nuovamente in Torino fu sotto il Ministero Mamiani fatto Capo di Divisione del Ministero della istruzione pubblica, quindi Capo del gabinetto del Ministro, ed in questa carica fu mantenuto dal Ministro Matteucci, passando poi a Provveditore degli studi. Ricostituitasi l'Italia, il SELMI lasciò gli impieghi amministrativi e fece ritorno alla carriera dell'insegnante. A lui fu affidata la cattedra di chimica farmaceutica nell'Università di Bologna, ed egli occupò quel seggio per quanto ancora rimase tra i vivi. La politica, l'amore e lo zelo pel bene della patria posero il SELMI in un campo d'azione in cui raccolse amarezze, dolori e stenti, che egli ha virilmente sopportati, onde a lui non puossi negare la lode di operoso e benemerito cittadino.

Come già fu detto, il SELMI era cultore della chimica; negli studi farmaceutici egli avea avuto a maestro il Savani. È a credersi che i suoi progressi nelle chimiche discipline fossero rapidi e segnalati, poichè ancor giovine fu dal governo Ducale chiamato a Professore di chimica nel Liceo di Reggio. E la chimica egli coltivò in Torino nel tempo della sua emigrazione, come insegnante nel Collegio Nazionale, e nell'Istituto privato Rosellini, dove egli aveasi allestito un piccolo laboratorio. Frequentava egli pure il laboratorio della scuola di chimica applicata alle arti nelle Scuole Tecniche allora in fiore nella nostra città, occupandosi nelle ore libere dall'insegnamento di argomenti varii con ricerche sperimentali. Ridotto poi a stabile dimora in Bologna, intraprese studi di tossicologia, dei quali fanno fede le numerose memorie che egli lesse all'Accademia Bolognese di cui era socio. Di questi lavori argomento precipuo fu lo studio di alcuni prodotti della

putrefazione dei cadaveri, che egli chiamò *ptomaine*, e che per le loro proprietà, per le loro reazioni, e per l'azione venefica che essi esercitano sugli animali hanno tanta somiglianza con alcuni alcaloidi dei vegetali, che con questi molto facilmente si possono confondere. È evidente l'importanza di queste ricerche, le quali coi loro risultamenti hanno posto in avvertenza i chimici periti, chiamati a pronunciarsi in caso di sospettato veneficio, sulla possibilità che le reazioni ottenute dai procedimenti chimico-legali li inducano a credere a commesso avvelenamento con un alcaloide vegetale, mentre quelle reazioni stesse sono cagionate dalle *ptomaine*, venefiche esse pure, ma naturali prodotti di putrida fermentazione. Ed il SELMI continuando le sue ricerche su questo importante argomento, veniva pure a segnalare la produzione di corpi analoghi alle *ptomaine*, negli umori morbosi che in alcune infermità si sviluppano nel corpo umano vivente. L'importanza di queste ricerche è manifesta: che se nei lavori che il SELMI ha pubblicati su questo tema resta ancora qualche lato debole, specialmente in riguardo a fatti che più chiaramente stabiliscano la composizione e l'individualità delle *ptomaine*, non è men vero che essi lavori apersero una via in cui altri perseverando potrà, con vantaggio reale della scienza, raccogliere nuovi dati sperimentali, e portare così a pieno compimento un ramo di chimica tossicologica di grande momento. — Sebbene sarà difficile che altri abbia il coraggio di camminare sulle orme del SELMI, e porsi di proposito a rimaneggiare materiali corrotti, fetenti, ripugnanti, ed anche possibilmente pericolosi, per discoprire i secreti che vi si nascondono.

Altri argomenti trattò sperimentalmente il SELMI, onde egli in varii tempi scrisse Memorie, delle quali alcune furono accolte nei Volumi della nostra Accademia. Esse riflettono la solubilità del cianuro d'oro nei cianuri alcalini, l'azione del iodio sul bicloruro di mercurio, la pseudo-soluzione dell'azzurro di Berlino, l'azione del latte sui metalli, la cristallizzazione del solfato di soda, i composti di ossigeno, iodio e mercurio - la fermentazione amigdalica - gli effetti dell'arsenico sulla economia animale e sul latte vaccinico, ecc. Ed ancora, poco prima che egli morisse, comunicava all'Accademia di Bologna una sua osservazione sull'albume dell'uovo, in cui egli rilevava la presenza di una materia *diastasica* capace di trasformare l'amido in zucchero.

L'operosità del SELMI è tanto più degna di lode se si con-

sideri quanto la sua vita corresse agitata nelle lotte politiche, e se si tien conto della scarsezza dei mezzi dei quali egli potè valersi nelle ricerche scientifiche, lavorando in laboratorio non suo, od in laboratorio meschinamente dotato, come era, per quanto mi fu riferito, quello della sua scuola di chimica farmaceutica in Bologna, che per soprappiù era angusto, umido, malsano. Quindi quella lotta continua di aspirazioni e di desiderii impotenti, che si rompono contro ostacoli inamovibili, e che rendono maggiore il merito della riuscita, benchè inferiore a quanto si poteva attendere da un cultore di una scienza sperimentale.

Il SELMI pubblicò pure parecchie opere sulla chimica sotto forma di manuali, cioè i *Principii di chimica elementare inorganica ed organica*, in due edizioni distinte. Intraprese in Torino la pubblicazione di un Annuario chimico Italiano colla collaborazione de' suoi amici Parmeggiani e Giorgini, periodico che non ebbe che vita brevissima. Egli poi si pose a capo della compilazione dell'Enciclopedia chimica, che si pubblicò dalla Società editrice in Torino, valendosi del concorso di molti cultori della chimica e delle sue applicazioni; la quale opera già recata a compimento sotto forma di dizionario, si arricchì ancora di molti fascicoli che ne sono il complemento. Nel 1850 egli presentava a questa Accademia un suo manoscritto col quale egli concorreva al premio di L. 2500 stabilito dal Conte Pillet-Will per una *Introduzione allo studio della Chimica;* l'Accademia, pur riconoscendo che il lavoro non era affatto compiuto, considerando tuttavia che quale esso si presentava, era utile al conseguimento dello scopo del concorso, gli aggiudicava il premio; è a dolersi che il SELMI non abbia dato compimento all'opera sua, la quale non fu pubblicata.

Se il SELMI ebbe merito di operoso e sincero amatore della patria, e di solerte cultore delle chimiche discipline, non andò privo del merito di letterato. Egli studiava con amore la nostra lingua, e particolarmente si compiacque nel meditare gli scritti dell'Alighieri. A chi nol conosceva da vicino riuscì strano che nel 1855 si pubblicasse nel periodico *La Rivista contemporanea*, una dissertazione del SELMI, sotto questo titolo: *Il Convito, sua cronologia, disegno ed intendimento, attinenze alle altre opere di Dante.* Con questo suo scritto il SELMI intese di concorrere ad illustrare il 6° centenario della nascita del sommo Poeta che in quell'anno si celebrava; e l'opera sua fu apprezzata dagli

studiosi della patria letteratura. Ed ancora egli si adoperò per la pubblicazione di uno scritto diretto allo stesso fine di celebrare Dante, col titolo di: *Chiose anonime alla Divina Commedia.*

A conclusione di questi brevi cenni giova l'aggiungere che se il SELMI nella vita sua travagliata meritò lode di benemerito cittadino e di distinto scienziato, a chi il conobbe dappresso egli apparve ornato d'onestà di carattere, di integrità di costume, modesto e dolce di modi; onde egli fu stimato ed amato dai suoi Colleghi della Università e dell'Accademia di Bologna, che alla sua memoria tributarono sincera e chiara testimonianza di rimpianto per opera del suo amico Prof. Ercolani il 10 Novembre 1881, ai cui sentimenti oggi si unisce dolente questa nostra Accademia.

Il Socio Comm. Giacinto Berruti presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. Giuseppe Piolti, Assistente al Museo mineralogico della R. Università di Torino, un lavoro intitolato:

NUOVE RICERCHE

INTORNO ALLE

PIETRE A SEGNALI (1)

dell'Anfiteatro morenico di RIVOLI (*PIEMONTE*).

> « Un fait se produit qui attire l'attention d'un esprit observateur; un autre fait de même nature apparaît, soit simultanément avec le premier, soit à un intervalle plus ou moins éloigné. D'autres viennent se grouper autour d'eux, et de cet ensemble de lueurs isolées résulte un faisceau de lumière qui frappe enfin tous les yeux ».
>
> Joly, *L'homme avant les métaux*.

Nella mia Memoria sulle *pietre a scodelle* dell'anfiteatro morenico di Rivoli (2), descrivevo tre di tali pietre. Nell'autunno dello scorso anno ne incontrai una quarta, i cui segni presentano qualche analogia con quelli delle due pietre a scodelle di S^t-Aubin (presso il lago di Neuchâtel) e di Biel, descritte dal celebre archeologo svizzero, Dott. Ferdinando Keller (3).

Questa nuova pietra a segnali incontrasi nella regione del Pozzetto, a poco più di due chilometri da Rivoli, alla distanza di trecento o quattrocento metri dalla cascina detta *dei Canonici*, andando verso Ponente: è un masso erratico di diorite, ha una forma assai irregolare e le seguenti dimensioni:

Altezza media	metri	1,90
Lunghezza massima . .	»	5,50
Larghezza media . . .	»	2,20.

(1) Questo nome e quello di *pietre a scodelle* indicano la medesima specie di monumenti preistorici e vengono usati promiscuamente dagli archeologi: corrispondono ai nomi tedeschi di *zeichensteine* e *schalensteine*.

(2) Nota sopra alcune *pietre a scodelle* dell'anfiteatro morenico di Rivoli (Piemonte), per Giuseppe Piolti, *Atti della R. Accademia delle Scienze*, Vol. XVI. Adunanza delli 13 Marzo 1881.

(3) D.r Ferdinand Keller, *Die Zeichen-oder Schalensteine der Schweiz*. Zürich, 1870, pag. 7.

Sulla sua faccia rivolta all'Ovest appaiono cinque scodelle, delle quali la maggiore ha un diametro di m. 0,06, ed una profondità di m. 0,04; le altre hanno tutte un diametro press'a poco eguale al suddetto, ma la loro profondità è minore. Due di esse sono collegate da un canaletto, per modo da rappresentare la proiezione di quello speciale strumento di ginnastica, chiamato *manubrio*.

Ed a questa specie di scodelle riunite appartengono appunto quelle che si trovano scavate sui due blocchi erratici succitati, di S[t]-Aubin e di Biel. Importa qui di notare che le scodelle del masso da me trovato sono evidentemente state prodotte da uno strumento sfregante, non a colpi, come le si farebbero con un utensile in ferro: vi si vede la traccia di detto sfregamento, indicante che lo strumento adoperato doveva essere in pietra.

Ciò posto, le *pietre a segnali* non sarebbero finora che quattro nel territorio di Rivoli, in una località cioè dove i massi erratici si contano a centinaia (1), e la scarsezza di quelle parmi sia già

---

(1) Notisi che non bisogna considerare ogni blocco erratico avente segni alla sua superficie come una pietra a segnali, poichè anche ora nelle nostre Alpi gli abitanti sogliono incidere, sopra una rupe o sopra un masso isolato, una linea, una croce, collo scopo di delimitare l'una dall'altra le varie proprietà. E simili croci si rinvengono eziandio nei dintorni di Rivoli: da questa città andando verso Avigliana, per un'antica strada fra boschi ora non più praticata che dai pedoni, là dove, a detta dei contadini, stava una volta il limite di confine fra il territorio di Rivoli e quello di Rosta, sulla sinistra havvi un masso erratico conosciuto sotto il nome volgare di *pera ciavoira*, che vorrebbe dire *pietra chiuditrice*, pietra che avrebbe separato i due territori. Su essa vedonsi incise due croci, e fra queste sta un λ, che, sempre secondo l'opinione di molti contadini da me interrogati in proposito, rappresenterebbe rozzamente il manico d'una chiave (?). Partendo poi da questo masso, salendo la collina ed andando verso Sud-Est, su parecchi massi erratici, posti press'a poco sul medesimo allineamento, notansi alcune di tali croci, le quali naturalmente avevano, anche in un'epoca non molto da noi lontana, lo scopo di delimitare il territorio di Rivoli da quello di Rosta.

Così pure su una delle cime della collina di Monsagnasco, presso ad un segnale trigonometrico ivi costrutto non è gran tempo, trovasi un masso erratico di diorite, sulla cui faccia superiore vedesi una rozza scultura, che a detta dei contadini rappresenterebbe una mano umana: a poca distanza da questa, sulla medesima pietra, v'è scolpita una croce. Io ebbi occasione di esaminare tale blocco erratico in compagnia del Prof. Giorgio Spezia, ed egli mi fece giustamente notare come visibilmente tanto la croce come la supposta mano fossero state incise con un istrumento in ferro, e come per fare la seconda di tali due sculture, l'artefice si fosse aiutato d'alcune druse preesistenti nella roccia; druse, la cui traccia è ancor oggi riconoscibile. La preistoricità qui c'entra per nulla: la croce probabilmente segnava un confine e chi la scolpì si divertì ad incidere la supposta mano.

Queste notizie dimostrano come si debba andare ben guardinghi prima di proclamare una pietra a scodelle come tale.

un argomento importante contro l'ipotesi che le loro escavazioni siano prodotte dall'azione degli agenti atmosferici.

Oltre a ciò, ammettendo l'ipotesi suddetta, non si capirebbe per es., come di due massi situati a poco più di 100 m. l'uno dall'altro, sul clinale d'una collina, esposti ai medesimi venti, ambidue offrenti all'acqua piovana un esteso campo d'azione (come è il caso del masso della fig. I della Tavola unita alla mia Memoria già citata e d'un altro posto un po' più verso Sud), uno mostri scodelle alla sua superficie e l'altro no.

Ma v'ha di più: queste scodelle sono analoghe ad altre che s'incontrano in molte regioni d'Europa, non solo su massi erratici e su rocce in posto, ma anche su pietre druidiche, presso a *dolmen*, in relazione insomma con veri monumenti megalitici. Vi dovette quindi essere un tempo in cui l'uso di queste scavazioni era generale, era un attributo di molti popoli.

Per cui conviene ammettere col Keller che *il corrispondersi dei segni sui blocchi di pietra presso di noi* (cioè nella Svizzera e quindi in Piemonte, poichè molte pietre a scodelle elvetiche sono analoghe a quelle da me descritte) *e là* (cioè in Inghilterra) *è altamente sorprendente ed è affatto impossibile che ciò sia accidentale* (1).

Anche il fatto di non essersi incontrate pietre a scodelle di calcare (2) ha la sua importanza.

Nell'anfiteatro morenico di Rivoli un tempo non erano rari i massi erratici di calcare; ora scarseggiano e diminuiscono giorno per giorno in causa della distruzione che ne fanno i contadini per servirsene come di materiale da costruzione e più per liberarsi i loro campi da tali incomodi ospiti. Quest'opera vandalica si prosegue con accanimento anche in paesi che si dànno per più colti dell'Italia. Il Dott. Kühne di Stettino, in una sua lettera in data 25 ottobre 1881 mi diceva: « il est bien vraisemblable » qu'il y a encore quantité de pierres analogues (cioè pietre a » scodelle) chez nous (in Pomerania); mais ces blocs erratiques » étant les seules pierres qui se trouvent dans notre pays, les » agriculteurs les détruisent sans pitié ».

Orbene, quei pochi superstiti blocchi erratici di calcare da me esaminati non mostrano alcuna traccia di segnali, perchè

(1) Keller, Op. cit., p. 14.
(2) Id. id. id. 2.

esperimentalmente gli uomini dell'età della pietra, che, secondo l'opinione della maggior parte degli archeologi furono quelli che scolpirono i monumenti di cui discorriamo, avevano riconosciuto essere il calcare una roccia poco dura e quindi incapace a mantenere lungo tempo i segni su essa scolpiti.

Del resto, l'espressione *giuochi di natura*, che alcuni geologi sogliono ancora aver molto, anzi troppo alla mano, e con cui si cerca di spiegare un fenomeno difficile ad interpretarsi, ha fatto il suo tempo e non resiste più allo scalpello morale dell'analisi moderna, che, quando non può rivelare, tace, e rifugge dal foggiare vocaboli i quali cambiano nome ad un fenomeno senza spiegarlo.

Entrando ora nello spinoso campo delle ipotesi fattesi per stabilire l'uso a cui servivano le pietre a segnali, naturalmente io mi debbo limitare alle supposizioni fondate su quanto ho veduto io, cioè sulle pietre a scodelle da me esaminate, poichè in argomenti siffatti non basta il veder disegni, per formarsi concetti giusti; è d'uopo osservare attentamente dal vero.

Ciò posto, nel mio caso m'accosto all'opinione del sig. De Caumont, secondo cui le scodelle sopra un piano orizzontale avrebbero servito a raccogliervi sangue e la pietra su cui quelle si trovano sarebbe stata un vero altare per sacrifizi, tanto più che le ragioni opposte dal Keller (1) contro tale ipotesi non sono valevoli nel caso concreto di cui discorro, cioè della pietra a scodelle di Monsagnasco (vedi mia Memoria già citata, fig. I) e di quella di Reano (id., fig. 2). Vediamo quali siano queste ragioni. Il Keller dice: le pietre a scodelle non hanno potuto servire come altari per sacrifizi,

1°, in causa del mostrarsi spesso le fossette su pareti verticali;

2°, perchè talora i canaletti che trovansi sulle pietre a segnali non vanno a finire in una scavazione;

3°, perchè spesso le scodelle sono scolpite più in alto della statura d'un uomo.

Ora, sulla pietra a segnali di Monsagnasco e su quella di Reano troviamo fossette sopra un piano orizzontale o quasi. Nell'ultima mancano canaletti, nella prima ve n'è uno, ma va a

(1) KELLER, Op. cit., p. 11.

finire nella scavazione maggiore. La pietra a scodelle di Monsagnasco s'eleva dal suolo non più di m. 0,52, e notisi che qui non si può ammettere vi siano state deiezioni attorno al masso, in modo da diminuirne l'altezza per rapporto al terreno, perchè il blocco erratico trovasi sulla sommità d'una collina isolata. La pietra a scodelle di Reano poi è molto più alta d'un uomo, ma vi si accede facilmente, e quindi l'argomento addotto dal Keller, ripeto, sempre relativamente al nostro caso, cade di per sè.

Per le scodelle invece sopra un piano verticale, finchè non si darà una spiegazione migliore, anche riferendoci particolarmente alle tre pietre a segnali dell'anfiteatro morenico di Rivoli che presentano disposte in tal modo le loro scavazioni, sono d'accordo col Keller intorno alla loro interpretazione, cioè che le scodelle hanno *lo scopo di indicare che la pietra su cui quelle sono scolpite è da considerarsi come pietra monumentale* (1). Anzi il masso di Reano, col suo avere ambe le sorta di scodelle, conferma questo carattere di monumentalità. Siccome poi tale masso presenta eziandio enormi cavità profonde da m. 0,25 a m. 0,42, con un diametro massimo esterno di m. 0,33 a m. 0,45, tanto che una testa d'uomo vi cape comodamente, non v'è nulla d'assurdo nel ritenere col sig. De Caumont che simili cavità servissero per deporvi offerte, poichè con ciò il carattere di pietra monumentale non viensi punto a sminuire.

È vero che le escavazioni di cui parla il signor De Caumont *si trovano su pietre megalitiche*, *innalzate e messe insieme dalla mano dell'uomo*, *non sui blocchi erratici* (2); ma, ammesso in un'epoca remotissima l'uso di incidere segni su pietre per qualche scopo che noi al giorno d'oggi non possiamo determinare con sicurezza, quelli potevano essere scolpiti tanto su massi erratici *in situ*, quanto su lastre di pietra trasportate per costrurne megaliti.

Un fatto avrebbe accresciuto di molto l'importanza delle pietre a segnali, il trovare cioè nelle loro vicinanze gli strumenti di cui si sarebbe servito l'uomo per lavorare tali pietre. Ora questo fatto finora non s'è avverato, come si può vedere dal seguente passaggio del Keller (3), ch'io traduco testualmente: «.... non

(1) Keller, Op. cit., p. 11.
(2) Id. id. id. 10.
(3) Id. id. id. 4.

» mi è noto alcun esempio, che presso o sotto ad una pietra a
» scodelle sia stato trovato un oggetto lavorato dalla mano del-
» l'uomo. Sul fine di Maggio del 1869 avendo luogo scavi e
» trasporti di terreno sopra una boscosa elevazione fra il lago di
» Greifen e quello di Pfäffik, fu scoperta dal sig. Messikommer
» ed ora trasportata nella *Wasserkirche* a Zurigo una pietra a
» scodelle e si osservò se per caso esistessero lì presso oggetti
» lavorati, ma non vennero trovati nè un istrumento di pietra
» o di metallo, nè crani, nè carboni, nè ossa. Come mi assicurarono
» i proprietari, si trovò parimente nulla nel togliere la pietra a
» scodelle di Wetzwyl od altri consimili monumenti, nè si scorse
» traccia di oggetti estranei. Gli scavi posteriori intrapresi dal
» defunto signor Notaio Müller di Nidau, collo scopo di arrivare
» ad una più sicura conoscenza della pietra a scodelle situata
» presso Biel, non diedero egualmente alcun risultato ».

Non contento delle prove contrarie addotte dal Keller, scavai io stesso alla profondità di 40 a 50 centimetri il terreno adiacente alla pietra a scodelle di Monsagnasco, ed anche le mie ricerche riuscirono infruttuose. Rinvenni, è vero, una gran quantità di ciottoli glaciali di quarzo e d'altre roccie, ma nulla che mi abbia potuto dare anche la più lontana idea d'un qualche istrumento atto a lavorare la pietra.

Tuttavia non dispero, proseguendo tali scavi, di riuscire un giorno o l'altro a trovare gli strumenti di scultura: quel giorno la questione delle pietre a scodelle sarà nettamente definita, almeno per quanto riguarda l'epoca a cui appartenne l'uomo che le scolpì.

Il Socio Comm. Alfonso Cossa presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Cav. Ermenegildo Rotondi, Prof. nel R. Museo industriale italiano, un lavoro intitolato:

RICERCHE CHIMICHE

SOPRA

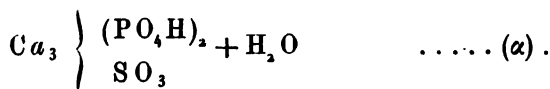
ALCUNI FOSFATI.

Le ricerche eseguite ebbero per iscopo, lo studio della natura dei composti che hanno origine dall'azione dell'acido solforoso sopra i fosfati di calcio, magnesio e bario, e le indagini relative alla possibilità di applicare industrialmente i fosfati di magnesio, per la precipitazione dell'ammoniaca contenuta nelle acque ammoniacali del gaz ed orine fermentate.

I.

Azione dell'acido solforoso sopra il fosfato tricalcico.

In seguito ai studi fatti da Gerland (1) si ritiene, che dalla soluzione di fosfato tricalcico nell'acido solforoso, si possa precipitare, mediante rapido riscaldamento, un composto formato da cristalli esagonali, che essiccati sopra acido solforico corrispondono alla formola:

$$Ca_3 \left\{ \begin{matrix} (PO_4H)_2 \\ SO_3 \end{matrix} \right. + H_2O \qquad \ldots\ldots (\alpha).$$

Se invece di riscaldare rapidamente, si abbandona per qualche tempo a contatto dell'aria la soluzione solforosa, si ottiene, secondo il citato autore, un deposito formato da solfato, solfito e fosfato bicalcico in proporzioni variabili, a seconda delle condizioni nelle quali la precipitazione ha luogo, e resta in soluzione

(1) *Bulletin de la Société chimique* t. XIV p. 37; e *Journ. für prakt. Chem.* t. IV.

del fosfato acido di calcio. Analoghi risultati si ottengono precipitando la soluzione con alcool, o eliminando l'acido solforoso con idrogeno od altro gas inerte.

Nelle ricerche di Gerland, non si accenna alla natura dei composti esistenti nella soluzione solforosa di fosfato tricalcico, ed alle cause per le quali, mediante l'azione del calore, si ottengono prodotti di composizione differente.

Per risolvere una tale questione, incominciai anzitutto ad indagare, se il composto ottenuto da Gerland, si debba ritenere una sostanza di composizione definita, oppure la miscela di diversi sali. Per eseguire un tale studio, si preparò una soluzione solforosa di fosfato tricalcico della densità di 1.175 a 17 centigradi, e divisa in varie porzioni *a*. *b*. *c*....... si trattò nei seguenti modi:

Porzione *a*). Diluito il liquido con due volumi di acqua, si lasciò in matraccio aperto per 10 giorni alla temperatura di circa 25 gradi; si ebbero così dei cristalli di solfato di calcio puro.

Porzione *b*). Operando come nel caso precedente, ma con una soluzione diluita con un quarto soltanto del suo volume d'acqua, si ebbero cristalli di solfato di calcio, mescolati a traccie di solfito e fosfato.

Porzione *c*). Abbandonata la soluzione in matraccio aperto alla temperatura di 25 gradi, si raccolsero separatamente i sali che precipitarono dopo 10-20-30 giorni.

Porzione *d*). Si portò rapidamente all'ebullizione, e dopo intervalli diversi si raccolsero i sali precipitati. L'ultimo deposito si separò quando il liquido non dava più precipitato col calore, quantunque contenesse ancora in soluzione del fosfato ed altri sali di calce, che precipitarono coll'aggiunta di idrato di calcio.

Porzione *e*). Si aggiunse al liquido un volume d'acqua eguale al proprio, e si operò come nel caso precedente.

Porzione *f*). Si evaporò completamente a bagno maria.

Porzione *g*). Si separò il precipitato formatosi per l'aggiunta di due volumi di alcool concentrato.

Porzione *h*). Si operò come in *g*, impiegando tre volumi di alcool.

Porzione *l*). Si rese neutra la reazione del liquido mediante aggiunta di ammoniaca; il precipitato ottenuto non conteneva detta base.

PORZIONE *m*). Si trattò il liquido con una corrente d'aria fino a precipitazione completa dei sali da essa resi insolubili. Le acque madri, che avevano una reazione acidissima, si evaporarono a bagno maria.

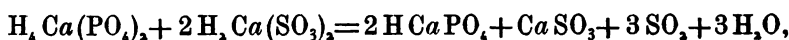
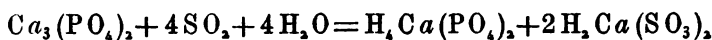
I sali di calce preparati coi metodi sopra indicati, ed essiccati sopra acido solforico, diedero all'analisi i seguenti risultati.

CAMPIONE	COMPOSIZIONE per %					*Osservazioni*
	SO_2	SO_3	P_2O_5	CaO	H_2O	
Porz. a con 2 vol. d'acqua	—	46 52	—	32.54	20.94	Solfato di calcio.
b » 1/4 »	0.17	46.39	traccie	32.12	21.32	
c 1° deposito	10.68	0.64	34.75	35.47	18.86	
» 2° »	4.51	0.91	37.77	39.86	16.95	
» 3° »	6.76	0.89	35.86	38.98	17.51	
d 1° »	1.94	0.72	40.12	39.66	17.56	
» 2° »	13.62	1.17	32.74	37.63	14.84	
» 3° »	1.99	0.68	39.05	43.51	14.77	
e con 1 vol. d'acqua, 1° depos.	6.74	traccie	37.76	39.89	15.61	
» » » 2°	12.88	0.79	33.11	36.74	16.48	
» » » 3°	9.17	1.08	34.15	38.87	16.73	
f evaporazione completa	15.36	traccie	34.77	40.85	9.02	Corrisponde alla formola $2HCaPO_4 + CaSO_3 + H_2O$
g con 2 vol. d'alcool	12.04	0.62	31.18	34.93	21.23	
h » 3 »	7.11	0.68	31.17	38.41	22.63	
l con ammoniaca	10.98	0.24	35.98	43.01	9.36	
m con corrente d'aria	0.80	3.31	31.94	41.73	22.22	
n acque madri del precipitato ottenuto in m	—	traccie	36.98	14.62	48.40	Corrisponde alla formola $H_4Ca(PO_4)_2 + 8H_2O$.

Dai risultati sopra esposti si rileva, che i precipitati ottenuti risultano in generale formati da miscele di solfito e fosfati di calcio con traccie di solfato, proveniente dall'ossidazione dell'acido solforoso. Soltanto il precipitato ottenuto nell'esperienza *f*, cor-

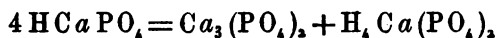
risponde nella composizione centesimale alla formola (α) data da Gerland. Questo fatto, si spiega facilmente pensando, che coll'eliminazione dell'acido solforoso libero della soluzione di fosfato tricalcico, il fosfato acido di calce da esso formato, reagisce sopra il solfito acido, per dar origine a solfito neutro ed a fosfato bicalcico, come appare dalle seguenti relazioni:

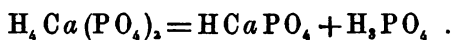
$$Ca_3(PO_4)_2 + 4SO_2 + 4H_2O = H_4Ca(PO_4)_2 + 2H_2Ca(SO_3)_2$$

$$H_4Ca(PO_4)_2 + 2H_2Ca(SO_3)_2 = 2HCaPO_4 + CaSO_3 + 3SO_2 + 3H_2O,$$

ne risulta cioè del fosfato bicalcico e del solfito di calce nelle proporzioni indicate dal composto ottenuto nell'esperienza *f*.

Un tale prodotto, contrariamente a quanto ammette Gerland, si deve ritenere formato da una miscela dei due indicati sali, i quali possono trovarsi in un rapporto costante nel solo caso della completa evaporazione della soluzione solforosa. Il fatto poi che l'acqua scioglie a preferenza il solfito di calce, è un altra prova che rende inammissibile la formazione di un sale definito. — I risultati delle esperienze fatte con i fosfati di magnesio e di bario, confermano un tal modo di interpretare il fenomeno.

Le differenze nella composizione dei composti ottenuti nelle citate esperienze, si spiegano facilmente rammentando gli studi di Delattre (1) ed Erlenmeyer (2) dai quali risulta, che il fosfato bicalcico può dare origine sotto l'azione dell'acqua a fosfato acido e tricalcico:

$$4HCaPO_4 = Ca_3(PO_4)_2 + H_4Ca(PO_4)_2$$

e che il fosfato acido, in condizioni speciali, può decomporsi in acido fosforico e fosfato bicalcico:

$$H_4Ca(PO_4)_2 = HCaPO_4 + H_3PO_4 .$$

Il modo quindi, con cui si elimina l'acido solforoso dalla soluzione del fosfato tricalcico, deve influire necessariamente sulla composizione dei prodotti che si ottengono.

È noto, che già da qualche tempo si utilizza l'acido solforoso per l'estrazione della gelatina dalle ossa, e per la prepa-

(1) *Bulletin de la Société chimique*, t. XXXV, p. 358.
(2) Idem, t. XXI, p. 177.

razione del fosfato bicalcico mescolato a solfito per uso dell'agricoltura. Recentemente il signor Alldred (1), basandosi sulla poco solubilità degli ossidi di ferro e silicati nell'acido solforoso, propose il suo impiego per il trattamento sotto pressione ed alla temperatura di 100 gradi, dei fosfati naturali poveri, e non utilizzabili coi processi ordinari, per la fabbricazione dei perfosfati.

II.

Azione dell'acido solforoso sopra il fosfato trimagnesiaco.

Dalle ricerche eseguite da Gerland (2) risulta, che il fosfato trimagnesiaco si scioglie senza decomporsi in una soluzione acquosa di acido solforoso.

Tale asserzione è inesatta, perchè trattando del fosfato trimagnesiaco con acido solforoso, si ottiene del solfito e del fosfato bimagnesiaco, verificandosi reazioni analoghe a quelle esposte per il fosfato tricalcico. Infatti, evaporando completamente a bagno maria, ed in corrente di idrogeno, una soluzione solforosa del detto fosfato, si ottiene un residuo che corrisponde alla formola $2HMgPO_4 + MgSO_3 + 3H_2O$ avendo dato all'analisi i seguenti risultati:

	Trovato	Calcolato
P_2O_5	35.28 p. %	35.68 p. %
SO_2	16.19 »	16.08 »
MgO	29.96 »	30.15 »
H_2O	18.32 »	18.09 »
SO_3	0.47 »	——

Un tale residuo, analogamente a quello che si ottiene col fosfato tricalcico, si deve riguardare come la miscela di due sali e non un composto unico, perchè trattato con acqua abbandona tutto il solfito di magnesia e lascia del $HMgPO_4 + 3H_2O$. Infatti, l'analisi eseguita sopra un tale residuo essiccato a 100 gradi diede i seguenti risultati:

(1) *Moniteur scientifique*, série 3, t. X e XI. — *Chemical News*, t. XLII.
(2) *Bull. Soc. chim.*, t. XVI, p. 235.

	Trovato	Calcolato
P_2O_5	40. 17 p. %	40. 81 p. %
MgO	23. 28 »	22. 99 »
H_2O	36. 01 »	36. 20 »
SO_2	traccie	——

Se invece di evaporare completamente un dato volume di soluzione solforosa, si evapora soltanto parzialmente, e si raccolgono ad intervalli diversi i precipitati che si formano, si hanno composti formati da miscele di solfito e fosfati magnesiaci in proporzioni differenti.

Il fosfato bimagnesiaco, di cui vedremo in seguito le possibili applicazioni, si può preparare industrialmente trattando a caldo il fosfato acido con giobertite, oppure per doppia decomposizione fra il solfato di magnesia e la soluzione solforosa di fosfato tricalcico. — Separando colla filtrazione il solfato di calcio che si forma, si ottiene del fosfato bimagnesiaco mescolato a solfati e solfiti, i quali, eliminati a mezzo di ripetute lavature lasciano un residuo che essiccato a 100 gradi corrisponde alla formola $HMgPO_4 + 3H_2O$, avendo fornito all'analisi i seguenti risultati:

P_2O_5	40. 31 p. %
MgO	22. 30 »
H_2O	35. 26 »

Se invece di fosfato trimagnesiaco, si tratta con acido solforoso del fosfato bimagnesiaco, e si evapora completamente una parte della soluzione, si ottiene nuovamente il sale che si disciolse, affatto esente di solfito. — L'opinione quindi di Gerland è solo ammissibile nel caso che l'acido solforoso agisca sopra il fosfato bimagnesiaco.

III.

Azione dell'ammoniaca e sali ammoniacali sopra i fosfati di magnesio.

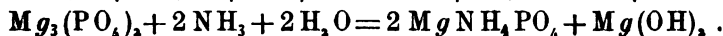
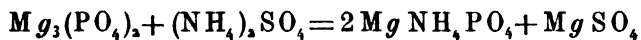
L'ammoniaca, contenuta nelle acque ammoniacali del gas ed orine fermentate, si utilizza colla distillazione o colla precipitazione sotto forma di fosfato ammonico magnesiaco. Il primo metodo, che è quello generalmente usato, ha l'inconveniente di non potersi economicamente applicare che quando si hanno da lavorare grandi quantità di materia prima, il che è una causa dello

spreco della maggior parte delle acque ammoniacali prodotte nei piccoli gasogeni. Il secondo metodo suggerito da Merle, quantunque di facile applicazione, non è in generale impiegato, perchè non permette di utilizzare che la metà circa dell'ammoniaca contenuta nei liquidi assoggettati al trattamento.

Tale inconveniente, si attribuisce ordinariamente alla solubilità del fosfato ammonico magnesiaco nell'acqua. Quando però si riflette, che una parte di detto sale richiede circa 15000 parti d'acqua alla temperatura ordinaria per sciogliersi, riesce difficile l'ammettere per esatta una tale spiegazione. Allo scopo di studiare detta questione, incominciai dal ricercare quale sia il modo di agire dei diversi fosfati di magnesia in preferenza delle soluzioni ammoniacali.

a) « Modo di comportarsi del fosfato trimagnesiaco in » presenza delle soluzioni ammoniacali ».

Se si aggiunge del fosfato trimagnesiaco ad una soluzione ammoniacale, l'ammoniaca si fissa al fosfato, e precipita completamente sotto forma di fosfato ammonico magnesiaco secondo una delle seguenti relazioni:

$$Mg_3(PO_4)_2 + (NH_4)_2SO_4 = 2\,MgNH_4PO_4 + MgSO_4$$
$$Mg_3(PO_4)_2 + 2\,NH_3 + 2\,H_2O = 2\,MgNH_4PO_4 + Mg(OH)_2\,.$$

Infatti, da esperienze eseguite aggiungendo del fosfato trimagnesiaco a diverse soluzioni ammoniacali, si ebbero dopo 48 ore i risultati seguenti:

SOLUZIONI IMPIEGATE				Quantità per % di ammoniaca precipitata (1)
Solfato d'ammonio corrispondente a	gr. 0,834	di NH_3	p. 100 c. c.	98.97
Solfuro » »	» 0,800	»	...	99.43
Carbonato » »	» 0,794	»	...	99.38
Acque ammoniacali del gas (2)	» 0,807	»	...	99.12
Ammoniaca	» 0,814	»	...	95.31

(1) Medie di tre esperienze.

(2) Proveniente dal gazogeno della Società Italiana per il gas luce di Torino.

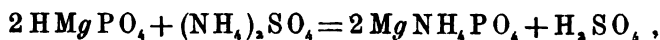
Impiegando il fosfato trimagnesiaco si può quindi precipitare completamente tutta l'ammoniaca, che sotto forma di sale si trova in un liquido; nel caso però che l'ammoniaca sia allo stato libero, vi è qualche perdita dovuta probabilmente a reazioni secondarie prodotte dall'ossido di magnesio messo in libertà durante la reazione.

Da esperienze fatte, aggiungendo quantità note di fosfato ammonico magnesiaco a dell'acqua (1 grammo di fosfato ammonico magnesiaco e 100 cc. di acqua) contenute in sospensione dell'ossido di magnesio, si trovò, analizzando il liquido dopo due giorni, che esso teneva in soluzione l'11,40 p. $^0/_0$ dell'ammoniaca corrispondente al fosfato impiegato; dopo nove giorni di contatto, la quantità di ammoniaca disciolta fu del 14,61 p. $^0/_0$.

Ripetendo analoghe esperienze con ossido di calcio, si trovò che la quantità di ammoniaca resa solubile fu rispettivamente del 16,15 e del 29,60 p. $^0/_0$.

b) « Modo di comportarsi del fosfato bimagnesiaco in » presenza delle soluzioni ammoniacali ».

Se si aggiunge del fosfato bimagnesiaco ad una soluzione acquosa di ammoniaca, questa precipita completamente. Da esperienze fatte con soluzioni di ammoniaca al 0,814 p. $^0/_0$ si trovò, per media di due prove, che il 99,20 p. $^0/_0$ dell'ammoniaca precipitò sotto forma di fosfato ammonico magnesiaco. — Col carbonato d'ammonio e colle acque ammoniacali del gas, si ebbero risultati identici; l'anidride carbonica che in questo caso è messa in libertà, non ha quindi influenza sensibile sulla solubilità del fosfato ammonico magnesiaco. Con tutti gli altri sali ammoniacali la precipitazione non è più completa perchè dell'acido è messo in libertà:

$$2\,HMgPO_4 + (NH_4)_2SO_4 = 2\,MgNH_4PO_4 + H_2SO_4\,,$$

il quale reagisce in seguito sopra i fosfati e comunica al liquido una reazione acida.

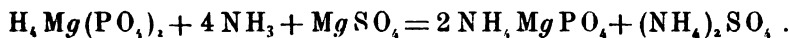
Una tale reazione si può facilmente dimostrare coll'aggiungere un sale ammoniacale a dell'acqua contenente in sospensione del fosfato bimagnesiaco e colorata in bleu da tintura di tornasole; dopo poco tempo la reazione ha luogo, ed il liquido assume la colorazione rossa proveniente da una certa quantità di acido mi-

nerale reso libero. Se si satura esattamente l'acidità con un alcali, o con un carbonato alcalino, tutta l'ammoniaca precipita; per media di quattro esperienze, fatte con idrato sodico e solfato d'ammonio si ebbe precipitato, sotto forma di fosfato ammonico magnesiaco, il 99,70 p. °/₀ dell'ammoniaca esistente nella soluzione impiegata.

Gli idrati d'ossido di calcio e di magnesio o i loro carbonati, si possono sostituire agli alcali, ma in questo caso, sia perchè la saturazione si fa assai lentamente, sia per azioni secondarie che possono aver luogo, la precipitazione riesce sempre difficile ed incompleta.

c) « Modo di comportarsi del fosfato acido di magnesio » in presenza delle soluzioni ammoniacali ».

Se si aggiunge del fosfato acido di magnesio ad una soluzione di ammoniaca, questa, anche in presenza di un sale di magnesio, non può precipitare completamente, perchè, almeno la metà resta in soluzione sotto forma di sale, come risulta dalla equazione:

$$H_4 Mg(PO_4)_2 + 4 NH_3 + Mg SO_4 = 2 NH_4 Mg PO_4 + (NH_4)_2 SO_4 .$$

Da tre esperienze fatte con una soluzione di ammoniaca al 0,814 p. °/₀ aggiunta a del fosfato acido di magnesio, in quantità tale da rendere neutra la soluzione, si ebbero i seguenti risultati:

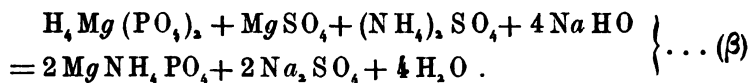
1ª	prova,	precipitò il	54,12	p. °/₀	dell'ammoniaca;
2ª	»	»	57,61	»	»
3ª	»	»	49,87	»	»

Sostituendo alla soluzione di ammoniaca le acque ammoniacali del gas si ottengono risultati affatto identici. Per media di tre esperienze si ebbe in questo caso precipitato il 49,12 p.°/₀ dell'ammoniaca.

Trattandosi di un liquido che contenga ammoniaca e un sale ammoniacale, è evidente che, operando come superiormente si disse, la porzione di ammoniaca combinata resterà tutta in soluzione.

Per ottenere la precipitazione totale dell'ammoniaca esistente in un liquido, sia libera che combinata, è necessario aggiungervi una quantità sufficiente di fosfato acido di magnesio (la quale ci è fornita dalla equazione (β), unitamente a solfato o cloruro, ed indi saturare l'acidità con una base. La reazione che ha

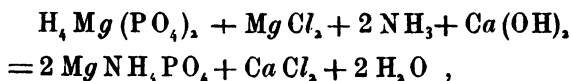
luogo impiegando l'idrato sodico, nell'ipotesi che il liquido contenga tutta l'ammoniaca allo stato di solfato, può essere rappresentata da:

$$\left.\begin{array}{l} H_4Mg(PO_4)_2 + MgSO_4 + (NH_4)_2SO_4 + 4NaHO \\ = 2MgNH_4PO_4 + 2Na_2SO_4 + 4H_2O \ . \end{array}\right\}\ldots(\beta)$$

Esperimentando con una soluzione di solfato d'ammonio contenente il 0,834 p. $^0/_0$ di ammoniaca, si ebbe precipitata il 97,50 p. $^0/_0$ dell'ammoniaca contenuta nella soluzione.

All'idrato di sodio si può sostituire l'ossido di calcio e di magnesio, od i loro carbonati ottenuti per precipitazione, potendo anch'essi saturare a freddo le soluzioni molto diluite di fosfato acido di magnesio. I carbonati naturali non servono egualmente bene, perchè nelle indicate condizioni saturano assai difficilmente l'acidità.

L'impiego dell'ossido di calcio non può però produrre una precipitazione completa. Infatti, impiegato in eccesso, decompone il fosfato ammonico magnesiaco, ed inoltre, anche usato nelle giuste proporzioni, dà sempre luogo a formazione di fosfato bicalcico e tricalcico, ed in conseguenza di ciò, si richiede un consumo di fosfato acido maggiore di quello che è teoricamente necessario per precipitare una data quantità di ammoniaca.

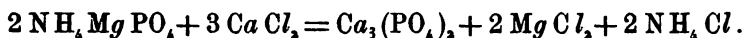
Da esperienze eseguite, saturando parzialmente con calce, in periodi di tempo diversi, delle soluzioni di solfato d'ammonio (al 0,834 p.$^0/_0$ di ammoniaca) aggiunte a del fosfato acido di magnesio, nella giusta quantità richiesta per precipitare tutta l'ammoniaca, qualora potesse verificarsi la equazione:

$$\begin{array}{l} H_4Mg(PO_4)_2 + MgCl_2 + 2NH_3 + Ca(OH)_2 \\ = 2MgNH_4PO_4 + CaCl_2 + 2H_2O \ , \end{array}$$

si ottennero invece precipitate le seguenti quantità di ammoniaca:

1ª	prova,	precipitò il	73,40	p. $^0/_0$	dell'ammoniaca;
2ª	»	»	58,15	»	»
3ª	»	»	64.12	»	»
4ª	»	»	91,64	»	»

Un'altra causa che influisce nella precipitazione dell'ammoniaca, quando si satura il fosfato acido con calce, si ha nell'azione che il fosfato ammonico magnesiaco esercita sul cloruro

di calcio, potendo aver luogo formazione di cloruro d'ammonio come risulta dalla:

$$2\,NH_4MgPO_4 + 3\,CaCl_2 = Ca_3(PO_4)_2 + 2\,MgCl_2 + 2\,NH_4Cl.$$

Da esperienze fatte con una soluzione al 10 p. °/₀ di cloruro di calcio, a cui si aggiunsero 10 grammi di fosfato ammonico magnesiaco per ogni 100 cent. cub. di liquido, risultò che il medesimo dopo 48 ore teneva in soluzione il 23,50 p. °/₀ dell'ammoniaca aggiunta.

La precipitazione quindi totale dell'ammoniaca mediante l'uso del fosfato acido di magnesio, e saturazione con idrato di calcio è cosa assai difficile, e le cose dette bastano per spiegare abbastanza bene le cause dei cattivi risultati a cui diede luogo nell'industria il suo impiego.

Nella precipitazione dell'ammoniaca, si può sostituire al fosfato acido di magnesio, il composto che si ottiene trattando con solfato di magnesio la soluzione di fosfato tricalcico nell'acido solforoso, del quale abbiamo precedentemente parlato. Anche in questo caso, la precipitazione dell'ammoniaca sotto forma di fosfato ammonico magnesiaco riesce completa, qualora si osservano le precauzioni indicate per l'impiego del fosfato acido di magnesio.

IV.

Osservazioni relative alla possibilità di applicare i fosfati di magnesio nella precipitazione dell'ammoniaca contenuta nelle acque del gas ed orine fermentate.

I risultati delle ricerche eseguite sul modo di comportarsi delle soluzioni ammoniacali in preferenza dei fosfati di magnesio, spiegano facilmente, che la causa dei cattivi risultati ottenuti nei tentativi fatti per precipitare sotto forma di fosfato ammonico magnesiaco, l'ammoniaca esistente nelle acque del gas o in altri liquidi, dipendono da un'erronea applicazione dei principii scientifici.

Infatti, il metodo suggerito da Merle, che fu quello generalmente tentato, consiste nell'aggiungere ad una soluzione di fosfato acido di magnesio (ottenuta per doppia decomposizione

fra il fosfato acido di calcio ed il solfato di magnesio) il liquido ammoniacale fino a reazione leggermente alcalina. Se rammentiamo quanto precedentemente si disse in III, *c.*, è facile il persuaderci, che, anche in presenza di un sale di magnesio, non si può precipitare, nemmeno teoricamente, più della metà dell'ammoniaca che è in soluzione allo stato libero o di carbonato, mentre quella che si trova in combinazione con altri acidi è completamente perduta. Se inoltre si pensa, che il fosfato acido di magnesio, preparato col metodo di Merle, contiene sempre dell'acido cloridrico libero, ne viene la conseguenza, che tutta l'ammoniaca richiesta per la sua saturazione sarà pure completamente perduta sotto forma di cloruro d'ammonio. Migliori risultati pratici non si possono ottenere, aggiungendo al liquido ammoniacale, come alcuni consigliano, del fosfato acido di magnesio fino a rendere leggermente acida la reazione del liquido, e neutralizzando in seguito con calce.

Dalle esperienze fatte in III, *c.*, si rileva però facilmente, che la precipitazione totale dell'ammoniaca esistente in un liquido, sia allo stato libero che di carbonato, è sempre industrialmente possibile mediante l'impiego del fosfato bimagnesiaco idrato, ($HMgPO_4 + 3H_2O$) che si può preparare industrialmente trattando all'ebollizione il fosfato acido di magnesio (ottenuto col metodo di Merle) con giobertite, oppure col metodo dell'acido solforoso precedentemente indicato in II.

Il fosfato ammonico magnesiaco si può impiegare direttamente come concime, oppure per l'estrazione dell'ammoniaca mediante la sua trasformazione in pirofosfato di magnesio.

Se l'ammoniaca si trova in una soluzione sotto forma di solfato o cloruro, il fosfato bimagnesiaco può ancora impiegarsi, per la sua precipitazione, qualora si abbia l'avvertenza di aggiungervi dell'ossido di magnesio (giobertite calcinata) in modo da ottenere la reazione neutra del liquido. — In questi casi però è meglio far uso direttamente del fosfato trimagnesiaco (che industrialmente si prepara con acido fosforico e giobertite calcinata o col metodo di Schloesing (1)), evitandosi con esso la saturazione con una base.

---

(1) *Industrie de la magnésie.* - *Compt. rend.*, t. 93, p. 156-215.

Queste ricerche erano già ultimate, quando ebbi conoscenza del recente lavoro di Schloesing superiormente citato. In esso l'autore suggerisce il fosfato trimagnesiaco, preparato con acido fosforico ed ossido di magnesio estratto dalle acque madri delle saline, per precipitare l'ammoniaca contenuta nelle acque putride ed altri liquidi ammoniacali.

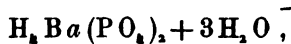
I risultati ottenuti da Schloesing, e quelli che risultano dalle mie esperienze, conducono alla soluzione del medesimo problema. Io sono però d'avviso, che il fosfato bimagnesiaco debba, nella pratica, essere preferito al trimagnesiaco, ogni qualvolta l'ammoniaca da precipitare si trova allo stato libero o di carbonato, perchè con esso le spese di trasporto e di preparazione sono minori, ed inoltre riescono più facili le reazioni che si vogliono ottenere.

V.

Azione dell'acido solforoso sopra il fosfato tribaritico.

Relativamente al modo di agire dell'acido solforoso sul fosfato tribaritico, si conoscono soltanto alcune ricerche eseguite da Gerland (1), il quale asserisce, che esso è decomposto dall'acido solforoso nello stesso modo che dagli acidi cloridrico e solforico, e quindi diversamente dal fosfato tricalcico.

Onde studiare una tale questione, feci agire dell'acido solforoso sopra del fosfato tribaritico messo in sospensione in poca acqua. Si ebbe così formazione di solfito di bario quasi insolubile, e di fosfato acido solubile. — Infatti, colla filtrazione si può separare una parte insolubile formata da solfito di bario, mentre si ha nel filtrato un liquido acidissimo, che parzialmente concentrato in corrente di idrogeno, abbandona tutto l'acido solforoso, e precipita una piccola quantità di solfito e fosfato tribaritico, i quali, dopo separati con una nuova filtrazione, lasciano un liquido, dalla cui evaporazione nel vuoto, in presenza di acido solforico, risulta un composto corrispondente alla formola

$$H_4 Ba (PO_4)_2 + 3 H_2O ,$$

(1) *Journ. für prakt. Chem.* t. IV, e *Bull. Soc. Chim.* t. XVI.

avendo fornito all'analisi la seguente composizione:

	Trovato	Calcolato
P_2O_5	37,41	36,88
BaO	39,57	39,74
H_2O	24,02	23,38 .

Risultati affatto identici si ottengono col fosfato di piombo, il cui solfito è pure pochissimo solubile.

Dalle cose dette si può dedurre, che l'azione dell'acido solforoso sul fosfato tribaritico è identica a quella che lo stesso acido esercita sul fosfato tricalcico. — Siccome però il solfito di bario è quasi insolubile nell'acido solforoso, si può avere facilmente colla filtrazione, del solfito neutro e del fosfato acido di bario, mentre che, attesa la grande solubilità del solfito di calcio, questo non si può separare senza eliminare l'eccesso di acido solforoso. In tale operazione, avviene una reazione secondaria, che, come vedemmo, dà origine a una miscela di solfito neutro e fosfato bicalcico. — Il fosfato trimagnesiaco si comporta coll'acido solforoso come il fosfato tricalcico, con esso però, attesa la solubilità del solfito di magnesio nell'acqua, si può separare facilmente del fosfato trimagnesiaco puro.

L'azione quindi dell'acido solforoso sopra i fosfati tribasici (che godono di proprietà analoghe a quelli studiati) si può ritenere identica, sia che essi diano origine a solfiti solubili od insolubili in acido solforoso, ed essa non differisce punto, per quanto riguarda la reazione della formazione dei fosfati acidi, da quella esercitata dagli acidi solforico e cloridrico sopra i fosfati tribasici. Nel caso però dell'acido solforoso, attesa la maggiore o minore facilità colla quale i solfiti si decompongono, avvengono reazioni secondarie, che si ponno raggruppare a quelle che si hanno coi fosfati tricalcico o tribaritico, a seconda che la base del fosfato può dare origine a solfiti solubili od insolubili nella soluzione acquosa di acido solforoso.

Il Socio Cav. F. Siacci comunica alla Classe un suo lavoro che ha per titolo:

GLI ASSI STATICI

DI UN

SISTEMA DI FORMA INVARIABILE.

Dato un corpo ritenuto da un punto fisso e sollecitato da forze non in equilibrio, e costanti in intensità e direzione, dico *asse statico* una retta, intorno a cui il corpo girando di un certo angolo, trova una posizione di equilibrio. Le posizioni di equilibrio sono in generale quattro, com'è noto, e quattro saranno dunque gli assi statici.

Essi dipendono da un'equazione di quarto grado a radici reali, e tutte le loro proprietà si riassumono nelle due seguenti:

I. Il piano, che passa per due assi qualunque, è perpendicolare al piano, che passa per gli altri due.

II. Se sugli assi si prendono, a partir dall'origine, segmenti proporzionali ai seni delle rotazioni, che conducono all'equilibrio, le estremità di questi segmenti hanno il baricentro nel punto fisso.

Dico *punti statici* queste estremità. Quando l'equazione di quarto grado ammette radici multiple, i punti statici sono infiniti, ma possono sempre aggrupparsi per *quaterne*, di cui ciascuna ha le proprietà, che risultano dalle proposizioni enunciate.

III. Se due radici sono eguali, le quaterne hanno due punti statici comuni, e gli altri due sono i punti diametralmente opposti di una ellisse, che passa pel punto fisso.

IV. Se due radici sono eguali e le altre due eguali, due punti statici di una quaterna qualunque sono i punti diametralmente opposti di un'ellisse, e gli altri due sono i punti diametralmente opposti di una seconda ellisse, che taglia la prima nel punto fisso.

V. Se tre radici sono eguali, le quaterne hanno un punto statico comune, e gli altri tre sono tre punti di un'ellissoide di rivoluzione schiacciato passante pel punto fisso.

VI. Se le quattro radici sono eguali, il sistema è astatico.

Torino, 1° Gennaio 1882.

Adunanza del 15 Gennaio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Comm. Giovanni CURIONI comunica alla Classe un suo lavoro intitolato:

RISULTATI DI ESPERIENZE

SULLE

RESISTENZE DEI MATERIALI

Nota 2ª

Studi sulla resistenza alla pressione dei mattoni pieni.

1. In quasi tutte le esperienze, che finora si sono instituite per accertare le resistenze alla rottura per pressione dei mattoni, si è operato: o sopra piccoli cubi, aventi per lato la dimensione minima dei mattoni da cui furono estratti; o sopra prismi costituenti una parte di mattone; o tutto al più sopra mattoni intieri, presi ad uno ad uno. Quasi sempre poi si è praticato: o di sottoporre a preventiva levigatura le facce da comprimersi; o di porre i saggi in prova fra due pezzi di lamiera di piombo.

Queste pratiche, ponendo i laterizi che si esperimentano in condizioni ben diverse da quelle in cui finiranno per trovarsi i materiali della stessa provenienza e qualità nella composizione delle masse murali, non possono condurre a buoni risultamenti. Ed è evidente:

che l'estrazione di saggi, di forma cubica e parallelepipeda, da mattoni intieri, rende senza dubbio quelli relativamente meno resistenti di questi; che la levigatura delle facce da comprimersi priva i saggi su cui vien fatta di una scorza la quale, se da una parte è più resistente del materiale che avviluppa, dall'altra dà ai mattoni delle irregolarità talvolta dannose alla loro resistenza; e che l'interposizione di due pezzi di lamiera di piombo, fra i saggi ed i corpi fra i quali questi si devono schiacciare, è insufficiente per ben riempire le irregolarità inevitabili sulle facce dei mattoni, e principalmente di quelli fabbricati a mano, e quindi a ripartire la pressione in modo per quanto si può uniforme.

Per ovviare agli indicati inconvenienti, sono venuto nell'avviso di instituire le esperienze su mattoni intieri e su pilastrini di mattoni, regolarizzando le facce da comprimersi con malta di cemento e sabbia, ed impiegando la stessa malta nei giunti per la composizione dei pilastrini. Ed è così che ho incominciato ad esperimentare su mattoni fabbricati a mano, e su mattoni fabbricati con macchine, aventi il giusto grado di cottura, provenienti dallo stabilimento del signor Ingegnere Chinaglia Giuseppe, impiantato in Borgo Po presso la cinta daziaria della città di Torino. La malta stata impiegata per regolarizzare le facce da comprimersi e per unire i mattoni nella formazione dei pilastrini era formata per parti eguali di cemento di Casale Monferrato e di sabbia fina del fiume Po, ed i diversi saggi sono stati sottoposti ad esperimento dopo un medio intervallo di cinquanta giorni dalla loro preparazione.

Generalmente si è operato su mattoni disposti di piatto, ossia producendo la pressione in senso normale alle loro facce maggiori; ma si è anche fatta qualche esperienza su mattoni disposti di costa, ossia col produrre la pressione in senso normale alle loro facce medie. Non si è creduto conveniente di operare su mattoni disposti di punta, perchè una tale esperienza è affatto destituita di pratica importanza.

Si è operato su saggi dello stesso modello ed in senso normale alle loro facce maggiori pei mattoni fatti a mano, su saggi di due modelli differenti ed in senso pure normale alle loro facce maggiori pei mattoni fabbricati con macchine. E le esperienze su mattoni disposti in costa si sono fatte solamente sopra saggi, di un sol modello, fabbricati con macchine.

I risultati degli instituiti esperimenti ed i corollari, che dai medesimi si deducono, sono riassunti nei quattro numeri che seguono.

2. *Risultati delle esperienze sui mattoni fabbricati a mano.* — Cinque serie di esperienze si sono fatte con questi mattoni, e ciascuna serie si è compiuta con sei prove. I saggi stati impiegati per queste prove avevano mediamente la lunghezza di 230, la larghezza di 110, e la grossezza di 56 millimetri. Per le prime quattro serie di esperienze si impiegarono esclusivamente mattoni intieri; per la quinta serie si fecero entrare, nella composizione dei pilastrini, mattoni intieri e parti di mattoni.

I risultati delle instituite esperienze risultano dalla tavola che segue:

Indicazione dei saggi	N° d'ordine dei saggi della stessa serie d'esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coefficienti di rottura R''=T'':Ω per millimetro quadrato	Coefficienti medii di rottura R''$_m$ per millimetro quadrato
		mmq.	cg.	cg.	cg.
Mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo	1 2 3 4 5 6	26000 26000 25000 25200 25300 25300	34900 33650 33870 33200 31200 33200	1,34 1,29 1,35 1,32 1,23 1,31	1,31
Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4 5 6	26100 26000 24900 25000 25300 25300	68090 68000 65000 63700 65000 66000	2,61 2,63 2,61 2,55 2,57 2,61	2,60
Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4 5 6	25500 25000 25700 25000 24900 25300	42000 35680 43200 36100 40100 39900	1,65 1,43 1,68 1,44 1,61 1,58	1,56
Pilastrini fatti con tre mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4 5 6	25000 25200 25100 25500 26000 25000	22800 23200 25000 25800 25120 23000	0,91 0,92 1,00 1,01 0,97 0,92	0,95
Pilastrini con giunti normali alle facce compresse, fatti con tre filari di mattoni e colle facce predette regolarizzate mediante malta	1 2 3 4 5 6	33300 33300 33400 33100 33300 32600	29260 28700 28990 27200 27000 26100	0,88 0,86 0,87 0,82 0,81 0,80	0,84

La rottura di soli mattoni, posti fra due pezzi di lamiera di piombo, quasi sempre era preceduta dalla divisione mediante fenditure longitudinali e trasversali, divisione provocata dalle irregolarità dei mattoni stessi. In seguito s'incominciava a notare lo schiacciamento sulle parti più prominenti delle facce compresse; e questo fenomeno andava estendendosi coll'aumentare della forza premente fino ad ottenere la rottura determinata dalla quasi completa disaggregazione della materia componente i saggi.

La rottura di mattoni, colle facce compresse regolarizzate mediante malta, sovente era pure preceduta da qualche fenditura longitudinale o trasversale. Sempre poi si manifestavano scaglie su tutte le facce laterali, e, cessata ogni resistenza nei saggi esperimentati, trovavasi nel loro interno una massa completamente disaggregata e quasi ridotta allo stato polverulento.

La rottura di pilastrini, formati con due e con tre mattoni sovrapposti, sovente era pure annunciata da qualche fenditura longitudinale o trasversale e dall'apparizione di scaglie sulle facce laterali. E, dall'esame dei saggi stati esperimentati, si rilevava che il fenomeno dello schiacciamento era sempre più pronunciato in quei siti delle facce di contatto, nei quali le prominenze delle facce stesse si trovavano opposte.

La rottura di pilastrini, con giunti normali alle facce compresse e fatti con tre filari di mattoni, si manifestava in modo analogo a quello dei pilastrini fatti con mattoni sovrapposti. Però appariva evidente il fatto, che i primi a dar segni di rottura erano i mattoni non intieri presentanti sulle facce laterali le superficie secondo le quali furono tagliati.

La grande differenza, che esiste fra il valore del coefficiente medio di rottura dei mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo ed il valore dello stesso coefficiente dei medesimi mattoni colle facce compresse, regolarizzate mediante malta, si deve attribuire alle molte irregolarità che sempre si riscontrano sulle facce maggiori dei mattoni fabbricati a mano, ed al fatto che la malta distrugge queste irregolarità assai meglio della lamiera di piombo.

Le differenze, che si notano fra il valore del coefficiente medio di rottura dei mattoni soli colle facce compresse regolarizzate mediante malta, ed i valori degli analoghi coefficienti pei pilastrini fatti con mattoni sovrapposti, sono dovute, in parte alle irregolarità delle facce d'unione dei mattoni nella composizione

dei pilastrini, ed in piccola parte al rapporto dell'altezza dei prismi compressi alla dimensione minima delle facce premute.

La differenza, che si osserva fra il valore del coefficiente medio di rottura dei pilastrini di soli mattoni sovrapposti ed il valore dello stesso coefficiente pei pilastrini con giunti normali alle facce compresse e fatti con tre filari di mattoni, si crede attribuibile, per piccola parte ai giunti normali, e per la più gran parte al fatto di non essersi impiegati soltanto mattoni interi nella composizione degli ultimi pilastrini.

3. *Risultati delle esperienze sui mattoni fabbricati con macchine.* — Otto serie di esperienze si sono fatte con questi mattoni, e ciascuna serie si è compiuta con quattro prove. I saggi stati impiegati per queste prove erano di due modelli differenti: quelli di un modello avevano mediamente la lunghezza di 243, la larghezza di 90 e la grossezza di 55 millimetri; quelli dell'altro modello avevano le analoghe dimensioni di 230, di 110 e di 48 millimetri. Le prime cinque serie di esperienze furono fatte con mattoni del primo modello, e le tre successive con mattoni del secondo modello. Si fa poi notare che tutti indistintamente i mattoni stati sottoposti ad esperimento furono fabbricati colla stessa qualità di terra, e che nel comprimere l'impasto nello stampo si produsse un'identica totale pressione sulle loro facce maggiori, e quindi una pressione riferita all'unità di superficie, che pei mattoni del primo modello fu un po' maggiore di quella pei mattoni del secondo modello.

I risultamenti delle fatte esperienze si trovano nella seguente tavola:

Indicazione dei saggi	N.° d'ordine dei saggi della stessa serie di esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coefficienti di rottura R''=T'':Ω per millimetro quadrato	Coefficienti medii di rottura R''$_m$ per millimetro quadrato
		mmq.	cg.	cg.	cg.
Mattoni del primo modello posti fra due pezzi di lamiera di piombo	1 2 3 4	21510 21840 21840 21658	50000 51500 52000 50500	2, 32 2, 36 2, 38 2, 33	2, 35
Mattoni del primo modello colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4	21330 21600 21510 21420	66500 68700 67000 63000	3, 12 3, 18 3, 11 2, 94	3, 09
Pilastrini fatti con due mattoni del primo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4	21420 21840 21240 21420	32900 35400 34400 37900	1, 54 1, 62 1, 62 1, 77	1, 64
Pilastrini fatti con tre mattoni del primo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4	22500 23000 22410 22410	29000 34000 30000 33000	1, 29 1, 48 1, 34 1, 47	1, 39
Pilastrini fatti con quattro mattoni del primo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4	22113 22500 21870 21690	26000 29600 26500 27900	1, 18 1, 32 1, 21 1, 29	1, 25
Mattoni del secondo modello posti fra due pezzi di lamiera di piombo	1 2 3 4	25300 25100 25000 25400	39200 38500 39100 40300	1, 55 1, 53 1, 56 1, 59	1, 56
Mattoni del secondo modello colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4	25760 25080 25300 25300	61500 61000 54700 57250	2, 39 2, 43 2, 16 2, 26	2, 31
Pilastrini fatti con due mattoni del secondo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1 2 3 4	25760 25425 25070 25000	42000 40800 38000 37800	1, 63 1, 60 1, 52 1, 51	1, 56

La rottura di un sol mattone quasi sempre era preceduta dal manifestarsi di scaglie su tutte le facce laterali. E l'esame dei saggi esperimentati metteva in evidenza essere avvenuta nel loro interno, o una frattura a piccole scaglie quasi perpendicolari alle facce state compresse, o una divisione nel senso longitudinale determinante quasi tanti cunei opposti, aventi le loro basi sulle facce stesse.

La rottura dei pilastrini formati con due mattoni sovrapposti quasi sempre era annunciata da scaglie sulle facce laterali. E dall'esame dei saggi stati sottoposti ad esperimento si deduceva, che allo sfasciamento laterale molto aveva contribuito la formazione di cunei longitudinali, aventi le loro basi sulle facce premute e gli spigoli opposti alle basi quasi coincidenti cogli assi longitudinali dei saggi stessi.

Nei pilastrini fatti con tre o con quattro mattoni sovrapposti la rottura era generalmente preceduta da fenditure e dall'apparizione di piccole scaglie sulle facce laterali; e quindi quasi istantaneamente avveniva uno sfracellamento per divisione dei saggi compressi in grandi scaglie perpendicolari alle facce premute.

La differenza, non molto grande ma pur sensibile, che esiste fra il valore del coefficiente medio di rottura pei mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo ed il valore dello stesso coefficiente pei medesimi mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta, sembra doversi attribuire: a qualche irregolarità che si riscontra anche sulle facce maggiori dei mattoni fabbricati con macchine, irregolarità che quasi sempre questi mattoni contraggono nella cottura; ed al fatto che la malta distrugge queste irregolarità assai meglio delle lamiere di piombo.

Le differenze, che si riscontrano fra il valore del coefficiente medio di rottura dei mattoni soli colle facce compresse regolarizzate mediante malta, ed i valori degli analoghi coefficienti pei pilastrini fatti con mattoni sovrapposti, sembrano dovute all'altezza dei prismi compressi, altezza che pei pilastrini è tale da facilitare la divisione in parti tendenti ad accelerare lo sfasciamento laterale.

I maggiori valori dei coefficienti medî di rottura dei mattoni del primo modello, per rapporto a quelli dei mattoni del secondo modello stati esperimentati in condizioni analoghe, si devono attribuire al fatto della maggior compressione, riferita all'unità di superficie delle facce maggiori, stata prodotta nel comprimere la

terra nello stampo all'atto della fabbricazione dei primi mattoni. La diminuzione meno rapida, che ha luogo nei coefficienti medî di rottura dei saggi fatti con mattoni del secondo modello, per rapporto a quelli dei saggi fatti con mattoni del primo modello, nel passare dagli esperimenti su soli mattoni agli esperimenti su pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti, sembra trovare spiegazione nella minor grossezza dei mattoni del secondo modello per rapporto alla dimensione analoga dei mattoni del primo modello, per cui, essendo i pilastrini stati provati nella terza serie di esperienze più alti di quelli stati provati nell'ottava, furono in questi meno favorite le divisioni tendenti ad accelerare lo sfasciamento laterale.

4. *Risultati delle esperienze sui mattoni disposti in costa.* — Queste esperienze sono state in numero di quattro e si sono instituite sopra mattoni, fabbricati con macchine, del primo modello, ossia mediamente colla lunghezza di 243, colla larghezza di 90 e colla grossezza di 55 millimetri.

Le esperienze si sono fatte operando la compressione sulle facce medie, e si sono ottenuti i risultati contenuti nella tavola che segue:

Indicazione dei saggi	N.° d'ordine dei saggi	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coefficienti di rottura R''=T'':Ω per millimetro quadrato	Coefficiente medio di rottura R''m per millim. quadrato
		mmq.	cg.	cg.	cg.
Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta	1	13145	19100	1, 45	
	2	13200	21300	1, 61	1, 64
	3	13640	24000	1, 76	
	4	13478	23500	1, 74	

La rottura si è sempre manifestata con fenditure perpendicolari alle facce compresse e quasi parallele alle facce maggiori dei saggi, ed è avvenuta colla divisione di questi ultimi in grandi scaglie.

5. *Conclusioni risultanti dalle riportate esperienze.* — Queste conclusioni sono:

1° Che la pratica, di fare esperienze sulla resistenza alla rottura per pressione dei mattoni col porli fra due pezzi di lamiera di piombo, non sembra tale da poter dare risultamenti accettabili;

2° Che le esperienze sopra saggi di un sol mattone, colle facce compresse regolarizzate mediante malta, dànno risultamenti migliori di quelli che si ottengono sopra pilastrini degli stessi mattoni colle facce compresse regolarizzate nell'identico modo e coll'interposizione della medesima malta fra i giunti;

3° Che, colla stessa qualità di terra, i mattoni fabbricati con macchine sono più resistenti di quelli fabbricati a mano;

4° Che la resistenza alla rottura per pressione dei pilastrini, formati con mattoni sovrapposti della stessa provenienza, va diminuendo col crescere della loro altezza;

5° Che, a parità di tutte le altre circostanze, la maggior compressione delle terre nello stampo all'atto della fabbricazione dei mattoni ha qualche favorevole influenza sulla loro resistenza alla rottura per pressione;

6° Che i medesimi mattoni compressi di piatto, ossia sulla loro faccia maggiore, presentano una maggior resistenza che non quando sono compressi di costa.

In tutte le esperienze, di cui si sono riportati i risultamenti, i saggi stati posti in prova avevano le loro facce laterali perfettamente libere. Questo fatto non si verifica sempre nella fabbricazione delle masse murali, e quindi sembrano utili esperienze, che mi propongo di fare, sopra mattoni non liberi su una, su due, su tre e su tutte e quattro le loro facce laterali.

Torino, 15 Gennaio 1882.

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA presenta alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico, di cui è Direttore, colle parole seguenti:

Presento all'Accademia, per l'annessione agli *Atti*, in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* del secondo trimestre 1881, coi rispettivi riassunti e diagrammi mensili, state redatte dall'Assistente Prof. Angelo CHARRIER.

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Aprile.

La media delle pressioni barometriche osservate nel mese è 33,99; inferiore della media di Aprile degli ultimi quindici anni di mm. 0,58.

I massimi e minimi della pressione osservati durante il mese sono registrate nella tabella seguente:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	35,22	3	27,21
15	42,09	20	20,37
25	40,61	26	33,17
30	41,49		

La temperatura variò fra $+4°,9$ e $+18°,0$: si osservò la prima nel giorno 25, la seconda nei giorni 9 e 26; il valor medio desunto dalle osservazioni fatte è di $12°,2$, valore inferiore di $0°,4$ al medio dello scorso quindicennio. — Si ebbe pioggia in 17 giorni, e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 119,10.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
2	26	26	5	5	0	1	1	0	5	1	4	6	1	0	3

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Maggio.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 37,49, ed è superiore alla media di Maggio degli ultimi quindici anni di mm. 1,83. — Le oscillazioni di questo elemento desunte dalle osservazioni fatte, sono contenute nel seguente quadro:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
3	33,26	7	47,61
9	32,28	12	38,47
16	32,09	18	39,75
20	36,73	22	41,62
28	31,36	31	41,81

La temperatura media in questo mese è di 17°,0, e supera solo di 0,2 la media delle temperature degli ultimi quindici anni; gli estremi osservati sono 7°,3 e 26°,8, il primo al 13, il secondo al 29. — Dodici furono i giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 148, 71.

Il quadro seguente dà il numero delle volte che il vento spirò nelle diverse direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
6	4	15	10	7	5	4	2	7	6	10	1	2	3	4	5

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Giugno.

La pressione barometrica in questo mese ha per valor medio 36,27, ed è inferiore di mm. 0,68 alla media del mese di Giugno degli ultimi quindici anni. — Il quadro seguente dà i minimi ed i massimi della pressione.

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
7	21,64	11	36,76
11	34,41	17	38,66
19	35,37	24	41,92
27	33,27	30	44,14.

La temperatura osservata dà per media 20°,7 superiore di 2° alla media delle temperature di Giugno dello scorso quindicennio. — La temperatura massima 31°,2 si ebbe il giorno 25, la minima 8,4 il giorno 9. — Si ebbe pioggia in 7 giorni, e l'acqua raccolta nel pluviometro fu di mm. 37,33 d'altezza.

La frequenza dei venti è data dal quadro seguente:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
6	17	6	3	1	3	3	2	4	3	2	1	2	1	2	1

Le *Osservazioni meteorologiche* sopra accennate vedranno la luce nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia.

Adunanza del 29 Gennaio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Comm. Giovanni Curioni comunica alla Classe i seguenti suoi

STUDI
SULLA
RESISTENZA DEI CORPI SOLIDI
ALLA FLESSIONE

EQUAZIONI D'EQUILIBRIO

col tener conto della diversità dei valori dei coefficienti di elasticità relativi alla tensione ed alla pressione.

1. *Osservazione sull'ipotesi dell'eguaglianza dei due coefficienti di elasticità relativi alla tensione ed alla pressione e assunto di questa nota.* — Nella flessione dei corpi solidi elastici si verificano due fenomeni, l'allontanamento di alcune molecole, l'avvicinamento di alcune altre. Ossia, supponendo i corpi costituiti da fibre, alcune di esse si allungano ed altre si accorciano.

Segue da ciò che, nello stabilire le equazioni d'equilibrio fra le forze estrinseche e le azioni molecolari per una sezione retta qualunque di un solido elastico, bisogna far uso dei due coefficienti di elasticità relativi alla tensione ed alla pressione, coefficienti che per uno stesso corpo non sono generalmente identici; ma che pure, per amore di semplicità, si ritengono tali ottenendo equazioni che sovente non sono l'espressione della realtà dei fatti.

Siccome poi da queste equazioni d'equilibrio emanano tutte le formole relative alla resistenza alla flessione dei solidi elastici, quali sono applicate nei lavori della moderna ingegneria, risulta:

essere sovente imperfette le determinazioni a cui tali formole conducono; ed esservi quindi il bisogno di stabilire nuove equazioni d'equilibrio, più generali di quelle finora usate, onde poter dalle medesime passare a formole convenientemente applicabili a tutti i casi pratici.

Assunto della presente nota è la ricerca di queste nuove equazioni d'equilibrio; ricerca che, per giungere a formole di pratica applicazione, sarà fatta coll'ammettere quello che sembra confermato da esperienze instituite nei limiti di sforzi a cui permanentemente si assoggettano i corpi nelle costruzioni, ossia: che, considerando in un solido elastico due sezioni rette vicinissime (fig. 1) DEF e $D'E'F'$, la parte del solido stesso compresa fra tali sezioni si possa immaginare costituita da elementi di fibre, ossia da piccoli prismi aventi i loro assi paralleli alla parte $\overline{CC'}$ dell'asse del solido, che unisce i centri di superficie delle dette vicinissime sezioni, e terminati alle sezioni stesse da facce elementari corrispondenti come e ed e'; che la sezione retta qualsiasi DEF, presa nel solido prima della deformazione, si sposti in modo che i diversi suoi punti si trovino in uno stesso piano; e finalmente che la resistenza longitudinale, provocata nell'elemento superficiale qualunque e, sia proporzionale all'area dello stesso elemento non che allo spostamento longitudinale da esso subìto relativamente all'elemento corrispondente e', ed ancora inversamente proporzionale alla distanza $\overline{CC'}$ fra i centri di superficie delle due suddette vicinissime sezioni.

2. *Equazioni d'equilibrio fra le forze estrinseche e le resistenze sviluppate in una sezione retta qualsiasi di un solido omogeneo ed elastico posto sotto l'azione di una coppia producente flessione.* — Considerando le due sezioni rette vicinissime (fig. 2) DE e $D'E'$ di un solido elastico, e supponendo che a dritta della sezione DE le forze esterne che lo sollecitano siansi ridotte a due eguali e contrarie, ma non opposte, e quindi ad una coppia posta in un piano perpendicolare a quello dell'ultima accennata sezione e passante pel centro di superficie C della sezione stessa, si avrà: che sotto l'azione di questa coppia la sezione DE si sarà spostata per rapporto alla sua posizione primitiva passando in $D''E''$; che il piano della sezione spostata taglierà quello della sua posizione primitiva secondo una retta, chiamata *asse neutro*, proiettata nel punto H; e che gli ele-

menti di fibra posti fra le citate sezioni DE e $D'E'$ si saranno allungati od accorciati, secondo che incontravano la sezione DE sopra o sotto l'asse neutro.

Essendo DEF la sezione DE nella vera sua forma ed essendo C il suo centro di superficie, si conducano i tre assi coordinati ortogonali Cx, Cy e Cz, assunti in modo da essere, i due primi nel piano, il terzo per conseguenza normale al piano della sezione stessa; e sia NCN_1 la sua traccia col piano di sollecitazione, ossia col piano contenente la coppia.

Chiamando

μ la coppia producente flessione,

β l'angolo NCy che le traccia dal piano della stessa coppia, con quello della sezione DEF, fa colla parte positiva dell'asse delle y,

e ritenendo come positive le rotazioni da z verso y intorno all'asse xx_1 e da x verso z intorno all'asse yy_1, si ha: che la coppia μ ammette le due componenti

$$\mu \cos \beta \qquad \ldots\ldots (1)$$

$$\mu \operatorname{sen} \beta \qquad \ldots\ldots (2);$$

che la prima di queste componenti rappresenta il suo momento di rotazione intorno all'asse xCx_1; e che la seconda è il momento di rotazione attorno all'asse yCy_1.

Venendo ora a considerare le azioni molecolari o resistenze che dalla coppia già indicata sono messe in giuoco fra le due sezioni DE e $D'E'$, e supponendo che l'asse neutro, proiettato in H, sia rappresentato in UU_1 sulla sezione DEF, s'immaginino tracciati nel piano della sezione stessa i due assi ortogonali uCu_1 e vCv_1, il primo dei quali sia parallelo all'asse neutro predetto, e si dicano:

ω ed ω_1 due elementi superficiali in a ed in a_1, il primo sotto ed il secondo sopra l'asse uCu_1;

x ed y le due coordinate del punto a ed

x_1 ed y_1 le due coordinate del punto a_1, da considerarsi come positive o come negative, secondo che sono dirette secondo Cx e Cy o secondo Cx_1 e Cy_1;

v e v_1 le distanze dei punti a ed a_1 dalla retta uu_1 da ritenersi, la prima come positiva, perchè diretta secondo Cv, e la seconda come negativa, perchè diretta secondo Cv_1;

V la distanza $\overline{CH}$ dell'asse neutro UU_1 dal centro di superficie C della sezione;

l la distanza $\overline{CC'}$ dei centri di superficie delle due sezioni vicinissime DE e $D'E'$;

θ l'arco di raggio eguale all'unità chiudente il piccolo angolo $EHE'' = DHD''$, che misura la rotazione della sezione DE nello spostamento preso rispetto alla sua posizione primitiva;

ψ l'angolo uCx dell'asse uCu_1 coll'asse xCx_1;

E ed E_1 due coefficienti di elasticità dipendenti dalla materia costituente il solido in corrispondenza dalla sezione DE, il primo per gli elementi di fibra posti sotto il piano perpendicolare a questa sezione e passante per l'asse neutro UU_1; ed il secondo per gli elementi di fibra posti sopra il piano stesso;

Σ e Σ_1 due somme estese a tutte le superficie elementari ω ed ω_1.

I centri degli elementi superficiali a ed a_1, a motivo della piccola rotazione della sezione DE attorno all'asse neutro proiettato in H, si spostano parallelamente all'asse Cz di piccole quantità, che si possono considerare come archetti circolari aa'' ed a_1a_1'', coi loro raggi rispettivamente uguali ad $\overline{Ha} = \overline{ia}$ ed $\overline{Ha_1} = \overline{i_1a_1}$ ed a cui corrisponde l'arco θ di raggio eguale all'unità; di maniera che, astrazione fatta dal segno, le lunghezze di questi archi sono date da

$$(V + v)\theta$$
$$(V + v_1)\theta .$$

Ora, per le ipotesi state enunciate nel precedente numero sul modo di valutare le resistenze opposte da un elemento superficiale qualunque e pel segno che conviene attribuire a tali forze resistenti, si ha che le resistenze longitudinali elementari, normali al piano della sezione DEF, ossia parallele all'asse delle ordinate z ed opposte dagli elementi di fibra $a'a$ ed $a_1'a_1$, risultano

rispettivamente

$$\left.\begin{matrix} E\,\omega\,\dfrac{(V+v)\,\theta}{l} \\[2ex] E_1\,\omega_1\dfrac{(V+v_1)\,\theta}{l} \end{matrix}\right\} \quad \ldots\ldots (3).$$

Le resistenze longitudinali elementari, i cui valori ammettono le espressioni (3), tendono a produrre delle rotazioni intorno agli assi coordinati $x C x_1$ ed $y C y_1$; ed i momenti che loro corrispondono sono rispettivamente: attorno all'asse $x C x_1$

$$\left.\begin{matrix} -E\,\omega\,\dfrac{(V+v)\,\theta}{l}\,y \\[2ex] -E_1\omega_1\dfrac{(V+v_1)\,\theta}{l}\,y_1 \end{matrix}\right\} \quad \ldots\ldots (4);$$

attorno all'asse $y C y_1$

$$\left.\begin{matrix} E\,\omega\,\dfrac{(V+v)\,\theta}{l}\,x \\[2ex] E_1\omega_1\dfrac{(V+v_1)\,\theta}{l}\,x_1 \end{matrix}\right\} \quad \ldots\ldots (5).$$

Prendendo, per l'intiera parte di sezione posta sotto e per l'intiera parte di sezione posta sopra l'asse neutro $U U_1$, le somme delle resistenze elementari date dalle espressioni (3) e le somme dei momenti elementari rappresentati dalle espressioni (4) e (5), ed osservando che i coefficienti E ed E_1 sono costanti per le parti di sezione a cui si vogliono estendere le dette somme, come pure sono costanti le quantità l e θ, si ottengono le espressioni

$$\frac{\theta}{l}\left[E\,\Sigma\,\omega\,(V+v) + E_1\,\Sigma_1\,\omega_1\,(V+v_1)\right] \quad \ldots\ldots (6)$$

$$-\frac{\theta}{l}\left[E\,\Sigma\,\omega\,(V+v)\,y + E_1\,\Sigma_1\,\omega_1\,(V+v_1)\,y_1\right] \quad \ldots\ldots (7)$$

$$\frac{\theta}{l}\left[E\,\Sigma\,\omega\,(V+v)\,x + E_1\,\Sigma_1\,\omega_1\,(V+v_1)\,x_1\right] \quad \ldots\ldots (8),$$

la prima delle quali rappresenta la resistenza sviluppata da tutti gli elementi di fibra compresi fra le sezioni rette DE e $D'E'$

parallelamente all'asse Cz, e le altre due rispettivamente i momenti di rotazione della stessa resistenza attorno agli assi xCx_1 ed yCy_1.

Ora, per l'equilibrio del sistema costituito dalla coppia applicata al corpo da quella parte della sezione DE verso la quale trovasi l'asse positivo delle ordinate z e dalle resistenze provocate sulla detta sezione, devono essere soddisfatte le tre condizioni d'equilibrio

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\theta}{l}\left[E\Sigma\omega(V+v) + E_1\Sigma_1\omega_1(V+v_1)\right] = 0 \\ -\frac{\theta}{l}\left[E\Sigma\omega(V+v)y + E_1\Sigma_1\omega_1(V+v_1)y_1\right] + \mu\cos\beta = 0 \\ \frac{\theta}{l}\left[E\Sigma\omega(V+v)x + E_1\Sigma_1\omega_1(V+v_1)x_1\right] + \mu\,\mathrm{sen}\,\beta = 0 \end{array}\right\} \ldots (9),$$

le quali, chiamando K il rapporto di E_1 ad E, ossia ponendo

$$E_1 = KE \qquad \ldots\ldots (10),$$

ed osservando che V è una lunghezza costante, la quale passa fuori dei simboli Σ, si riducono a

$$\left.\begin{array}{l} V(\Sigma\omega + K\Sigma_1\omega_1) + \Sigma\omega v + K\Sigma_1\omega_1 v_1 = 0 \\ E\frac{\theta}{l}\left[V(\Sigma\omega y + K\Sigma_1\omega_1 y_1) + \Sigma\omega v y + K\Sigma_1\omega_1 v_1 y_1\right] = \mu\cos\beta \\ E\frac{\theta}{l}\left[V(\Sigma\omega x + K\Sigma_1\omega_1 x_1) + \Sigma\omega v x + K\Sigma_1\omega_1 v_1 x_1\right] = -\mu\,\mathrm{sen}\,\beta \end{array}\right\} (11).$$

Per eliminare da queste equazioni le distanze v e v_1 dall'asse uu_1, le quali non si possono valutare se non dopo la determinazione dell'asse neutro, s'immaginino abbassate dai punti a ed a_1 le due ordinate $\overline{ap}$ e $\overline{a_1p}$, condotte per p le rette pd e pd_1 parallele ed abbassata da p la perpendicolare pq alla uu_1. Osservando che i triangoli adp, a_1d_1p e pqC sono rettangoli in d, in d_1 ed in q, che per questi triangoli gli angoli in a, a_1 e C sono eguali a ψ, che $\overline{Cp}$ è l'ascissa x del punto a e l'ascissa x_1 del punto a_1, che $\overline{ap}$ ed $\overline{a_1p}$ sono rispettivamente le

ordinate y ed y_1 e che $\overline{ac}$ ed $\overline{a_1 c_1}$ sono rispettivamente le distanze v e v_1 degli stessi punti della retta uu_1, per essere

$$\overline{pq} = x \operatorname{sen} \psi = x_1 \operatorname{sen} \psi \ , \quad \overline{ad} = y \cos \psi \ , \quad \overline{a_1 d_1} = y_1 \cos \psi \ ,$$

si ottengono le formole

$$\left.\begin{aligned} v &= y \cos \psi - x \operatorname{sen} \psi \\ v_1 &= y_1 \cos \psi - x_1 \operatorname{sen} \psi \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (12),$$

le quali, dando ad x, x_1, y ed y_1 i segni che loro convengono, conducono ai valori di v e v_1 coi segni positivi o coi segni negativi, secondo che si riferiscono a punti posti sotto o posti sopra uu_1.

Ponendo nelle equazioni (11) i valori di v e di v_1 dati dalle formole (12), le tre condizioni d'equilibrio diventano

$$\left.\begin{aligned} & V(\Sigma\omega + K\,\Sigma_1\,\omega_1) + \cos\psi\,(\Sigma\omega y + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,y_1) \\ & \qquad - \operatorname{sen}\psi\,(\Sigma\omega x + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,x_1) = 0 \\ & E\frac{\theta}{l}\left[\begin{aligned} & V(\Sigma\omega y + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,y_1) + \cos\psi\,(\Sigma\omega y^2 + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,y_1^2) \\ & \qquad - \operatorname{sen}\psi\,(\Sigma\omega x y + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,x_1\,y_1) \end{aligned}\right] = \mu\cos\beta \\ & E\frac{\theta}{l}\left[\begin{aligned} & V(\Sigma\omega x + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,x_1) + \cos\psi\,(\Sigma\omega x y + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,x_1\,y_1) \\ & \qquad - \operatorname{sen}\psi\,(\Sigma\omega x^2 + K\,\Sigma_1\,\omega_1\,x_1^2) \end{aligned}\right] = -\mu\operatorname{sen}\beta \end{aligned}\right\} (13).$$

Queste tre equazioni si prestano alla determinazione del rapporto $\frac{\theta}{l}$, della distanza V e dell'angolo ψ; ma una tale determinazione non è generalmente tanto facile a farsi, giacchè le dette quantità V e ψ sono anche implicitamente contenute nelle due somme Σ e Σ_1. Il rapporto $\frac{\theta}{l}$ immediatamente si può eliminare dividendo la terza delle equazioni (13) per la seconda, e si ottiene la nuova equazione

$$\frac{\begin{aligned} & -V(\Sigma\omega x + K\Sigma_1\omega_1 x_1) - \cos\psi\,(\Sigma\omega x y + K\Sigma_1\omega_1 x_1 y_1) \\ & \qquad + \operatorname{sen}\psi\,(\Sigma\omega x^2 + K\Sigma_1\omega_1 x_1^2) \end{aligned}}{\begin{aligned} & V(\Sigma\omega y + K\Sigma_1\omega_1 y_1) + \cos\psi\,(\Sigma\omega y^2 + K\Sigma_1\omega_1 y_1^2) \\ & \qquad - \operatorname{sen}\psi\,(\Sigma\omega x y + K\Sigma_1\omega_1 x_1 y_1) \end{aligned}} = \operatorname{tang}\beta \quad (14),$$

la quale, unitamente alla prima delle equazioni (13), prestasi a determinare la distanza e l'angolo suindicati.

3. *Casi particolari.* — Quando il piano di sollecitazione, ossia il piano che contiene la coppia μ, taglia la sezione retta DE (fig. 3) secondo l'asse yCy_1, si ha

$$\beta = 0 \quad , \qquad \operatorname{sen}\beta = 0 \quad , \qquad \cos\beta = 1 \quad ,$$

e le tre equazioni d'equilibrio si riducono a

$$\left.\begin{aligned}
&V(\Sigma\omega + K\Sigma_1\omega_1) + \cos\psi(\Sigma\omega y + K\Sigma_1\omega_1 y_1) \\
&\qquad\qquad - \operatorname{sen}\psi(\Sigma\omega x + K\Sigma_1\omega_1 x_1) = 0 \\
&E\frac{\theta}{l}\left[\begin{aligned}&V(\Sigma\omega y + K\Sigma_1\omega_1 y_1) + \cos\psi(\Sigma\omega y^2 + K\Sigma_1\omega_1 y_1^2) \\ &\qquad - \operatorname{sen}\psi(\Sigma\omega xy + K\Sigma_1\omega_1 x_1 y_1)\end{aligned}\right] = \mu \\
&V(\Sigma\omega x + K\Sigma_1\omega_1 x_1) + \cos\psi(\Sigma\omega xy + K\Sigma_1\omega_1 x_1 y_1) \\
&\qquad\qquad - \operatorname{sen}\psi(\Sigma\omega x^2 + K\Sigma_1\omega_1 x_1^2) = 0
\end{aligned}\right\} \ldots (15).$$

La prima e la terza di queste equazioni servono a determinare la distanza V e l'angolo ψ, e la terza può servire a trovare il rapporto $\frac{\theta}{l}$.

Quando il piano di sollecitazione taglia la sezione retta DE (fig. 4) secondo l'asse yCy_1, se per di più si ha

$$\Sigma\omega x = 0 \ , \quad \Sigma_1\omega_1 x_1 = 0 \ , \quad \Sigma\omega xy = 0 \ , \quad \Sigma_1\omega_1 x_1 y_1 = 0$$

(ciò che si verifica quando gli assi coordinati xCx_1 ed yCy_1 sono assi principali centrali d'inerzia della sezione predetta, come quando l'asse yCy_1 è una retta di simmetria), la terza delle equazioni (15) è soddisfatta per

$$\psi = 0 \quad , \qquad \operatorname{sen}\psi = 0 \quad , \qquad \cos\psi = 1 \quad ;$$

e le equazioni d'equilibrio si riducono a

$$\left.\begin{aligned}
&V(\Sigma\omega + K\Sigma_1\omega_1) + \Sigma\omega y + K\Sigma_1\omega_1 y_1 = 0 \\
&E\frac{\theta}{l}\left[V(\Sigma\omega y + K\Sigma_1\omega_1 y_1) + \Sigma\omega y^2 + K\Sigma_1\omega_1 y_1^2\right] = \mu
\end{aligned}\right\} \ldots (16).$$

In questo caso l'asse neutro UU_1 è parallelo all'asse xCx_1, la prima delle equazioni (16) serve a trovare la distanza V e la seconda a determinare il rapporto $\frac{\theta}{l}$.

Se poi si vogliono considerare i casi particolari in cui $E_1 = E$, convien assumere gli assi xCx_1 ed yCy_1 diretti secondo gli assi principali centrali d'inerzia della sezione retta considerata. In questi casi, avendosi $K = 1$ e

$$\begin{aligned}
\Sigma\omega x + \Sigma_1\omega_1 x_1 &= 0\\
\Sigma\omega y + \Sigma_1\omega_1 y_1 &= 0\\
\Sigma\omega x y + \Sigma_1\omega_1 x_1 y_1 &= 0\ ,
\end{aligned}$$

e, se chiamasi

Ω la superficie dell'intiera citata sezione retta,

I_x il suo momento d'inerzia intorno all'asse xCx_1,

I_y il suo momento d'inerzia intorno all'asse yCy_1,

risultando

$$\begin{aligned}
\Sigma\omega + \Sigma_1\omega_1 &= \Omega\\
\Sigma\omega y^2 + \Sigma_1\omega_1 y_1^2 &= I_x\\
\Sigma\omega x^2 + \Sigma_1\omega_1 x_1^2 &= I_y\ ,
\end{aligned}$$

le equazioni d'equilibrio acquistano la maggior semplicità possibile e si riducono a quelle finora state usate nelle pratiche applicazioni, che qui si deducono come corollari.

Quando il piano di sollecitazione taglia la sezione retta considerata secondo la retta NCN_1 (fig. 5), la quale fa coll'asse principale centrale d'inerzia l'angolo $NCy = \beta$, le tre equazioni d'equilibrio (13) del numero 2 si riducono a

$$\left.\begin{aligned}
&V\Omega = 0\\
&E\frac{\theta}{l} I_x \cos\psi = \mu\cos\beta\\
&E\frac{\theta}{l} I_y \operatorname{sen}\psi = \mu\operatorname{sen}\beta
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (17).$$

La prima di queste equazioni porta a conchiudere che $V = 0$, ossia che l'asse neutro UU_1 della sezione retta passa pel suo

centro di superficie; e le altre due servono alle determinazioni dell'angolo ψ e del rapporto $\frac{\varsigma}{l}$.

Finalmente, quando il piano di sollecitazione taglia la considerata sezione retta secondo l'asse principale centrale d'inerzia yCy_1, si ha

$$\beta = 0\ , \qquad \text{sen}\,\beta = 0\ , \qquad \cos\beta = 1\ .$$

La prima delle equazioni (17) non può essere soddisfatta che per $V=0$; e la terza delle stesse equazioni conduce a $\psi = 0$. Si conchiude quindi che l'asse neutro UU_1, oltre di passare pel centro di superficie C della sezione, si confonde coll'asse xCx_1; e che si ha l'equazione d'equilibrio

$$E\frac{\theta}{l}I_x = \mu \qquad \ldots\ldots (18)\,,$$

la quale può servire alla determinazione del rapporto $\frac{\theta}{l}$.

Se vuolsi tener conto della diversità che per alcuni corpi esiste fra i loro coefficienti di elasticità relativi alla trazione ed alla pressione, sono rari nella pratica e il caso generale a cui convengono le equazioni (13) del numero 2 e il caso particolare a cui corrispondono le equazioni (15) di questo numero, e quasi esclusivamente occorre di dover considerare il caso pel quale si hanno le due equazioni (16). Se invece trattasi di corpi per cui i detti coefficienti di elasticità si possono ritenere come eguali, qualche rara volta s'incontra il caso di dover applicare le equazioni (17), e quasi sempre si tratta del caso meno complesso al quale conviene l'applicazione dell'equazione (18).

4. *Osservazione.* — Nell'applicare le equazioni state stabilite in questa nota, e principalmente le equazioni (13), (14), (15) e (16), si possono avere di mira due scopi: quello di calcolare la distanza V, l'angolo ψ ed il rapporto $\frac{\theta}{l}$ conoscendosi E, E_1, β, μ e tutte le dimensioni della sezione retta considerata; quello di esprimere le stesse quantità V, ψ e $\frac{\theta}{l}$ in funzione di un'incognita, per esempio, di una dimensione della sezione predetta essendo cognito tutto il resto.

Per raggiungere il primo scopo, il problema può essere trattato: o con metodi puramente numerici; oppure, quasi sempre per approssimazione ma con speditezza molto maggiore, con metodi numerici sussidiati da procedimenti di statica grafica. Per raggiungere il secondo scopo, salvo che non si voglia procedere per tentativi e per falsa posizione, è generalmente necessario servirsi di metodi numerici.

Torino, 29 Gennaio 1882.

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA presenta alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico, di cui è Direttore, colle parole seguenti:

Ho l'onore di presentare all'Accademia, per l'annessione agli *Atti*, in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* del terzo trimestre dell'anno passato, state redatte, coi rispettivi riassunti e diagrammi, dall'Assistente Prof. Angelo CHARRIER.

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Luglio.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 38,54; essa supera di mm. 1,74 la media di Luglio degli ultimi quindici anni. — Le variazioni non furono numerose, come dimostra il quadro seguente, che dà i valori estremi osservati:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
4	43,77	9	38,83
15	44,47	17	35,75
19	39,81	22	31,46
24	39,37	26	29,80
29	46,49	31	37,87.

La temperatura fu piuttosto elevata; il suo valor medio 26°, 2, supera di 2°, 1 la media delle temperature di Luglio degli ultimi quindici anni. I valori estremi 34°, 5 e 14°, 1 si ebbero nel giorno 20 il primo, nel 29 il secondo.

Non si ebbe pioggia che nei due giorni 24 e 26, nei quali l'altezza totale dell'acqua caduta fu di mm. 10, 1.

Il seguente quadro indica la frequenza dei venti.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
14	10	19	8	2	0	2	0	3	0	3	1	5	0	0	0

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese d'Agosto.

La media delle pressioni barometriche del mese è 35,95; essa è assai prossima a quella d'Agosto dello scorso quindicennio, essendone inferiore di soli mm. 0,83. Le oscillazioni della pressione atmosferica furono poche, non rapide nella prima decade, rapide e di considerevole ampiezza nelle altre, come si può rilevare dal seguente quadro:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
4	44,50	10	31,95
11	35,58	14	25,74
16	35,00	17	27,52
20	39,55	28	28,26
30	42,95		

La temperatura in questo mese continuò ad essere elevata, superando il suo valor medio 23°,9 di 1°,3 la media delle temperature d'Agosto degli ultimi quindici anni.

La temperatura massima 32°,7 si osservò nel giorno 6; la minima 13°,0 nel giorno 16. — Si ebbe pioggia in soli cinque giorni, e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 50,65.

La frequenza dei venti nelle singole direzioni è la seguente:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
6	26	35	5	4	5	4	2	5	1	2	2	10	2	4	4

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Settembre.

Le pressioni barometriche osservate in questo mese hanno per media 36,76. Questa media è inferiore di mm. 1,42 a quella di Settembre degli ultimi quindici anni scorsi.

I minimi e i massimi barometrici furono i seguenti :

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	28,41	8	37,10
9	32,19	13	43,68
16	35,62	18	42,06
22	26,77	26	42,34

Le temperature osservate nel mese dànno per media 17°,2, inferiore di 2°,1 alla media delle temperature osservate in Settembre negli ultimi quindici anni. — I valori estremi della temperatura furono 25°,2 e 11°,3, il primo si ebbe nel giorno 3, nel 24 il secondo.

Undici furono i giorni piovosi e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 115,65.

La frequenza dei venti nel mese è data dalla tabella seguente :

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
26	24	3	7	5	5	3	7	10	7	6	3	3	1	4	14

Le *Osservazioni meteorologiche* sopra accennate vedranno la luce nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia.

In questa seduta vien confermato nella carica triennale di Direttore della Classe il Socio Comm. Giovanni Battista Delponte.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Gennaio 1882.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell' 8 Gennaio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Vien letta dal Socio Ermanno FERRERO la seguente

BREVE COMMEMORAZIONE

GIOVANNI GASPARE BLUNTSCHLI.

Il 21 dello scorso ottobre morte improvvisa colpiva in una piazza di Carlsruhe GIOVANNI GASPARE BLUNTSCHLI, al quale noi da pochi mesi avevamo reso meritato segno di onore eleggendolo fra i nostri soci corrispondenti. Era il Bluntschli nel pieno vigore del corpo e della mente, sebbene contasse più di settantatre anni di età, anni trascorsi continuamente fra gli studii e i pubblici ufficii, l'adempimento dei quali ultimi per lui altro non era che pratica applicazione dei primi. Del suo ingegno eletto e del suo vasto sapere lasciò sì splendide tracce, il posto, a cui s'inalzò fra i pensatori e i dotti, fu sì alto che per ragionare di lui adeguatamente occorrerebbe lungo discorso di chi si è acquistato autorità e fama in vece delle brevi e modeste parole di me, che sinora non ho che spigolato in campi confinanti con quelli, in cui il Bluntschli raccolse una messe cotanto preziosa.

Giovanni Gaspare Bluntschli nacque a Zurigo da antica famiglia borghese il 7 di marzo 1808. Avviato negli studii teologici, li lasciò per entrare nell'Istituto politico, scuola zurighese di scienze storiche e politiche, nella quale ebbe a maestri di diritto pubblico e di diritto romano due giovani giuristi, Ferdinando Meyer e Luigi Keller, che ebbero influenza sull'indirizzo de' suoi studii e

sullo svolgimento della sua mente. Nel 1827 si recò in Germania, e studiò a Berlino e a Bonna, e in quest'ultima città nel 1829 ottenne la laurea dottorale, presentando per tesi un lavoro di diritto ereditario romano (1), che gli valse pure un premio dall'Accademia delle scienze di Berlino.

Dopo aver dimorato un inverno a Parigi il giovane Bluntschli ritornò in patria, dove nello stesso tempo, in cui cominciò la sua vita d'insegnante, entrò pure nell'agone politico. Un fremito di libertà scoteva la Svizzera, ricostituita ed ampliata dalla restaurazione del 15, ma retta da una costituzione, a definir la quale basta il dire ch' era stata approvata dalla Santa Alleanza. Vecchi abusi, odiose disuguaglianze, ristrettezza nell'esercizio dei diritti politici, ostacoli al libero commercio pesavano funestamente sulla confederazione. La rivoluzione del luglio 1830 rese in Isvizzera più ardente il desiderio e più vivo il bisogno di mutazioni, che corrispondessero a que' principii, contro cui fallaci cominciavano a riuscire gli sforzi della restaurazione. Il Bluntschli in Zurigo fu con quelli, che volevano libertà e riforme: uomo di pensiero e di azione propugna con la penna le desiderate riforme e siede segretario della commissione, che compilava la nuova costituzione. Ma, nemico di ogni mezzo rivoluzionario, egli non tardò, dopo il rinnovamento della costituzione e del governo, a distaccarsi dalla parte più inchinevole a novità, alla cui testa stava il già suo maestro, il Keller. Questo partito ebbe per qualche anno il sopravvento, e durante questo tempo il Bluntschli, mentre attendeva nella nuova Università all'insegnamento del diritto romano, conferitogli nel 1833, dopo aver insegnato la stessa materia come privato docente nell'Istituto politico, e mentre occupava ufficii giudiziarii ed amministrativi, non tralasciava i lavori scientifici. Nel 1838 e nell'anno seguente fu pubblicata la sua storia del diritto della città e del territorio di Zurigo (2), contribuzione importante allo studio del diritto germanico, che dall'autore fu dedicata al capo della scuola storica, il Savigny, ed all'Eichhorn. Il metodo di questa scuola, i cui campioni erano stati dal Bluntschli conosciuti nel suo soggiorno in Germania, è da lui tenuto in quest'opera. Tuttavia

(1) *Entwickelung der Erbfolge gegen den letzen Willen nach römischem Recht*, Bonn, 1829.

(2) *Staats- und Rechtsgeschichte der Stadt und Landschaft Zürich*, Zürich, 1838-39, 2 vol. Una seconda edizione uscì nel 1856.

della scuola storica egli non fu un cieco seguace; vagheggiò la conciliazione e la unione di questa e della scuola filosofica, riconoscendo come l'una e l'altra a vicenda si compissero. Sì fatta teoria espose e svolse in una dissertazione intorno alle scuole moderne dei giuristi tedeschi (1), ad essa sempre s'inspirò nei suoi lavori, e più tardi, nel 1853, giustamente scriveva che » mentre nelle altre scienze l'antagonismo del metodo storico e » del filosofico appare con un aspetto d'inimicizia, esso nel dominio » della scienza del diritto già da qualche tempo è condotto ad » un'amichevole unione. Noi sappiamo ora che la storia è senza » vita se ad essa resta chiusa la essenza dello spirito interno, » e che la filosofia è una sognatrice, se essa non considera la » viva figura delle cose, in cui lo spirito si manifesta (2) ». Il partito radicale cadde dal potere nel 1839, allorchè la nomina di Davide Strauss alla cattedra di teologia dommatica e di storia ecclesiastica provocò in Zurigo una rivoluzione. Il partito più moderato ebbe la direzione degli affari; e il Bluntschli, che nel 1837 era stato eletto deputato al Gran Consiglio ed aveva guidato questo partito, fece parte del nuovo governo, e fu nominato alla dieta federale.

Le sue pubbliche occupazioni non gli tolsero il tempo e la volontà di continuare i suoi studii. Nel 1844 egli cominciò propriamente a scrivere di pubblico diritto e della sua filosofia. Il primo suo lavoro in questa scienza, nella quale si procacciò poi così grande lode, fu quello intitolato *Studii psicologici sullo Stato e sulla Chiesa* (3). In questo egli espose la teoria dei partiti politici, inspiratagli specialmente da Federico Rohmer, e che riprodusse poi in altri suoi lavori (4), e studiò le relazioni fra lo Stato e la Chiesa trattandole ingegnosamente col paragone dell'uomo e della donna. Frattanto il nostro autore, mentre continuava a combattere, anche con gli scritti, il radicalismo e l'ultramontanismo, lavorava intorno ad una storia del

(1) *Die neueren Rechtsschulen der deutschen Juristen*, Zürich, 1841; 2ª ed., 1862.

(2) Progr. della *Kritische Ueberschau*.

(3) *Psychologische Studien über Staat und Kirche*, Zürich, 1844.

(4) Art. *Parteien* nel *Deutsches Staatswörterbuch* pubblicato dallo stesso Bluntschli; *Charakter und Geist der politischen Parteien*, Nördlingen, 1869, opuscolo, che, abbreviato e corretto, costituisce il libro XII dell'opera *Politik als Wissenschaft* (Stuttgart, 1876).

diritto federale elvetico (1) e ad una storia della repubblica di Zurigo (2).

L'animosità fra il partito retrivo e il liberale s'inviperì talmente da fare scoppiare fra i cantoni svizzeri la guerra del *Sunderbund*. Il Bluntschli, nemico dei partiti estremi, dopo aver tentato invano di costituire un forte partito moderato, che li frenasse, dopo aver cercato di prevenire la guerra civile, consigliando moderazione e reciproche concessioni e scrivendo allo stesso Pio IX, acciocchè allontanasse i gesuiti da Lucerna, abbandonò la patria, e si trasferì nella capitale della Baviera. Quivi gli fu affidato l'insegnamento del diritto privato tedesco e del diritto pubblico generale. Lo svizzero conservatore, ma amico della libertà, non poteva nella Germania contro l'assolutismo burocratico esser altro che liberale, e contro alla politica fondata sulle relazioni dinastiche doveva essere seguace di quella politica nazionale, che condusse a compimento la unità tedesca. Nella Camera bavarese il Bluntschli sedette fra i capi del partito nazionale-liberale; anzi le sue tendenze liberali meglio si svolsero e si determinarono lontano dalla Svizzera; egli stesso affermò che col soggiorno a Monaco cominciò « a confessare più aper- » tamente la sua natura liberale ed a lasciarla agire con » minore riserva ». Cosicchè egli nota come gli accadde il contrario « di ciò che si osserva presso molti uomini, i quali » allorchè si sono inoltrati negli anni, hanno aumentato i loro » averi, ottenuto nella società maggiore stima e posto più alto, » diventano conservatori (3) ».

Durante la dimora in Baviera il Bluntschli continuò ad avere relazioni con la sua Zurigo, proseguendo e terminando un insigne lavoro legislativo, iniziato fin da quando egli faceva parte del governo zurighese, la codificazione cioè del diritto privato del cantone. Il codice civile di Zurigo, composto da lui fra il 1844 e il 1852 e promulgato dal Gran Consiglio fra il 1853 e il 1855, è monumento ammirabile di sapienza legislativa,

---

(1) *Geschichte des schweizerischen Bundesrechts von den ersten ewigen Bünden bis auf die Gegenwart*, Zürich, vol. I, 1847-49; vol. II (*Urkundenbuch*), 1852; 2ª ed., 1852.

(2) *Geschichte der Republik Zürich*, Zürich, 1847-48, 2 vol. Termina con la guerra di Cappel (1531). Fu continuata da J. J. Hottinger (Zürich, 1856-57).

(3) *Eine autobiographische Skizze*, nel periodico *Die Gegenwart*, vol. V, 1874, p. 359.

lodato dalla scienza ed imitato dai compilatori de' codici di altri cantoni elvetici. L'autore lo pubblicò pure illustrandolo co' suoi commentarii (1).

In questo stesso tempo il Bluntschli diede alla luce il trattato del diritto pubblico fondato sulla storia (2), il quale, migliorato ed ampliato in tre altre edizioni, fu poi nell'ultima rifuso e diviso in due parti ed accompagnato da un nuovo volume sulla politica. A quest' opera tennero dietro due volumi sul diritto privato tedesco (3). Nel 1853 il Bluntschli fondò una rassegna critica di legislazione e di diritto, che ancora dura (4); quindi ideò la pubblicazione, che continuò con l'aiuto di Carlo Brater dal 1857 al 1870, di un dizionario di diritto pubblico, nel quale collaborarono i più chiari giuristi, storici ed economisti della Germania (5), e in cui molti articoli da lui furono dettati.

Offeso dal particolarismo bavarese, che lo teneva sempre come uno straniero, e dalle mene degli ultramontani, egli lasciò la Baviera nel 1861, ed, accettando l'offerta del governo badese, si recò ad Heidelberg, dove gli fu data la cattedra di scienze politiche già occupata da Roberto di Mohl, ch'egli tenne fino alla morte. Non gli mancarono nel Baden i pubblici uffizii; chè il granduca lo nominò membro della prima Camera e suo consigliere intimo; ed egli fu eletto altresì nella seconda Camera, nella quale tenne pure l'ufficio di vice-presidente. Prese parte attiva ai lavori legislativi; parecchi disegni di leggi da lui furono apparecchiati, come quelli sulla responsabilità ministeriale e sulla reggenza. Nel Baden, retto da un governo liberale e con tendenze nazionali, il Bluntschli si trovò a miglior agio; nè cessò dall'aver in mira la unità tedesca, ch'egli credeva si potesse solamente ottenere con la forza della Prussia. Durante

(1) *Privatrechtliches Gesetzbuch für den Kanton Zürich mit Erläuterungen*, Zürich, 4 vol., 1854-56 (*Das zürcherische Personen- und Familienrecht*, 4ª ed., 1872; *Sachenrecht*, 3ª ed., 1861; *Obligationenrecht*, 1855; *Erbrecht*, 2ª ed., 1865).

(2) *Allgemeines Staatsrecht geschichtlich begründet*, München, 1852.

(3) *Deutsches Privatrecht*, München, 1853-54, 2 vol.; 2ª ed., 1856; 3ª ed., curata da Felix Dahn, 1864.

(4) *Kritische Ueberschau für Gesetzgebung und Rechtswissenschaft*, la quale cambiò poi questo titolo in quello di *Kritische Vierteljahrsschrift*.

(5) *Deutsches Staatswörterbuch*, Leipzig und Zürich, 1857-70, 11 vol. Questa opera fu compendiata dal Löning (3 vol., 1869-75).

la fine del suo soggiorno in Baviera, egli era stato fra i promotori dei congressi nazionali de' giuristi tedeschi. Nel 1861 presiedette il secondo di tali congressi a Dresda, e con molta abilità e prudenza seppe risolvere una questione, che il voto del precedente congresso di Berlino per una uniforme legislazione in materia di obbligazioni, di diritto penale e di procedura civile aveva fatto sorgere, e che la rivalità fra la Prussia e l'Austria avevano ingrandita ed inasprita. Nel 1868 il congresso giuridico si riunì ad Heidelberg, ed il Bluntschli ne fu richiamato alla presidenza. Egli fu parimente nel 1862 fra i fondatori del congresso dei deputati delle diverse Camere tedesche, il quale per la trattazione di questioni importanti doveva supplire alla mancanza di un parlamento nazionale. Fece parte del comitato per l'agitazione in favore dello Schleswig-Holstein. Allorchè Austria e Prussia, tolti i ducati alla Danimarca, stavano per venire a quella lotta, che fu passo gigantesco verso l'unificazione germanica, il Bluntschli, a' dì 14 di maggio 1866, mosse nella prima Camera una memorabile interrogazione sulla neutralità del Baden. Dopochè con le sue splendide vittorie la Prussia non solo giunse a conquistare sulla rivale l'egemonia in Germania, ma riuscì a cacciarla fuori dalla cerchia del mondo tedesco, il Bluntschli comprese, lodò e secondò l'opera del Bismarck, e rappresentò nella teoria ciò che il grande statista effettuò nella pratica. Nel 1867 il Bluntschli fu nominato membro del parlamento doganale tedesco; e nel 1871 gli fu offerta la candidatura ad un seggio nel parlamento del nuovo impero germanico, ma egli non la volle accettare per non abbandonare le sue accademiche occupazioni.

Nel suo soggiorno ad Heidelberg, il Bluntschli, allargando ancora la cerchia de' suoi studii, vi comprese altresì il diritto internazionale. Un manuale sul moderno diritto della guerra presso le nazioni civili (1) fu seguito dal suo maggior lavoro sul giure delle genti, quello cioè, in cui ridusse i principii di tale diritto in una forma di codice (2). Altri minori scritti sul diritto internazionale furono da lui pubblicati in rassegne tedesche e straniere; chè non vi fu questione importante agitata nella

(1) *Das moderne Kriegsrecht der civilisirten Staaten als Rechtsbuch*, Nördlingen, 1866; 2ª ed., 1874.

(2) *Das moderne Völkerrecht der civilisirten Staaten als Rechtsbuch dargestellt*, Nördlingen, 1867; 3ª ed., 1878.

politica, ch' egli non abbia sottoposto a scientifico esame. Ricorderemo soltanto due suoi scritti, dei quali l' uno concerne un problema, che può avere molta importanza per la politica italiana, quello cioè in cui studiò la irresponsabilità e la responsabilità del pontefice nel diritto internazionale (1), e l'altro tratta una questione di giure delle genti, a risolvere la quale ebbe larga parte l'onorando personaggio, che allora teneva la presidenza di quest' Accademia, in cui lasciò di sè tanta eredità di affetto e di stima (2). Non pochi altri scritti di diverso argomento furono da lui in questo tempo dettati (3), tra i quali, per dimostrare la varietà degli studii fatti dal Bluntschli, dobbiamo ricordare due suoi lavori di filosofia religiosa, l' uno sulle idee dell' Asia antica intorno a Dio ed alla natura (4) e l'altro consistente in trattenimenti su Dio, la natura e l'immortalità (5). Di notevole valore è l' opera, che pubblicò nel 1864, nella quale narrò la storia del diritto pubblico generale e della politica dal secolo XVI ai dì nostri (6). Ed ai suoi ultimi anni appartiene la quinta edizione del trattato di diritto pubblico, nella quale, come abbiam detto, rifuse l' opera pubblicata nel 1852, l' ampliò, la divise in tre volumi; nel primo de' quali è esposta la teoria generale dello Stato, nel secondo si studia il diritto pubblico generale, e il terzo, interamente nuovo, è consacrato alla politica (7).

---

(1) *Die rechtliche Unverantwortlichkeit und Verantwortlichkeit des römischen Papstes. Eine völker-und statsrechtliche Studie*, Nördlingen, 1876.

(2) *Opinion impartiale sur la question de l'Alabama et sur la manière de la résoudre (Revue de droit international et de législation comparée*, t. II, 1870, pag. 452-479).

(3) I principali suoi scritti minori sono riuniti in due volumi: *Gesammelte kleine Schriften*, Nördlingen, 1879-1881.

(4) *Altasiatische Gottes- und Weltideen in ihren Wirkungen auf das Gemeinleben der Menschen*, Nördlingen, 1866.

(5) *Gespräche über Gott und Natur und Unsterblichkeit*, Nördlingen, 1880.

(6) *Geschichte des allgemeinen Statsrechts und der Politik seit dem sechzehnten Jahrhundert bis zur Gegenwart*, München, 1864. È uscita la 3ª edizione col titolo: *Geschichte der neueren Statswissenschaft. Allgemeine Statsrecht und Politik*, ecc. Quest'opera fa parte della collezione delle *Geschichte der Wissenschaften in Deutschland* pubblicata per cura dell'Accademia delle scienze di Moñaco.

(7) Band I, *Allgemeine Statslehre*; Band II, *Allgemeines Statsrecht*; Band III, *Politik als Wissenschaft*, Stuttgart, 1875-76.

L' autore pubblicò pure un' opera minore: *Deutsche Staatslehre für Gebildete*, Nördlingen, 1874; 2ª ed. 1881.

L'attività del nostro autore non s'affievolì con l'inoltrarsi negli anni. Fu tra gli ordinatori dell'Istituto di diritto internazionale, di cui fu nominato vice-presidente nel 1873, presidente dal 1875 al 1877, vice-presidente per la terza e quarta volta dal 1877 alla sua morte. Ai lavori dell'Istituto attese con moltissimo zelo, tanto nelle sessioni quanto negl'intervalli fra di esse. La Svizzera per la seconda volta ricorse a lui per un grande lavoro legislativo; ed egli dal 1877 al 1880 collaborò alla redazione del codice generale delle obbligazioni e del commercio. A lui si rivolgevano per consultazioni e consigli sì di diritto pubblico come di diritto privato; rammenteremo l'avviso ch'egli diede al comitato per l'emancipazione degli Ebrei della Rumenia (1).

Egli era pervenuto al culmine degli onori. La Germania lo venerava, e il 3 di agosto 1879 celebrava il suo giubileo dottorale. Il mondo scientifico lo ammirava; i suoi lavori erano tradotti in più lingue, perfino in cinese quello sul diritto internazionale e in giapponese quello sul diritto pubblico. Le principali accademie lo avevano ascritto fra i loro socii; le Università di Vienna, Pietroburgo, Edimburgo, Mosca ed Oxford lo avevano nominato dottore onorario. Tra i liberi muratori della Germania meridionale era rivestito dell'alta dignità di gran maestro. Amante della libertà religiosa, egli si era efficacemente adoprato a fondare l'associazione protestante intesa a conciliare il cristianesimo coi progressi della civiltà: nel 1865 ad Eisenach, nel 1867 a Neustadt sulla Hardt, nel 1868 a Brema e nel 1871 a Berlino presiedette i congressi di questa associazione. Più volte presidente del sinodo protestante badese, egli chiuse la sessione di esso il 21 di ottobre, pronunciando le sante parole: « gloria nei cieli a Dio e pace in terra agli » uomini di buona volontà ». Un'ora dopo egli aveva abbandonato questa terra.

Il rimpianto della famiglia e degli amici, i quali con affettuose parole ne commemorarono la perdita (2), basta a persuaderci

---

(1) *Der Staat Rumänien und das Rechtsverhältniss der Juden in Rumänien. Ein Rechtsgutachten*, Berlin, 1879.

(2) Alla cortesia del colonnello Carlo Bluntschli debbo la comunicazione dei discorsi pronunciati nei funerali dell'illustre suo genitore, riuniti in un elegante opuscolo: *Am Sarge des Herrn Geheimrath Professor Dr. Joh. Kaspar Bluntschli.*

ch' egli fu nella vita quale appare ne' suoi scritti, uomo di mente serena, di cuore nobile, di sincere convinzioni, devoto al culto dell' onestà e della virtù. La fama, ch' egli ebbe dalle sue opere scientifiche, sarà fama duratura. L' opera sua intorno al pubblico diritto, la quale costituisce il titolo maggiore alla sua gloria, rimarrà grandiosa nella storia del pensiero politico, e farà degno seguito alle più celebri trattazioni, che dall'antichità in poi siano state pubblicate. Unendo il metodo filosofico e lo storico, che, separatamente seguiti, possono far deviare dal retto cammino e condurre o ad un' ideologia astratta o in mezzo ad una moltitudine di fatti, fra cui si perde il sentimento dell'unità, il Bluntschli seppe inalzarsi ad un alto concetto dello Stato ed esporre con somma lucidezza la sua teoria. Per lui lo Stato è la persona politicamente organizzata della nazione in un paese determinato; quindi esso è un essere vivente vita indipendente, con volontà sua propria, con iscopo suo proprio: lo svolgimento delle facoltà della nazione, il perfezionamento della sua vita, il suo compimento. Ma il Bluntschli non si contenta della nozione dello Stato quale risulta dalla storia; egli intravede l' ideale dello Stato, l' umanità organizzata, lo Stato universale, meta, che solo le future generazioni potranno dire se sia possibile di raggiungere, ma verso cui tuttavia il progresso ci sospinge con l' opera sua continua del riavvicinamento dei popoli.

Organismo animato, lo Stato può essere studiato sotto un duplice aspetto, anatomico e fisiologico. La scienza del diritto pubblico esamina quest' organismo nel suo ordine normale, ne mostra le condizioni fondamentali e permanenti della vita, le regole della esistenza. La politica lo studia nella sua vita e nel suo svolgimento. Questo duplice studio è nell'opera del Bluntschli preceduto dall' esposizione della teoria generale dello Stato, ossia dei principii generali del pubblico diritto e della politica.

Non è qui luogo di ripetere e di sottoporre ad analisi le dottrine del Bluntschli. Si noterà nel suo lavoro qualche segno di esclusivismo, qualche giudizio e qualche affermazione troppo favorevole alla Prussia; ma non dobbiamo dimenticare le idee

---

Fra le notizie intorno al Bluntschli pregevole è quella del sig. Alfonso Rivier, inviatami dal sig. Fritz Bluntschli, professore nel *Polytechnicum* di Zurigo, prima che potessi leggerla nella *Revue de droit international et de législation comparée,* donde fu estratta (t. XIII, 1881, p. 612-630).

politiche dell'autore favorevoli all'egemonia della Prussia per condurre ad unità politica la Germania. Più d'un suo principio potrà facilmente essere oppugnato; ma nell'insieme questo lavoro è tale da destare ammirazione per la profondità del pensiero politico e giuridico, per la sicurezza della dottrina, per la calma, con cui sono trattate spinose questioni, in cui era facile ad un uomo, vissuto altresì fra le agitazioni della politica, di perdere per un momento quella serenità necessaria ad una scientifica trattazione. Vero amico della libertà e del progresso, ma guidato da savia prudenza, egli non si accende di entusiasmo per que' principii, che possono abbagliare, ma, attuati, produrre pure, tosto o tardi, gravissimi danni. Schiettamente egli manifesta più d'una volta tendenze conservatrici. Egli non esalta questa piuttosto che quella forma di governo; ma egli non cela l'oppressione degli elementi aristocratici nello Stato moderno e la pericolosa tendenza a dare al principio del numero un valore assoluto, e vagheggia l'alleanza delle idee aristocratiche e delle democratiche.

Inoltrandosi nella vita e nello studio, come in politica le sue idee liberali meglio si manifestarono e si svolsero, così in materia di religione egli seppe sciogliersi dalle angustie dommatiche e confessionali. Egli assale vivamente il cattolicismo intollerante; mostra i pericoli, che per la civiltà e per lo Stato possono derivare dal partito ultramontano, che si agita nel suo seno, ignorante del moderno progresso. Ma nemmeno egli non è ligio alla stretta e rigida ortodossia protestante. Continuando a professare per il cristianesimo sincera ammirazione, egli seppe respingere la leggenda e il miracolo, che offuscarono la splendida bellezza di questa dottrina. Al cristianesimo egli chiede di purificarsi dagli errori antichi, che giustamente offendono i moderni ed allontanano dalle artificiali superstizioni della religione le migliori intelligenze. Notevole mutazione in colui, che nel 1839 combatteva la nomina dell'acuto autore della vita di Gesù a professore di teologia, e applaudiva al moto popolare, da cui era rovesciato il governo, che aveva chiamato lo Strauss a tale insegnamento. Mutazione, che in lui accadde respirando l'aura salutare della scienza da maggiore altezza, donde con più largo sguardo si possono contemplare gli avvenimenti dell'umanità!

Le scientifiche fatiche del Bluntschli furono rallegrate anche

dal sorriso delle lettere e dell' arte. Del suo gusto letterario fanno fede la forma sempre corretta, quasi sempre di grande chiarezza, lo stile elegante, le poetiche citazioni, che non mancano ne' suoi libri. Del suo gusto artistico son prova l'amore, ch' ebbe per gli spettacoli teatrali e per le arti rappresentative, le statue, i quadri, onde abbellì la sua dimora in Heidelberg (1).

La sua mente fu un bellissimo esempio di armonia fra le varie facoltà. Una mente come la sua era necessaria per isvolgere teorie, che essenzialmente riposano sulla base dell' ordine e dell' armonia.

---

(1) Notizia sul Bluntschli del prof. H. HOLZMANN inserita nella *Tägliche Rundschau* di Berlino, 1881, n. 59, 8 novembre.

Adunanza del 22 Gennaio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Comm. Bernardino PEYRON, incaricato col Socio Cav. Vincenzo PROMIS d'esaminare un lavoro del sig. Barone Papasians « *Intorno ad un Reliquiario armeno del secolo XIII* », legge la seguente Relazione:

Di questo lavoro già la Classe potè formarsi un giudizio nell'ultima seduta per i ragguagli, con cui uno dei due Socii sottoscritti ne accompagnava la presentazione.

Poichè tuttavia la Classe ha creduto, che secondo i Regolamenti non potesse addivenire ad un voto su di esso senza prima sottoporlo all'esame di una Commissione, i due sottoscritti, membri, onde fu composta la Commissione, riferiscono l'unanime loro parere, notando, che è forza ripetere gran parte delle cose già dette da uno di loro.

Per un monumento, la cui antichità risalga al secolo XIII, sembra bastare l'antichità stessa a raccomandarlo all'attenzione degli studiosi, specialmente se abbia iscrizioni e figure. Il Reliquiario, di cui si discorre, costrutto l'anno 1293 da un tal Costantino vescovo direttore dell'eremo di Skevra in Armenia, riunisce le accennate condizioni, che ne costituiscono il pregio storico, e di più ci si presenta come oggetto d'arte per quei tempi e per quei luoghi singolarissimo nel concetto, singolarissimo nella sua forma stessa di tritico ingegnosamente adattato ad uso, che non è l'ordinario.

Per quali vicende il preziosissimo arredo giungesse in Italia, non si può dire. Certo è, che fu per varii anni oggetto di venerazione nel monastero del Bosco presso Alessandria, a cui era stato legato dal Pontefice Pio V. Oggidì fa parte della Collezione Basilewski in Parigi, ed è esemplare forse unico nel suo genere.

Il Barone Papasians ne intraprendeva la illustrazione nel 1828, quando il Reliquiario era ancora nel monastero del Bosco. Armeno di nazione e Interprete della Legazione italiana a Costantinopoli, esso riuniva due qualità, che sembravano renderlo singolarmente atto a far conoscere fra noi sì fatto monumento del suo paese. Il suo lavoro, che forma il soggetto di questa Relazione, conservasi tuttavia inedito nella biblioteca del Re. Nè puossi dire veramente una Memoria od Illustrazione scientifica, ma una succinta Notizia, che dal monumento stesso ritragge tutta la sua importanza, consistendo nella traduzione italiana delle iscrizioni armene con alcuni schiarimenti, e nell'imagine del Reliquiario da ricavarsi quando che sia da rami, i quali stanno pronti a tale scopo nella stessa biblioteca del Re. Ond'è, che brevissima è la parte scritta del lavoro e quasi accessoria, importante quella dei disegni.

Quanto alla traduzione delle iscrizioni, non puossi menomamente dubitare di sua fedeltà, essendo esse dettate in quella forma della lingua armena, che dicesi moderna, ed è a un di presso la stessa, che il traduttore parlava. Bensì è da notarsi come pregio singolarissimo della traduzione un tal colorito orientale, che non è soltanto indizio di traduzione fedele, ma frutto di chi traducendo pensi non già nella lingua, in cui scrive, ma in quella da cui traduce. Le iscrizioni poi, se non hanno una grande importanza storica, han certamente quella, che dalla natura del documento era a desiderarsi, rivelando esse il nome di alcuni luoghi ora dimenticati, il nome di qualche personaggio, che aveva parte nel governo, le cui credenze religiose, quali sono poste in rilievo, ci fanno argomentare delle generali credenze del paese nel secolo decimoterzo; circostanze tutte, che possono porgere argomento di una elucubrazione.

Ma l'autore non ne fece alcuna, e stette contento ad aggiungere alla traduzione alcuni schiarimenti, i quali in sè appariscono tutti opportuni. Ma conviene tener conto, che l'autore non intendeva scrivere per volumi accademici. Ond'è, che alcuni degli

schiarimenti, i quali sarebbero adatti in altre pubblicazioni, potrebbero forse parere superflui in quei volumi e perciò vanno tolti; il che si può fare, senza che ne scapiti l'opera intiera. Sebbene, rimane così ridotta a poca pagina ciò, che in via ordinaria suol essere la illustrazione.

L'autore considerò il Reliquiario specialmente dal lato artistico, e credette, che la più semplice ed utile di tutte le illustrazioni sotto a questo aspetto fosse ritrarne al vivo la imagine in quei disegni, che mentovammo. E veramente la finitezza del lavoro ci è garante della diligenza della copia. A darne anche una particolare prova, il Papasians volle, che la figura del Re Hebun, la quale tra le altre è più spiccata e storicamente ragguardevole, fosse ripetuta in un disegno a parte nelle dimensioni stesse dell'originale, affinchè da quest'una fosse facile, anche solo ad occhio, arguire la grandezza totale del Reliquiario. Provvide pure al desiderio del filologo, il quale non istesse pago alla traduzione, ma volesse il testo armeno delle iscrizioni. Perocchè questi ha il testo così nettamente riprodotto tra i fregi dell'incisione, come potrebbe leggerlo tra quelli dell'originale.

Ora non parve dubbio ai sottoscritti, che il monumento sia sommamente degno di essere illustrato sotto varii aspetti; che il lavoro del Barone Papasians già possa in qualche modo tener luogo di illustrazione per i singolari pregi, che lo raccomandano, talchè anche quale trovasi merita d'essere pubblicato; ma che in esso manca una vera illustrazione, ed è perciò a desiderare che altri, servendosi dei materiali utilmente somministrati dal dotto Interprete Armeno, senza nulla detrarre a' suoi diritti d'autore, aggiunga quel Commento, per cui la pubblicazione del lavoro acquisterà un carattere più scientifico.

VINCENZO PROMIS
BERNARDINO PEYRON, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° al 31 Gennaio 1882

Viestnik hrvatskoga Arkeologičkа družva; Godina III, IV, Braj 1-4. U. Zagrebu, 1882; in-8°.	Società Archeol. di Agram.
Verhandelingen van het Bataviaasch Genoot-Schap van Kunsten en Wetenschappen; Deel XLI, 2. Stuk. Batavia, 1880; in-4°.	Società di Arti e Scienze di Batavia.
Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde etc. Deel XXVI, Afl. 3, 4. Batavia, 1880; in-8°.	Id.
Notulen van de Algemeene en Bestuurs-vergaderingen etc. Deel XVIII, - 1880 -, n. 2, 3. Batavia, 1880; in-8°.	Id.
Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; September und October 1881. Berlin, 1881; in-8°.	Accademia R. delle Scienze di Berlino.
Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc. Serie sesta, vol. III, Aprile-Giugno; Agosto-Ottobre 1879; vol. V, Gennaio, Giugno, Settembre 1880; - vol. VII, Gennaio-Marzo; Maggio-Ottobre, Novembre 1881. Bologna, 1879-81; in-8°.	Società Med.-chirurg. di Bologna.
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; n. 22-24, Déc. 1881. Bordeaux, 1881; in-8°.	Società di Geogr. comm. di Bordeaux.
Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc., t. XII, entrega 5, 6. Buenos Aires, 1881; in-8°.	Società Scient. Argent. (Buenos Aires).

Società Asiatica del Bengala (Calcutta). — Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. L, part 1, n. 3 and 4, 1881. Calcutta, 1881, in-8°.

Id. — Bibliotheca Indica, a Collection of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series, n. 469. Calcutta, 1881; in-8°.

Museo di Zoologia comp. del Coll. Harvard (Cambridge). — Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at HARVARD COLLEGE; vol. IX, n. 1-5. Cambridge, 1881; in-8°.

Reale Accademia delle Scienze di Copenaghen. — Mémoires de l'Académie R. de Copenhague; VI série, – Classe des Sciences –, vol. I, n. 3 et 4; vol. II, n. 1 et 2. Copenhague, 1881; in-4°.

Id. — Bulletin de l'Académie des Sc. de Copenhague, et n. 2 (Février-Mai 1881). Copenhague, 1881; in-8°.

Accad. Cesarea dei Cur. della Nat. (Dresda). — Nova Acta Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae germanicae Naturae Curiosorum; t. XLI pars 1, 2. Halis Saxonum, 1879-80; in-4°.

Id. — LEOPOLDINA; — Amtliches Organ der K. Leop.-Car. etc.; XVI Heft, Jahrg. 1880. Halle, 1880; in-4°.

R. Soc. geologica d'Irlanda (Dublino). — Journal of the R. geological Society of Ireland; vol. XVI, part 1 (new series, vol. VI), – 1880-81. Dublin, 1881; in-8°.

Soc. delle Scienze di Finlandia (Helsingfors). — Bidrag till Kännedom af Finlands Natur och Folk, utgifna af Finska Vetenskaps-Societeten; 33, 34 Haftets. Helsingfors, 1880; in-8°.

Id. — Öfversigt af Finska Vet.-Soc. Förhandlingar; XXII, 1879-80. Helsingfors, 1880; in-8°.

Università di Kiel. — Schriften der Universität zu Kiel aus dem Jahre 1880-81; Band XXVII. Kiel, 1881; in-4°.

Id. — Tesi presentate agli esami di Laurea nell'Università di Kiel:

per la Facoltà di Medicina e Chirurgia n. 16;
per la Facoltà di Filosofia n. 14;
per la Facoltà di Giurisprudenza n. 1; fasc. 31, in-8°.

R. Soc. Astron. di Londra. — Monthly Notices of the R. Astronomical Society of London; vol. XLII, n. 1, 2. London, 1881; in-8°.

R. Società Microscopica di Londra. — Journal of the Royal Miscroscopical Society; of London, etc.; Ser. 2, vol. I. part. 6. London, 1881; in-8°.

Associazione del *Zoologic. Record* (Londra). — The Zoological Record for 1880: being vol. seventeenth of the Record of Zool. Literature; edited by Edw. Caldwell RYE. London, 1881; 1 vol. in-8°.

Università di Lovanio. — Revue catholique rédigée par des Prof. de l'Université de Louvain, etc. Nouv. série, t. XXV, 1 Janv. – 15 Décembre 1881; Louvain, 1881; in-8°.

Annuaire de l'Université catholique de Louvain; 45 année, 1881. Louvain, 1881, in-16°. — Università di Lovanio.

Memorie e documenti per servire alla Storia di Lucca; tomo XIII, parte 1ª. Lucca, 1881; in-4°. — Direzione degli Archivi toscani (Lucca).

Anales del Ministerio de Fomento de la República Mexicana; t. V. México, 1881; in-8°. — Osservatorio meteorol. centrale del Messico.

Memorie del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. — Classe di Scienze matematiche e naturali; vol. XIV; V della serie terza, fasc. 3. Milano, 1881; in-4°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, fasc. 16-19. Milano, 1881; in-8°. — Id.

Mémoires de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier; — Section des Sciences, t. X, fasc. 1, année 1880. Montpellier, 1881; in-4°. — Accademia di Scienze e Lett. di Mompellieri.

Bollettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri; serie seconda, vol. I, n. 8. Torino, 1881; in-4°. — Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri.

Bollettino decadico pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale, ecc.; anno X, - 1880-81, n. 10. Torino, 1881; in-gr. 8°. — Id.

Abhandlungen der Naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg; VII Band. Nürnberg, 1881; in-8°. — Società di Storia natur. di Norimberga.

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais paraissant tous les deux mois; t. VI, livrais. 1-3. Nouvelle-Orléans, 1880; in 4°. — La Direzione (Nuova-Orleans).

Revista Euskara; año cuarto, n. 39-42. Pamplona, 1881; in-8°. — La Direzione (Pamplona).

Oeuvres de Lagrange, publiées par les soins de M. J.-A. Serret, sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique; t. IX. Paris, 1881; in-4°. — Ministero dell'Istruz. Pubbl. di Francia (Parigi).

Inventaires et Documents publiés par la Direction générale des Archives nationales, etc.; t. III, de l'année 1247 à l'année 1260, par M. Joseph De Laborde; Tables. Paris, 1881; in-4°. — Id.

Annales des Mines, etc., septième séries, t. XIX, 3ᵉ et 4ᵉ livraisons de 1881; Paris, 1881; in-8°. — Amministrazione delle Miniere di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société géologique de France, etc., troisième série, t. VIII, n. 4, 5; t. IX, n. 5, 6. Meulan, 1881; in-8°. — Società Geologica (Parigi).

Soc. filomatica di Parigi. — Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc., septième série, t. V, n. 4, - 1880-81. Paris, 1881; in-8°.

Soc. Zoologica di Francia (Parigi). — Bulletin de la Société Zoologique de France pour l'année 1881; 3 et 4 parties. Paris, 1881; in-8°.

Soc. politecnica di Parigi. — Journal de l'École polytechnique publié par le Conseil d'instruction de cet établissement; 49 cahier; t. XXX. Paris, 1881; in-4°.

Soc. di Geografia (Parigi). — Bulletin de la Société de Géographie, etc. Mai-Juin 1881. Paris, 1881; in-8°.

Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa). — Atti della Società Toscana di Scienze naturali; — Processi verbali, 1881, pag. 257-287.

Accad. Imperiale delle Scienze di Pietroborgo. — Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St.-Pétersbourg, septième série, t. XXVIII, n. 5-9; t. XXIX, n. 1. St.-Pétersbourg, 1881; in-4°.

Id. — Repertorium für Meteorologie herausg. von der K. Akad. der Wiss., redigirt von Dr. H. Wild; Band VII, Heft 2. Petersburg, 1881; in-4°.

Osservatorio centrale di Pietroborgo. — Librorum in Bibliotheca Speculae Pulcovensis contentorum Catalogus systematicus; pars II ab Eduardo Lindemanno elaborata; edendum curavit et praefatus est Otto Struve, Spec. Pulc. Director. Petropoli, 1880; in-8°.

Id — Jahresbericht am 20 Mai 1881 dem Comité des Nicolai-Hauptsternwarte, etc. St.-Petersburg, 1881; 1 fasc. in-8°.

I Membri della III Conf. polare internaz. (Pietroborgo). — Rapport sur les actes et résultats de la III Conférence polaire internationale, tenue à St.-Pétersbourg pendant les jours du 1 au 6 Août 1881. St.-Pétersbourg, 1881; 1 fasc. in-4°.

Osserv. centrale di Rio Janeiro — Bulletin astronomique et météorologique de l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro; Juillet-Août 1881, n. 1, 2. Rio de Janeiro, 1881; 1881; in-4°.

Ministero d'Agr. Ind. e Comm. (Roma). — Annali dell'Industria e del Commercio, 1880, n. 15, 18. Roma, 1880; in-8°.

Id. — Annali del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio; vol. 50, 60, 71, 81, 84, 87, 90, 104. Roma, 1872-77; in-8°.

Id. — Annali del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio (Divisione Agricoltura); n. 91-94; 96-99; 101, 102 e 107. Roma, 1877-79; in-8°.

Id. — Annali del Ministero d'Agricoltura, Ind. e Comm. - 1870, II trimestre, parte I, - Agricoltura, - 1871, parte I - Bachicoltura nel 1870; - 1874, - parte I, - Agricoltura, della malattia del pidocchio (*Phylloxera vastatrix* Planch.) nella vite, ecc., per Ad. Targioni Tozzetti. Roma, 1871-75; in-8°.

Annali del Ministero di Agr., Ind. e Comm.: — Ministero d'Agr. Ind. e Comm. (Roma).

—— Relazione sulle condizioni agrarie ed igieniche della campagna di Roma, per Raffaele PARETO. Roma, 1872; 1 vol. in-8°.

—— Monografia sulla vinificazione, ossia la teoria e la pratica della enologia popolarmente esposta dal Cav. Egidio POLLACCI da Pistoia. Genova, 1871; in vol. in-8°. — Id.

—— Monografia dei prati artificiali coltivati ad erba medica, trifoglio, ecc., per G. A. OTTAVI. Torino, 1871; 1 fasc. in-8°. — Id.

—— Monografia sul letame; natura, preservazione ed uso, per Luigi MUSSA. Genova, 1871; 1 fasc. in-8°. — Id.

—— Monografia sul miglior modo di coltivare la vite in Italia, per G. FROJO. Genova, 1871; 1 fasc. in-8°. — Id.

—— Le radici da foraggio e la loro coltivazione; Trattato del Prof. Cav. E. CELI Firenze, 1871; 1 fasc. in-8°. — Id.

—— Monografia sulla fabbricazione degli olii d'uliva, per Domenico CAPPONI. Genova, 1871; 1 fasc. in-8°. — Id

—— Gita alle paludi Pontine; Relazione di Felice GIORDANO. Roma, 1872; 1 fasc. in-8°. — Id.

La Biblioteca della Camera dei Deputati nel Dicembre dell'anno 1881; Notizie pubblicate per cura della Commissione della Biblioteca. Roma, 1881; 1 fasc. in-4°. — Commissione della Biblioteca della Camera de' Deputati (Roma).

Memorie della R. Accademia dei Lincei; anno CCLXXVIII, 1880-81, serie terza, Classe di Scienze fis., mat. e naturali; vol. IX. Roma, 1881; in-4°. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Transunti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; serie terza, vol. VI, fasc. 2-4. Roma, 1881; in-4°. — Id.

Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; n. 9 e 10, Sett.-Ott. 1881. Roma, 1881; in-8°. — R. Comitato geol. d'Italia (Roma).

Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, compilati dal Segretario; anno XXXIV, sess. II[a] del 16 Gennaio, e sess. III[a] del 20 Febbraio 1881. Roma, 1881; in-4°. — Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei; anno XXXV, sessione 1[a], 11 Dicembre 1881; 1 fasc. in-16°. — Id.

Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. TACCHINI, vol. X, disp. 11. Roma, 1881; in-4°. — Società degli Spettr. Ital. (Roma).

Unione per la Scienza nat. patria del Wurtemberg (Stoccarda). — Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Würtemberg, etc.; XXXVII Jahrgang. Stuttgard, 1881; in-8°.

Società Accad. Ispano-Portoghese di Tolosa. — Bulletin de la Société académique Hispano-portugaise de Toulouse; t. II, n. 1. Toulouse, 1881; in-8°.

Il Club alp. ital. (Torino). — Bollettino del Club Alpino Italiano, ecc., vol. XV, n. 48. Torino, 1881; in-8°.

R. Università degli studi di Torino. — Annuario della R. Università degli Studi di Torino per l'anno accademico 1881-82. Torino, 1882; in-8°.

R. Acc. di Medic. di Torino. — Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc., anno XLIV, Ott.-Nov. 1881, n. 10-11. Torino, 1881; in-8°.

R. Istit. Veneto di Sc., Lett. ed Arti (Venezia). — Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; Serie quinta, t. VII, disp. 10; t. VIII, disp. 1. Venezia, 1881-82; in-8°.

Il Direttore. — La Toscana industriale, ecc., Direttore Prof. Dott. P. E. Alessandri; anno III, n. 10-12. Prato, 1881; in-8°.

L'Autore. — Ornithologie d'Angola; ouvrage publié, sous les auspices du Ministère de la Marine et des Colonies, par I. V. Barboza du Bocage, 2 partie. Lisbonne 1881; in-gr. 8°.

L'A. — Relazione sulle condizioni geologiche del versante destro della Dora Riparia, tra Chiomonte e Salbertrand; del Dottore Martino Baretti. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Le Medaglie del terzo risorgimento descritte da Nicomede Bianchi; anni 1748-1848. Bologna, 1881; 1 vol. in-16°.

L'A. — Saggio sulla filosofia greco-romana considerata nelle sue fonti e nel suo svolgimento fino a Cicerone inclusivamente, ed *Anthologia philosophica*, ex M. T. Cicerone; del Prof. R. Bobba. Torino, 1882; 1 vol. in-16°.

Il Traduttore. — Du processus morbide du choléra asiatique, etc. Mémoire du Docteur Ph. Pacini, trad. par le Docteur Bos sur la 2me édit. Marseille, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Giovanni Battista Sezanne ed i suoi scritti, pel Prof. G. B. Brignardello. Firenze, 1881; 1 volumetto in-16°.

Id. — Diario dell'esplorazione del Rio Negro di Patagonia, scritto da Nicola Descalzi, tradotto e annotato dal Prof. G. B. Brignardello. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°.

La Scienza del Diritto esposta secondo l'ordine della cognizione dei temperamenti e degli affetti dell'uomo da G. Claudio Comba. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°.	L'Autore
Appendice all'Arte di fabbricare: Corso completo di istituzioni teorico-pratiche per gl'Ingegneri, per gli Architetti, ecc., con Tav. in-fol.° ad illustrazione del testo; disp. 6, vol. IV, di G. Curioni. Torino, 1881; in-8°.	L'A.
L'ouverture du Fleuve Rouge au commerce et les événements du Tong-Kin (1872-1873); Journal de voyage et d'expédition de J. Dupuis: ouvrage orné d'une carte du Tong-Kin etc., par M. le M.is de Croizier. Paris, 1879; 1 vol. in-4°.	Sig. Marchese De Croizier.
Actes compte rendu des Séances de la Société académique Indo-Chinoise de Paris, etc., année 1877, dernier trim. - année 1879, 1er semestre. Paris, 1879; 1 fasc. in-4°.	Id.
Rapport sur la possibilité d'établir des relations commerciales entre la France et la Birmanie, adressé à M. le M.is de Croizier par L. Vossion. Paris, 1879; 1 fasc. in-8°.	Id.
Les monuments de Vancien Cambodge classés par provinces par le M.is de Croizier. Paris, 1878; 1 fasc. in-16°.	Id.
Lettres de Henriette-Marie de France Reine d'Angleterre à sa sœur Christine Duchesse de Savoie, publiées par Hermann Ferrero. Turin, 1881; 1 vol. in-8°.	Il Socio Cav. E. Ferrero.
Biographie de l'Économiste Joseph Garnier, Sénateur, Membre de l'Institut de France, extraite du *Journal des Économistes*, du *Bulletin de l'Union amicale des anciens Élèves de l'École Supérieure de Commerce de Paris*, etc.; par son frère J. J. Garnier. Turin, 1881; 1 fasc. in-8°.	G. G. Garnier.
Athenaïs: — Geschichte einer byzantinischen Kaiserin, von Ferdinand Gregorovius. Leipzig, 1882; 1 vol. in-16°.	L'A.
Fuhrer zu den Excursionen der Deutschen Geologischen Gesellschaft nach der allgemeinen Versammlung in Wien, 1877; herausg. von den Geschäftsführernen Fr. v. Hauer und Dr. M. Neumayr. Wien, 1 vol. in-16°.	Gli A.
L'Embryologie, ou Traité complet du développement de l'homme et des animaux supérieurs, par Albert Kölliker; traduction faite sur la 2e édit. allemande par A. Schneider, etc. avec une préface, par H. de Lacaze-Duthiers; 9 livrais. Paris, 1881; in-8°.	L'A
Notes d'Analyse; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1876; 1 fasc. in-8°.	L'A.

L'Autore. Sur les points multiples des involutions supérieures; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1878; 1 fasc. in-8°.

Id. Sur certains covariants d'un système cubo-biquadratique; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1878; 1 fasc. in-8°.

Id. Sur un théorème de M. Mansion. Bruxelles, 1878; 3 pag. in-8°.

Id. Sur quelques théorèmes de Géométrie supérieure; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1878; 3 pag. in-8°.

Id. Sur une transformation de déterminants; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1878; 5 pag. in-8°.

Id. Sur une propriété des formes algébriques préparées; par C. Le Paige. Bruxelles, 1879; 5 pag. in-8°.

Id. Note sur certains combinants des formes algébriques binaires; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1879; 1 fasc. in-8°.

Id. Notes d'Analyse et de Géométrie; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1879; 1 fasc. in-8°.

Id. Sur le développement de cot. x; par M. C. Le Paige. Paris, 1879; 3 pag. in-4°.

Id. Mémoires sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la Géométrie; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1879; 1 fasc. in-4°.

Id. Sur les déterminants hémisymétriques d'ordre pair; par le Dr. C. Le Paige. Prague, 1880; 2 pag. in-8°.

Id. Mémoires sur les courbes du troisième ordre; par M. F. Folie, et M. C. Le Paige; 1re partie. Bruxelles, 1880; 1 fasc. in-4°.

Id. Sur l'élimination; par M. C. Le Paige. Paris, 1880; 2 pag. in-4°.

Id. Note sur la théorie des polaires; par M. C. Le Paige. Bruxelles, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id. Note sur l'Involution biquadratique du troisième rang, et sur son application aux courbes du quatrième ordre; par le Dr. C. Le Paige. Prague, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id. Note sur les courbes du troisième ordre; par MM. Folie et C. Le Paige. Bruxelles, 1881; 3 pag. in-8°.

Id. Über conjugirte Involutionen; von Dr. C. Le Paige. Wien, 1881; 4 pag. in-8°.

Bemerkungen über kubische Involutionen; von Dr. C. Le Paige. Wien, 1881; 2 fasc. in-8°. — L'Autore.

Sur la règle de multiplication des déterminants; par M. C. Le Paige. Paris, 1881; 2 pag. in-8°. — Id.

Sur une propriété des formes trilinéaires; par M. C. Le Paige. Paris, 1881; 1 fasc. in-4°. — Id.

Sur l'invariant du dix-huitième ordre des formes binaires du cinquième degré; par M. C. Le Paige. Paris, 1881; 2 pag. in-4°. — Id.

Sur la théorie des formes trilinéaires; par M. C. Le Paige Paris, 1881; 3 pag. in-4°. — Id.

Sur les formes trilinéaires; par M C. Le Paige. Paris, 1881; 3 pag. in-4°. — Id.

Sur les formes trilinéaires; Extraits de deux lettres adressées à D. B. Boncompagni etc. par M. C. Le Paige. Rome, 1881; 1 fasc. in-4°. — Id

Bozzetti storici, critici e biografici di Letteratura greco-latina e italiana, proposti ad uso delle scuole ginnasiali e liceali dal Prof. Isidoro Marchini; parte I, Lett. greca (copie 2); parte III, Lett. italiana (copie 2) Savona, 1879-80; in-8°. — L'A

Il duello esaminato e combattuto dal Prof. Isidoro Marchini. Savona, 1879; 1 fasc. in-24° (2 copie). — Id.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik im Verein mit anderen Mathematiker und unter besonderer Mitwirkung der Herren F. Müller und A. Wangerin, herausgegeben von Carl Ohrtmann; XI Band, Heft 3. Berlin, 1882; in-8°. — Sig. C. Ohrtmann.

Postscriptum alle due lettere aperte, indirizzate agli onorevoli Membri della R. Accademia dei Lincei dal Prof. Filippo Pacini. Firenze, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Sulla teoria della doppia trasmissione del Dott. Mario Panizza, Prof. di Clinica medica nella R. Università di Roma; Risposta alle Considerazioni critiche del Dott Luigi Luciani. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Résumé météorologique de l'année 1880 pour Genève et le Grand Saint-Bernard, par E. Plantamour. Genève, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Andamento diurno e annuale della evaporazione, del Prof. Domenico Ragona, Dirett. del R. Osservat. di Modena. Modena, 1881; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Andamento diurno e annuale dello stato del cielo, del Prof. Domenico Ragona. Roma, 1881; 1 fasc. in-4°. — Id.

L'Autore — Das Gehörorgan Wirbelthiere morphologisch-histologische Studien, von Gustaf RETZIUS: — I Das Gehörorgan der Fische und Amphibien, mit 35 Taf. Stockholm, 1881; 1 vol. in-fol.

L'A. — Osservazioni astrofisiche della grande cometa b 1881 eseguite da A. RICCÒ nel R. Osservatorio di Palermo. Palermo, 1880; 1 fasc. in-4°.

L'A. — Discorso del Senatore Ercole RICOTTI pronunziato in Senato nella tornata del 13 Dicembre 1881. Roma, 1881, 1 fasc. in-8°.

L'A. — Sullo stato presente della telegrafia e della telefonia; Brevi cenni del Prof. Francesco ROSSETTI. Padova, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — La Concorrenza agricola americana e i Trattati di commercio; Osservazioni sopra un libro del Dott. Alessandro Poez, Deputato al *Reichsrath* di Vienna, per Alessandro ROSSI, Senatore del Regno. Milano, 1881; 1 fasc. in-gr. 8.

L'A. — Das Wesen der Elektrizität, des Galvanismus und Magnetismus; II Suppl. zum 2 Theile der Naturgesetze; von Dr. Hermann SCHEFFLER. Cassel, 1882; in-8°.

Il Traduttore. — La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Commendatore P. B. SILORATA; vol. II, disp. 87 e 88. Roma, 1881, in-4°.

L'A. — Sul fenomeno psicologico dell'attenzione; Annotazioni fisiologiche del Prof. C. STUDIATI. Napoli, 1881; 1 fasc. in-8°.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Febbraio 1882.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Febbraio 1882.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 12 Febbraio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Comm. Angelo GENOCCHI presenta e legge la seguente Memoria del sig. C. LE PAIGE, Professore di Geometria superiore nella Università di Liegi:

SUR LA

FORME QUADRILINÉAIRE.

Dans un travail précédent (*), nous avons exposé la théorie des formes trilinéaires et nous avons annoncé que nous comptions appliquer les méthodes que nous y avons employées à l'étude d'autres questions.

Nous demanderons à l'Académie la permission de lui présenter, non pas une théorie complète de la forme quadrilinéaire, mais seulement quelques remarques sur ce sujet (**); la Note qu'on va lire ne contient donc que les points essentiels de cette théorie; elle sera, nous l'espérons au moins, complétée dans différentes communications ultérieures.

Nous pensons que cette question n'est pas dépourvue d'intérêt.

En effet, la forme quadrilinéaire égalée à zéro, représente ce que nous avons appelé l'homographie du quatrième ordre et du troisième rang.

De même que les formes trilinéaires conduisent, comme nous l'avons fait voir (***), d'une manière pour ainsi dire immédiate,

(*) *Bull. de l'Acad. Roy. de Belgique*, 3me série, t. II, p. 40.

(**) Quelques-uns des théorêmes fondamentaux sur lesquels nous nous appuierons ont été signalés dans deux lettres adressées à M. HERMITE, lettres que cet illustre Géomètre a eu la bonté de faire insérer aux *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. XCIV, p. 31 et p. 69.

(***) C. R., t. XCIII, p. 264 et 509.

aux notions fondamentales relatives aux courbes du troisième ordre, les formes quadrilinéaires contiennent, de la même façon, tous les éléments nécessaires pour aborder l'étude des surfaces du quatrième ordre, et cela d'une manière qui présentera la plus grande analogie avec la théorie des cubiques planes.

Cette forme, particularisée, peut aussi définir l'involution du quatrième ordre et du troisième rang, involution qui, ainsi que nous l'avons montré, permet de construire aisément la courbe la plus générale du quatrième ordre, dont on connait quatorze points (*).

En outre, cette étude aura, croyons nous, quelque intérêt au point de vue analytique, tant par les conséquences immédiates qu'on en peut tirer, que par celles que l'on en déduirait par une autre voie. Ces dernières paraissent plus éloignées et, pour cette raison, nous les passerons sous silence dans le mémoire actuel.

L'étude analytique de la forme est, pour ainsi dire, la seule que nous aborderons aujourd'hui: nous nous réservons de l'appliquer, plus tard, à des questions géométriques.

I. Soit

$$f = a_x a_y' a_z'' a_u''' = b_x b_y' b_z'' b_u''' = \dots$$

une forme quadrilinéaire.

Nous pourrons d'abord remarquer les six covariants suivants, quadratiques par rapport à deux séries de variables:

$$p_x^2 q_y'^2 = (a''b'')(a'''b''')\, a_x\, b_x\, a_y'\ b_y' \ ;$$
$$r_x^2 s_z''^2 = (a'b')(a'''b''')\, a_x\, b_x\, a_z''\ b_z'' \ ;$$
$$t_x^2 v_u'''^2 = (a''b'')(\,a'b'\,)\, a_x\, b_x\, a_u''' b_u''' \ ;$$
$$m_y'^2 n_z''^2 = (\,a\,b\,)(a'''b''')\, a_y' b_y' a_z''\ b_z'' \ ;$$
$$l_y'^2 k_u'''^2 = (\,a\,b\,)(a''b'')\, a_y' b_y' a_u''' b_u''' \ ;$$
$$g_z''^2 h^{u'''^2} = (\,a\,b\,)(\,a'b'\,)\, a_z'' b_z'' a_u''' b_u''' \,.$$

Chacun de ces covariants, pouvant être considéré comme une forme quadratique à une seule série de variables, le discriminant de ces formes nous conduira à des expressions du quatrième degré ne contenant qu'une seule série de variables. Nous allons faire voir, d'abord, que ces fonctions nouvelles se réduisent, en réalité, à quatre.

(*) *Sitz. der könig~~.~~ böhm. Gesell. der Wiss.*, Prague 1881.

Pour cela, considérons, par exemple, $p_x^2 q'^2_y$ et $r_x^2 s''^2_z$ et formons leurs discriminants en les regardant comme des formes quadratiques en y et z.

La première nous donne

$$
\begin{aligned}
4L_x^4 = & \begin{vmatrix} 2(a''b'')(a'''b''')\,a_x b_x a_1'b_1' & (a''b'')(a'''b''')\,a_x b_x(a_1'b_2'+a_2'b_1) \\ (c''d'')(c'''d''')\,c_x d_x(c_1'd_2'+c_2'd_1') & 2(c''d'')(c'''d''')\,c_x d_x c_2'b_2' \end{vmatrix} \\
+ & \begin{vmatrix} 2(c''d'')(c'''d''')\,c_x d_x c_1'd_1' & (c''d'')(c'''d''')\,c_x d_x(c_1'd_2'+c_2'd_1') \\ (a''b'')(a'''b''')\,a_x b_x(a_1'b_2'+a_2'b_1') & 2(a''b'')(a'''b''')\,a_x b_x a_2'b_2' \end{vmatrix} \\
= & \; 2(a''b'')(a'''b''')(c''d'')(c'''d''')\Big[(a'c')(b'd')+(a'd')(b'c')\Big]\,a_x b_x c_x d_x .
\end{aligned}
$$

Mais comme nous pouvons intervertir les symboles c et d, nous obtenons finalement

$$L_x^4 = (a''b'')(a'''b''')(c''d'')(c'''d''')(a'c')(b'd')\,a_x b_x c_x d_x \;.$$

De plus, il est facile de voir que l'on peut aussi écrire:

$$
\begin{aligned}
2L_x^4 = & \;\; (a''d'')(b''c'')(a'd')(b'c')(a'''b''')(c'''d''')\,a_x b_x c_x d_x \\
& -(a''c'')(b''d'')(a'd')(b'c')(a'''b''')(c''d'')\,a_x b_x c_x d_x \;,
\end{aligned}
$$

Or, pour former le discriminant de $r_x^2 s''^2_z$, il suffirait, dans les calculs précédents, de remplacer les signes (′) par les signes (″) et vice-versa.

Or, on voit que cette modification ne change pas l'expression que nous venons de rencontrer.

On peut encore démontrer ceci en se servant d'un théorême que nous avons fait connaître ailleurs.

Si l'on fait, en quelque sorte, abstraction de u_1, u_2, c'est-à-dire si l'on fait entrer ces paramètres dans les coefficients, on obtient une forme trilinéaire en x, y, z.

Les trois covariants Σ de cette forme sont les covariants

$$t_z^2\, v'''^2_u \; : \qquad l'^2_y\, k'''^2_u \; ; \qquad g^2_z{}'''^2\, h'''^2_u \; .$$

Or, nous avons vu que les discriminants de ces trois formes quadratiques sont égaux (*); par suite les douze covariants quartiques que l'on obtient sont égaux trois à trois.

(*) *Atti dell'Accademia dei Nuovi Lincei*, t. XXXIV.

Nous aurons donc les quatre covariants

$$
\begin{aligned}
L_x^4 &= (a''b'')(a'''b''')(c''d'')(c'''d''')(a'd')(b'c')\, a_x\, b_x\, c_x\, d_x \;;\\
M_y^4 &= (a'''b''')(ab)(c'''d''')(cd)(d''d'')(b''c'')\, a_y'\, b_y'\, c_y'\, d_y' \;;\\
N_z^4 &= (ab)(cd)(a'b')(c'd')(a'''d''')(b'''c''')\, a_z''\, b_z''\, c_z''\, d_z'' \;;\\
P_u^4 &= (a'b')(c'd')(a''b'')(c''d'')(ad)(bc)\, a_u'''\, b_u'''\, c_u'''\, d_u''' \,.
\end{aligned}
$$

Nous appellerons biquadrique une forme quadratique par rapport à deux séries de variables.

Soit

$$
f_x^2\varphi_x^2 = x_1^2(a_0y_1^2 + 2a_1y_1y_2 + a_2y_2^2)
$$
$$
+ 2x_1x_2(b_0y_1^2 + 2b_1y_1y_2 + b_2y_2^2) + 2_2^2(c_0y_1^2 + 2c_1y_1y_2 + c_2y_2^2) ,
$$

une pareille forme.

Si nous formons les discriminants de cette forme, par rapport à une seule des variables, nous obtenons deux quartiques

$$
G_x^4 ,\quad R_y^4 .
$$

Comme on le sait, c'est EULER qui, le premier, a considéré les expressions de ce genre dans l'intégration de l'équation différentielle

$$
\frac{dy}{\sqrt{Ry^4}} + \frac{dx}{\sqrt{G_x^4}} = 0 .
$$

M. CAYLEY a démontré la propriété importante des deux formes R_y^4, G_x^4, d'avoir les mêmes invariants (*).

Cette propriété peut-être regardée, au surplus, comme la traduction analytique du théorême de M. SALMON sur la constance du rapport anharmonique dans les cubiques.

Cette même forme a été récemment l'objet de quelques travaux remarquables.

L'un est dû à M. A. CAPELLI (**). Ce géomètre a démontré le théorême de M. CAYLEY et en outre a fait voir qu'il est possible d'effectuer des substitutions linéaires sur les variables x et y et de les remplacer par des variables ξ, η, de telle sorte

(*) *Quarterly Journal*, t. XI, p. 84.

(**) *Journal de Battaglini*, XVII, p. 69. Nous regrettons de ne connaître cet important travail que par l'analyse succinte qui a paru dans le *Jahrbuch ueber die Fortschritte der Mathematik*.

que la fonction $F_\xi^2 \Phi_\eta^2$ soit symétrique par rapport aux deux séries. Alors les formes G_x^4, R_y^4, deviennent identiques; le théorême de M. CAYLEY est évident, et de plus, comme le fait observer M. HERMITE, cette substitution permet de trouver l'addition des arguments pour la fonction inverse de

$$\int \frac{d\xi}{\sqrt{G_\xi^4}} .$$

M. CAPELLI a d'ailleurs fait une étude complète de la forme considérée où il achève la théorie ébauchée par CLEBSCH (*); nous ne mentionnerons pas les beaux résultats auxquels il est parvenu.

Un autre géomètre distingué, M. ZEUTHEN, a, de son coté, retrouvé le théorême de M. CAYLEY et en a déduit des résultats fort intéressants.

On nous pardonnera cette digression historique en présence de l'importance que parait présenter cette question.

La forme biquadrique peut encore être mise sous la forme simple:

$$x_1^2(a_0 y_1^2 + a_2 y_2^2) + 4 x_1 x_2 b_1 y_1 y_2 + x_2^2(c_0 y_1^2 + c_2 y_2^2) ,$$

qui se prête facilement aux applications.

Mais nous ne nous occuperons pas, pour le moment, de cette question que nous reprendrons peut-être un jour.

Nous nous bornerons à déduire du théorême de M. CAYLEY la propriété suivante que nous démontrerons au surplus directement tantôt.

« *Les quatre covariants* L_x^4, M_y^4, N_z^4, P_u^4, *ont les mêmes invariants* ». Cela résulte immédiatement du théorême de M. CAYLEY et de la remarque faite plus haut que les douze discriminants des six formes biquadriques se réduisent aux quatre quartiques que nous venons d'écrire.

II. Afin d'aborder plus facilement l'étude des covariants qui naissent de la forme quadrilinéaire f, nous allons essayer de lui donner une forme plus simple.

(*) *Vorlesungen ueber Geometrie*, p. 951.

Nous pourrons employer, comme forme canonique de f, la suivante

$$\begin{aligned} f = {} & a_{1111} x_1 y_1 z_1 u_1 + a_{1122} x_1 y_1 z_2 u_2 + a_{1212} x_1 y_2 z_1 u_2 + a_{1221} x_1 y_2 z_2 u_1 \\ & + a_{2112} x_2 y_1 z_1 u_2 + a_{2121} x_2 y_1 z_2 u_1 + a_{2211} x_2 y_2 z_1 u_1 \\ & + a_{2222} x_2 y_2 z_2 u_2 . \end{aligned}$$

En effet, l'expression la plus générale de f contient seize paramètres; la forme que nous venons d'écrire en contient huit et les variables peuvent être considérées comme contenant huit autres constantes qui nous permettront l'identification de ces deux expressions.

Nous pouvons observer que si l'on calcule, pour cette forme, les covariants quartiques, nous aurons

$$\left.\begin{aligned} L_x^4 &= 4\, a_{1111} a_{1122} a_{1221} a_{1212} x_1^4 + 4\, a_{2222} a_{2211} a_{2112} a_{2121} x_2^4 + p\, x_1^2 x_2^2 \; ; \\ M_y^4 &= 4\, a_{1111} a_{1122} a_{2121} a_{2112} y_1^4 + 4\, a_{2222} a_{2211} a_{1212} a_{1221} y_2^4 + p\, y_1^2 y_2^2 \; ; \\ N_z^4 &= 4\, a_{1111} a_{2211} a_{2112} a_{1212} z_1^4 + 4\, a_{2222} a_{1122} a_{1221} a_{2121} z_2^4 + p\, z_1^2 z_2^2 \; ; \\ P_u^4 &= 4\, a_{1111} a_{2211} a_{2121} a_{1221} u_1^4 + 4\, a_{2222} a_{1122} a_{1212} a_{2112} u_2^4 + p\, u_1^2 u_2^2 \; ; \end{aligned}\right\} \text{(A)}$$

$$p = \begin{pmatrix} 1, & 1, & 1, & 1, & -1, & -1, & -1, & -1, & -1, & -1 \\ a_{1111} a_{2222}, & & a_{1122} a_{2211}, & & a_{1212} a_{2121}, & & a_{1221} a_{2112} \end{pmatrix}^2 .$$

Par suite la substitution, qui ramène f à sa forme canonique, ramène en même temps à cette forme les covariants quartiques.

Il suffira, pour arriver à la substitution, de transformer chacun des covariants quartiques; pour cela, nous devrons former leurs covariants sextiques: T_x^6, T_y^6, T_z^6, T_u^6.

Le problème de ramener f à son expression canonique ne présentera, par suite, aucune difficulté et nous pourrons, dans tout ce qui suit, supposer que nous ayons effectué cette transformation.

Ce problème, comme on voit, est susceptible de solutions multiples, puisque chaque quartique peut être ramenée, de trois manières, à sa forme canonique.

Les expressions (A) des quatre covariants quartiques conduisent à une démonstration rapide des propriétés que nous avons signalées plus haut.

En effet, formons les invariants i et j de L_x^4, par exemple, on a:

$$i = 2\left[16\, a_{1111}\, a_{2222}\, a_{1122}\, a_{2211}\, a_{1212}\, a_{2121}\, a_{1221}\, a_{2112} + \frac{p^2}{12}\right] \; ;$$

$$j = p\left[16\, a_{1111}\, a_{2222}\, a_{1122}\, a_{2211}\, a_{1212}\, a_{2121}\, a_{1221}\, a_{2112} - \frac{p^2}{36}\right] .$$

On voit que ces fonctions ne peuvent différer de celles que l'on obtiendrait pour M_y^4, N_z^4, P_u^4.

Posons, pour abréger,

$$a_{1111}\, a_{2222} = t\,, \quad a_{1122}\, a_{2211} = t'\,, \quad a_{1221}\, a_{2112} = t''\,, \quad a_{1212}\, a_{2121} = t''',$$

ces invariants deviennent

$$i = 2\left[16\, tt't''t''' + \frac{p^2}{12}\right] ,$$

$$j = p\left[16\, tt't''t''' - \frac{p^2}{36}\right] ;$$

on trouve ainsi pour le discriminant commun:

$$\Delta = 8\, tt't''t''' \left[64\, tt't''t''' - p^2\right]^2 .$$

III. Soient x_1, x_2; y_1, y_2; z_1, z_2; u_1, u_2 les points fondamentaux, en désignant de la sorte les nouvelles origines.

Nous pouvons observer que ces points constituent huit groupes de l'homographie définie par l'équation

$$f = 0 .$$

En effet, si nous faisons $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $z_1 = 0$, il en résulte nécessairement $u_2 = 0$. On aurait de même la combinaison correspondante

$$x_2 = 0\,, \;\; y_2 = 0\,, \;\; z_2 = 0\,, \;\; u_2 = 0\,,$$

et trois autres couples analogues.

A un point χ_1, χ_2, correspond, dans l'homographie H_3^4 que nous venons de définir, une homographie H_2^3, dont les éléments neutres sont donnés par les équations

$$p_x^2\, q'^2_y = 0\,,$$

$$r_x^2\, s''^2_z = 0\,,$$

$$t_x^2\, v'''^2_u = 0\,.$$

Pour la forme canonique, ces expressions deviennent

$$x_1^2[a_{1111}a_{1122}y_1^2-a_{1212}a_{1221}y_2^2]$$
$$+x_1x_2[a_{1111}a_{2222}+a_{1122}a_{2211}-a_{1221}a_{2112}-a_{1212}a_{2121}]y_1y_2$$
$$+x_2^2[-a_{2121}a_{2112}y_1^2+a_{2222}a_{2211}y_2^2]=0\ ,$$
$$x_1^2[a_{1111}a_{1212}z_1^2-a_{1122}a_{1221}z_2^2]$$
$$+x_1x_2[a_{1111}a_{2222}+a_{1212}a_{2121}-a_{1221}a_{2112}-a_{1122}a_{2211}]z_1z_2$$
$$+x_2^2[-a_{2211}a_{2112}z_1^2+a_{2222}a_{2121}z_2^2]=0\ ,$$
$$x_1^2[a_{1111}a_{1221}u_1^2-a_{1122}a_{1212}u_2^2]$$
$$+x_1x_2[a_{1111}a_{2222}+a_{1221}a_{2112}-a_{1122}a_{2211}-a_{1212}a_{2121}]u_1u_2$$
$$+x_2^2[-a_{2211}a_{2121}u_1^2+a_{2222}a_{2112}u_2^2]=0\ .$$

Si nous faisons $x_1=0$, nous aurons:

$$a_{2121}a_{2112}y_1^2-a_{2222}a_{2211}y_2^2=0\ ,$$
$$a_{2211}a_{2112}x_1^2-a_{2222}a_{2121}z_2^2=0\ ,$$
$$a_{2211}a_{2121}u_1^2-a_{2222}a_{2112}u_2^2=0\ ,$$

et des équations analogues en faisant $x_2=0$.

Donc:

Les eléments neutres de l'homographie H_2^3 *qui correspond à un des points fondamentaux, sont conjugués harmoniques des points fondamentaux de la série correspondante.*

Avant de continuer la recherche des covariants de f, examinons encore à quelles conditions cette expression peut prendre la forme simple

$$f\equiv a_{1111}x_1y_1z_1u_1+a_{2222}x_2y_2z_2u_2\ .$$

Pour arriver à ces conditions, nous pouvons observer que, dans le cas actuel, la relation

$$f=0\ ,$$

définit une H_3^4 particulière.

En effet, si nous fesons $x_1=0$, $y_2=0$, par exemple, les z et les u sont complètement indéterminés.

Il faudra, par suite, qu'il existe des couples

$$xy,\ xz,\ xu\ ,$$

tels que les couples

$$zu,\ yu,\ yz,$$

puissent être complètement indéterminés.

Il est visible que ces conditions, nécessaires comme on la voit, sont aussi suffisantes, car, dès qu'elles seront remplies, il existera des groupes zu, zx, zy, tels que xy, yu, xu, soient complètement indéterminés et ainsi de suite.

Soit donc

$$\begin{aligned} f = x_1 y_1 (a_{1111} z_1 u_1 + a_{1112} z_1 u_2 + a_{1121} z_2 u_1 + a_{1122} z_2 u_2) \\ + x_1 y_2 (a_{1211} z_1 u_1 + a_{1212} z_1 u_2 + a_{1221} z_2 u_1 + a_{1222} z_2 u_2) \\ + x_2 y_1 (a_{2111} z_1 u_1 + a_{2112} z_1 u_2 + a_{2121} z_2 u_1 + a_{2122} z_2 u_2) \\ + x_2 y_2 (a_{2211} z_1 u_1 + a_{2212} z_1 u_2 + a_{2221} z_2 u_1 + a_{2222} z_2 u_2). \end{aligned}$$

Pour que x, y puisse être indéterminé, il faut et il suffit que l'on ait simultanément

$$\left.\begin{aligned} a_{1111} z_1 u_1 + a_{1122} z_1 u_2 + a_{1121} z_2 u_1 + a_{1122} z_2 u_2 = 0 , \\ a_{1211} z_1 u_1 + a_{1212} z_1 u_2 + a_{1221} z_2 u_1 + a_{1222} z_2 u_2 = 0 , \\ a_{2111} z_1 u_1 + a_{2112} z_1 u_2 + a_{2121} z_2 u_1 + a_{2122} z_2 u_2 = 0 , \\ a_{2211} z_1 u_1 + a_{2212} z_1 u_2 + a_{2221} z_2 u_1 + a_{2222} z_2 u_2 = 0 . \end{aligned}\right\} \ldots (B)$$

Ceci entraîne d'abord la condition

$$\begin{vmatrix} a_{1111} & a_{1122} & a_{1121} & a_{1122} \\ a_{1211} & a_{1212} & a_{1221} & a_{1222} \\ a_{2111} & a_{2112} & a_{2121} & a_{2122} \\ a_{2211} & a_{2212} & a_{2221} & a_{2222} \end{vmatrix} = 0 .$$

Mais il faut, de plus, que les trois premières homographies (B) aient un couple commun.

Éliminons u_1, u_2 entre les équations (B) prises deux à deux, nous aurons :

$$\begin{aligned} (a_{1111} a_{1212} - a_{1112} a_{1211}) z_1^2 + (a_{1111} a_{1222} - a_{1211} a_{1122} + a_{1121} a_{1212} - a_{1112} a_{1221}) z_1 z_2 \\ + (a_{1121} a_{1222} - a_{1122} a_{1221}) z_2^2 = 0 , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a_{1211} a_{2112} - a_{1212} a_{2111}) z_1^2 + (a_{1211} a_{2112} - a_{1212} a_{2121} + a_{1211} a_{2122} - a_{1222} a_{2111}) z_1 z_2 \\ + (a_{1221} a_{2122} - a_{1222} a_{2121}) z_2^2 = 0 , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a_{2111} a_{1112} - a_{2112} a_{1111}) z_1^2 + (a_{2111} a_{1122} - a_{2122} a_{1111} + a_{2121} a_{1112} - a_{2112} a_{1121}) z_1 z_2 \\ + (a_{2121} a_{1122} - a_{2122} a_{1121}) z_2^2 = 0 . \end{aligned}$$

Il faudra que le déterminant de ces trois équations, regardées comme linéaires à l'égard de z_1^2, $z_1 z_2$, z_2^2, soit nul.

D'après un théorême que nous avons démontré ailleurs (*), cette condition peut encore s'écrire autrement.

Représentons par A_{ikem} le mineur de a_{ikem} dans le déterminant précedent.

On doit avoir

$$A_{2211} A_{2222} - A_{2212} A_{2221} = 0 \ .$$

Nous aurons de même:

$$\begin{vmatrix} a_{1111} & a_{1112} & a_{1211} & a_{1212} \\ a_{1121} & a_{1122} & a_{1221} & a_{1222} \\ a_{2111} & a_{2112} & a_{2211} & a_{2212} \\ a_{2121} & a_{2122} & a_{2221} & a_{2212} \end{vmatrix} = 0 \ , \qquad A_{2121} A_{2222} - A_{2122} A_{2221} = 0 \ ;$$

$$\begin{vmatrix} a_{1111} & a_{1121} & a_{1211} & a_{1221} \\ a_{1112} & a_{1122} & a_{1212} & a_{1222} \\ a_{2111} & a_{2121} & a_{2211} & a_{2221} \\ a_{2112} & a_{2122} & a_{2212} & a_{2222} \end{vmatrix} = 0 \ , \qquad A_{2222} A_{2112} - A_{2122} A_{2212} = 0 \ .$$

Pour que cette forme réduite soit possible, il faudra satisfaire à six conditions.

Les covariants L_x^4, M_y^4, N_z^4, P_u^4 deviennent des carrés dont les facteurs linéaires donnent la substitution à employer.

Puisque l'expression précédente est comprise comme cas particulier dans la forme canonique, nous pouvons vérifier tout ceci à l'aide de cette forme.

Les conditions que nous venons d'établir sont alors

$$(t - t') = 0 \, , \ (t'' - t''') = 0 \, , \ (t - t'') = 0 \, , \ (t' - t''') = 0 \, ,$$
$$(t - t''') = 0 \, , \ (t' - t'') = 0 \ ;$$

elles seront remplies pour

$$t = t' = t'' = t''' .$$

(*) *Nouv. Corr. math.*, t. VI, p 490.

Soit, par exemple,

$$f \equiv x_1 y_1 z_1 u_1 + 2 x_1 y_1 z_2 u_2 + 12 x_2 y_2 z_1 u_1 + 3 x_1 y_2 z_1 u_2 + 8 x_2 y_1 z_2 u_1 + 4 x_1 y_2 z_2 u_1 + 6 x_2 y_1 z_1 u_2 + 24 x_2 y_2 z_1 u_2 .$$

Nous aurons

$$L_x^4 = \left[(x_1 - 2\sqrt{6}\, x_2)(x_1 + 2\sqrt{6}\, x_2)\right]^2 ;$$
$$M_y^4 = \left[(y_1 - \sqrt{6}\, y_2)(y_1 + \sqrt{6}\, y_2)\right]^2 ;$$
$$N_z^4 = \left[(z_1 - 2\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, z_2)(z_1 + 2\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, z_2)\right]^2 ;$$
$$P_u^4 = \left[(u_1 - \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, u_2)(u_1 + \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, u_2)\right]^2 .$$

On vérifie sans peine que l'on a

$$f \equiv \frac{1}{2}\left[\begin{array}{l} (x_1 - 2\sqrt{6}\, x_2)(y_1 - \sqrt{6}\, y_2)(z_1 - 2\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, z_2)(u_1 - \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, u_2) \\ + (x_1 + 2\sqrt{6}\, x_2)(y_1 + \sqrt{6}\, y_2)(z_1 + 2\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, z_2)(u_1 + \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, u_2) \end{array}\right].$$

Dans la théorie des quartiques, aux quatre covariants L_x^4, M_y^4, N_z^4, P_u^4, il correspond le covariant unique

$$3iH - 2jf .$$

L'équation

$$3iH - 2jf = 0$$

représente les quatre points de ramification de l'involution caractérisée par

$$a_x a_y a_z a_u = 0 .$$

Nous pouvons faire remarquer qu'il suffit que ce covariant soit un carré pour que $j = 0$, c'est-à-dire pour que la forme a_x^4, puisse se ramener à

$$\alpha \xi^4 + \beta \eta^4 ,$$

et que l'involution ait un couple d'éléments doublement neutres. La propriété analogue n'a pas lieu pour les formes quadrilinéaires.

Dans le beau travail que nous avons eu déjà l'occasion de citer M. Capelli a fait voir que la forme biquadrique se décompose en deux facteurs bilinéaires lorsque les covariants quartiques que nous avons désignés tantôt par G_x^4, R_y^4 sont des carrés parfaits.

Nous allons démontrer cette proposition ce qui nous fournira l'occasion d'employer la forme canonique que nous proposions de la fonction biquadrique.

Soit

$$(x_1^2 y^2) = x^2(A y^2 - B) + 2x \cdot C y + (- D y^2 + \varepsilon \ ;$$

Les covariants quartiques seront

$$(C^2 - AE - BD)\, y^2 + AD\, y^4 + BE \ ;$$
$$(C^2 - AE - BD)\, x^2 + AB\, x^4 + DE \ .$$

Ces covariants sont des carrés, si l'on a

$$(C^2 - AE - BD)^2 - 4ABDE = 0 .$$

Or, il est facile de voir que cette condition est vérifiée, la forme biquadrique est égale à l'un des quatre produits suivants:

$$(\sqrt{A}\,xy + \sqrt{B}\,x + \sqrt{D}\,y + \sqrt{E})\ (\sqrt{A}\,xy - \sqrt{B}\,x - \sqrt{D}\,y + \sqrt{E})\ ;$$
$$(\sqrt{A}\,yy + \sqrt{B}\,x - \sqrt{D}\,y + \sqrt{E})\ (\sqrt{A}\,xy - \sqrt{B}\,x + \sqrt{D}\,y + \sqrt{E})\ ;$$
$$(\sqrt{A}\,xy + \sqrt{B}\,x + \sqrt{D}\,y - \sqrt{E})\ (\sqrt{A}\,xy - \sqrt{B}\,x - \sqrt{D}\,y - \sqrt{E})\ ;$$
$$(\sqrt{A}\,xy + \sqrt{B}\,x - \sqrt{D}\,y - \sqrt{E})\ (\sqrt{A}\,xy - \sqrt{B}\,x + \sqrt{D}\,y - \sqrt{E}) .$$

Par suite, dans le cas actuel, si les covariants L_x^4, M_y^4, N_z^4, P_u^4 sont des carrés les covariants $(x^2,\ y^2)$; $(x^2,\ z^2)$ etc. sont décomposables en facteurs bilinéaires. Or, il est aisé de voir que si f peut être ramenée à la forme

$$a x_1 y_1 z_1 u_1 + b x_2 y_2 z_2 u_2 \ ,$$

chacun de ces covariants est décomposable en facteurs linéaires.

Comme exemple de la représentation d'une forme quadrilinéaire à covariants quartiques carrés, nous prendrons la figure fondamentale du troisième rang (*Grundgebilde dritter Stufe*), formée par tous les plans de l'espace.

Soient quatre droites X, Y, Z, U, non situées deux à deux dans le même plan. Les plans de l'espace marqueront sur ces quatre droites des groupes de points ξ, η, ζ, υ, déterminés par trois d'entre eux.

Sur X, prenons un point ξ_1; tous les plans passant par ξ_1, marquent sur Y, Z, U, une homographie H_2^3.

Prenons un point ξ_2; nous aurons de même une H'^3_2.

Ces deux homographies ont des groupes communs qui appartiennent à un H_1^3.

Nous pouvons observer que ces groupes représentent les covariants (z^2, y^2); (y^2, u^2); (u^2, z^2).

Au point η_1, par exemple, correspond le couple marqué par le plan ξ_1, ξ_2, η_1.

Mais nous pouvons aussi mener par η_1 une droite unique, s'appuyant sur Z et U. Soit δ cette droite, il est visible que l'on peut mener les plans (ξ_1, δ) (ξ_2, δ).

On a donc les deux déterminations obtenues en menant un plan par ξ_1 ξ_2 η_1 et le couple marqué par δ.

Pour que ces deux déterminations coïncident, il faut, évidemment que δ s'appuie sur les quatre droites X, Y, Z, U.

Ces droites sont au nombre de deux. Désignons-les par Δ_1, Δ_2.

Elles marquent, comme on le voit, sur les quatre supports, les points de ramification, et ici, les covariants L_x^4, M_y^4, N_z^4, P_u^4, sont des carrés.

Or il est visible, actuellement, que les covariants biquadriques sont décomposables en facteurs bilinéaires.

D'un côté, nous avons en l'ensemble des droites qui s'appuient sur Y, Z, U. Ce sont les génératrices d'un hyperboloïde à une nappe. Elles marquent sur deux directrices quelconques, Y et Z, par exemple, deux séries homographiques.

D'un autre côté, nous aurons les groupes marqués par les plans passant par X.

Ces groupes détermineront des séries de droites, génératrices d'un second hyperboloïde et, par suite, donneront deux nouvelles séries homographiques.

Nous présenterons plus loin d'autres remarques sur ce sujet. Supposons au contraire que les quatre droites X, Y, Z, U, forment un quadrilatère gauche dont nous désignerons les sommets par α, β, γ, δ.

Les deux roites qui s'appuient à la fois sur X, Y, Z, U, sont ici $\alpha\beta$; $\gamma\delta$.

L'hyperboloïde ayant pour directrices Y, Z, U se décompose ici dans les deux plans YZ, ZU.

L'homographie marquée sur Y, Z par les génératrices de cet hyperboloïde est évidemment décomposable.

Il en est de même de l'homographie marquée par les plans passant par X.

La forme quadrilinéaire peut se mettre sous la forme

$$a x_1 y_1 z_1 u_1 - b x_2 y_2 z_2 u_2.$$

Ceci correspond d'ailleurs, comme on le voit, au théorême connu relatif aux segments marqués par un plan quelconque sur les côtés d'un quadrilatère gauche.

IV. Occupons-nous maintenant des cas où la forme quadrilinéaire donnée se décompose en facteurs plus simples, puisque, dans ces différents cas, la théorie sera terminée, étant ramenée à celles de formes étudiées déjà.

Dans cette étude, le principal rôle est joué par les covariants biquadriques.

Supposons, par exemple, que la forme f ait un facteur linéaire $\alpha x_1 + \beta x_2$.

Il est clair, alors, qu'à un point y_1, y_2, correspond une homographie H_2^3 décomposable.

Rappelons-nous ici ce que nous avons démontré pour la forme trilinéaire

$$f = a_x a'_y a''_z .$$

Si cette forme a un facteur linéaire $\alpha x_1 + \beta x_2$, le discriminant Δ est nul.

De plus

$$\sigma_x^2 = (a'b')(a''b'')\,a_x\,b_x = m\,(\alpha x_1 + \beta x_2)^2 \;;$$
$$\sigma_y^2 = (a''b'')(ab)\,a_y'\,b_y' \equiv 0 \;;$$
$$\sigma_z^2 = (ab)(a'b')\,a_z''\,b_z'' \equiv 0 \,.$$

En outre, comme nous l'avons fait voir, ces conditions, qui sont nécessaires, sont aussi suffisantes (*).

Il en resultera, actuellement, que les covariants

$$(y^2,\, z^2) \equiv 0 \;,\;\; (y^2,\, u^2) \equiv 0 \;,\;\; (y^2,\, x^2) = \text{carré}.$$

D'ailleurs nous avons aussi démontré, pour les formes trilinéaires, que l'évanouissement d'un des covariants σ entraîne nécessairement celui d'un des deux autres.

Il en résulte que parmi les covariants biquadriques, il y en aura nécessairement deux qui s'annulleront à la fois.

Nous allons montrer que ces conditions sont suffisantes.

(*) *Mémoires de l'Acad. Roy. de Belg.*, t. XLII.

Soit

$$(z_1^2 u^2) = z_1^2 \left[a_{1111} a_{2211} u_1^2 - a_{1212} a_{2112} u_2^2\right]$$
$$+ z_1^2 z_2 \left[t + t' - t'' - t'''\right] u_1 u_2$$
$$+ z_2^2 \left[- a_{2121} a_{1221} u_1^2 + a_{2222} a_{1122} u_2^2\right] = 0 .$$

Il s'annulle pour

$$a_{2211} = 0 , \quad a_{1122} = 0 , \quad a_{2112} = 0 , \quad a_{1221} = 0 , \quad t = t' .$$

On vérifie bien aisément que

$$(z^2, y^2) \equiv 0 ,$$

et que

$$(z_1^2 x^2) \equiv (\sqrt{a_{1111} a_{1212}} z_1 x_1 + \sqrt{a_{2222} a_{2121}} z_2 x_2)^2$$
$$= m (a_{1212} x_1 z_1 + a_{2222} x_2 z_2)^2 .$$

Or, en introduisant ces hypothèses dans f, on trouve

$$f = \frac{1}{a_{2222}} (a_{1212} x_1 z_1 + a_{2222} x_2 z_2)(a_{2121} y_1 u_1 + a_{2222} y_2 u_2) .$$

Considérons encore, pour ne laisser aucun doute à cet égard, le covariant (x^2, y^2) sous sa forme déduite de l'expression générale de f.

On a

$$(x_1^2 y^2) = x_1^2 \left[\begin{array}{l} (a_{1111} a_{1122} - a_{1121} a_{1112}) y_1^2 \\ + (a_{1111} a_{1222} - a_{1121} a_{1212} + a_{1211} a_{1122} - a_{1221} a_{1112}) y_1 y_2 \\ + (a_{1211} a_{1222} - a_{1212} a_{1221}) y_2^2 \end{array}\right]$$

$$+ x_1 x_2 \left[\begin{array}{l} (a_{1111} a_{2122} - a_{1121} a_{2112} + a_{2111} a_{1122} - a_{1112} a_{2121}) y_1^2 \\ + (a_{1111} a_{2222} - a_{2212} a_{1121} + a_{1211} a_{2122} - a_{2112} a_{1221} \\ + (a_{2111} a_{1222} - a_{1212} a_{2121} + a_{2211} a_{1122} - a_{1112} a_{2221}) y_1 y_2 \\ + (a_{1211} a_{2222} - a_{2212} a_{1221} + a_{1222} a_{2211} - a_{2221} a_{1212}) y_2^2 \end{array}\right]$$

$$= x_2^2 \left[\begin{array}{l} (a_{2111} a_{2122} - a_{2112} a_{2121}) y_1^2 \\ + (a_{2222} a_{2111} - a_{2212} a_{2121} + a_{2122} a_{2211} - a_{2112} a_{2221}) y_1 y_2 \\ + (a_{2222} a_{2211} - a_{2212} a_{2221}) y_2^2 \end{array}\right] .$$

Or, de légers calculs montrent que si ce covariant est identiquement nul, on a, par exemple, les relations suivantes:

$$\frac{a_{1111}}{a_{1121}}=\frac{a_{1112}}{a_{1122}}=\frac{a_{1211}}{a_{1221}}=\frac{a_{1212}}{a_{1222}}=\frac{a_{2111}}{a_{2121}}=\frac{a_{2112}}{a_{2122}}=\frac{a_{2211}}{a_{2221}}=\frac{a_{2212}}{a_{2222}}=\lambda\,.$$

Dans ces cas, f est évidemment divisible par

$$\lambda z_1 + z_2\,.$$

Cette discussion, sur la forme générale, n'est pas superflue, car nous pouvons observer que si la forme quadrilinéaire a un facteur linéaire, son expression canonique n'est plus possible. D'ailleurs cette forme n'aurait plus aucune utilité.

Lorsque f est décomposable en deux facteurs bilinéaires, la forme canonique est toujours possible, et cela d'une infinité de manières.

Ceci n'infirme en rien les résultats que nous avons donnés ni la généralité de la méthode suivie, puisque les covariants sextiques employés deviennent identiquement nuls et que la solution est alors illusoire comme cela devait être.

Nous ne poursuivrons pas plus loin cette étude puisque nôtre intention n'est pas d'épuiser la théorie des formes quadrilinéaires, mais plutôt de faire connaître, dans ses points essentiels, la méthode que nous avons suivie; le développement de toutes ces questions excéderait les limites d'une simple note et exigerait plus de temps que nous n'en avons actuellement. Peut-être essaierons-nous quelque jour de traiter ce point d'une manière plus complète.

Il nous suffit d'avoir fait voir que les théories relatives à la décomposition des formes quadrilinéaires en facteurs contenant moins de quatre séries de variables reposeront, en dernière analyse, sur la considération des covariants biquadriques.

V. Reprenons encore ces covariants.

Soient, par exemple,

$$\begin{aligned}(x_1^2 y^2) = \; & x_1^2\left[a_{1111}a_{1122}y_1^2 - a_{1212}a_{1221}y_2^2\right] \\ & + x_1x_2\left[t + t' - t'' - t'''\right]y_1y_2 \\ & + x_2^2\left[-a_{2121}a_{2112}y_1^2 + a_{2222}a_{2211}y_2^2\right],\end{aligned}$$

et

$$(x_1^2 z^2) = x_1^2 [a_{1111} a_{1212} z_1^2 - a_{1122} a_{1221} z_2^2] + x_1 x_2 [t + t''' - t' - t''] z_1 z_2$$
$$+ x_2^2 [- a_{2211} a_{2112} z_1^2 + a_{2222} a_{2121} z_2^2] .$$

Si nous regardons ces deux covariants comme quadratiques par rapport à x, leur invariant commun est:

$$y_1^2 [- 2 a_{1111} a_{2112} (t' + t''') z_1^2 + 2 a_{1122} a_{2121} (t + t'') z_2^2]$$
$$- y_1 y_2 [(t - t'')^2 - (t' - t''')^2] z_1 z_2$$
$$+ y_2^2 [2 a_{2211} a_{1212} (t + t'') z_1^2 - 2 a_{2222} a_{1221} (t' - t''') z_2^2] .$$

Nous obtiendrons, de cette façon, six nouveaux covariants biquadriques, car en éliminant x entre (x^2, y^2) et (x^2, z^2), par la méthode que nous venons de suivre, on arrive à la même forme qu'en éliminant u entre (u^2, y^2), (u^2, z^2).

Ces covariants peuvent au reste s'obtenir d'une autre manière.

Considérons le covariant $m_y'^2 n_z''^2$ et soit $M_y^2 N_z^2$ celui que nous venons d'obtenir.

Soit $$m_y'^2 n_z''^2 = \mu_y'^2 \nu_z''^2 = \ldots$$

on peut former le nouveau covariant

$$(m'\mu')(n''\nu'') m_y' \mu_y' n_z'' \nu_z'' ,$$

on peut facilement vérifier que

$$(ab)(a'b')(a''b'')(a'''b''') m_y'^2 n_z''^2 - (m'\mu')(n''\nu'') m_y' \mu_y' n_z'' \nu_z'' = M_y^2 N_z^2 .$$

Les six covariants, que nous venons de former, se ramènent, par suite, aux six suivants:

$$(p\varpi)(q'\chi') p_x \varpi_x q_y' \chi_y' ; \qquad (r\rho)(s''\sigma'') r_x \rho_x s_z'' \sigma_z'' ;$$
$$(t\tau)(v'''\nu''') t_x \tau_x \nu_u''' v_u''' ; \qquad (m'\mu')(n''\nu'') m_y' \mu_y' n_z'' \nu_z'' ;$$
$$(l'\lambda')(k'''\varkappa''') l_y' \lambda_y' k_u''' \varkappa_u''' ; \qquad (g''\gamma'')(h'''\eta''') g_z'' \gamma_z'' h_u''' \eta_u''' .$$

Ces six covariants donnent, comme ceux que nous avions rencontrées à l'origine, naissance à douze covariants quartiques $L_x'^4$, $M_y'^4$, $N_z'^4$, $P_u'^4$, etc. (*).

(*) Nous n'écrivons qu'une seule des trois séries de ces covariants. D'après les relations données, p. 316-317, ces covariants diffèrent par le terme qui contient l'invariant U.

Ces covariants sont assez importants au point de vue géométrique.

Nous avons vu plus haut que dans chaque série, il existe, en général, quatre points de ramification.

A ces points correspondent des points doubles qui sont représentés par les équations

$$L'^4_x = 0\,,\quad M'^4_y = 0\,,\quad N'^4_z = 0\,,\quad P'^4_u = 0\,,\ \text{etc.}$$

Pour le faire voir, il suffira de démontrer le théorême analogue pour la forme biquadrique.

Supposons encore que cette dernière ait été mise sous la forme réduite

$$a_x^2 a_y'^2 = x_1^2 (A y_1^2 - B y_2^2) + 2 x_1 x_2 C y_1 y_2 + x_2^2(-D y_1^2 + E y_2^2)\ .$$

Son covariant quartique par rapport aux x devient:

$$A B x_1^4 + (C^2 - A E - B D) x_1^2 x_2^2 + D E x_2^4 \qquad \ldots (1).$$

En éliminant x_1, x_2 entre ces deux formes, on trouve, comme expression du résultant:

$$\left[\begin{array}{l} A C^2 D y_1^4 + B C^2 \Sigma y_2^4 \\ + (A E C^2 + B D C^2 - A^2 E^2 - B^2 D^2 + 2 A B D E) y_1^2 y_2^2 \end{array}\right]^2 \ldots (2).$$

Or

$$(a\alpha)(a'\alpha') a_x \alpha_x a_y' \alpha_y' = x_1^2 [A C y_1^2 + B C y_2^2]$$
$$+ 2 x_1 x_2 [A E - B D] y_1 y^2 + x_2^2 [D C y_1^2 + E C y_2^2]\ .$$

Le covariant quartique de cette forme, par rapport aux y, est bien l'expression que nous venons de rencontrer.

Nous aurons aussi le covariant

$$A D y_1^4 + (C^2 - A E - B D) y_1^2 y_2^2 + B E y_2^4 \qquad \ldots (3).$$

Formons son hessien:

$$\left.\begin{array}{l} H_x^4 = 2 A D (C^2 - A E - B D) y_1^4 \\ + \left[12 ABDE - (C^2 - AE - BD)^2\right] y_1^2 y_2^2 + 2 BE (C^2 - AE - BD\, y_2^4) \end{array}\right\} (4).$$

La forme $a_x^2 a_y'^2$ possède, comme Clebsch l'a fait voir, un invariant $(a\alpha)^2 (a'\alpha')^2$.

Soit U cet invariant.

Pour la forme réduite, on a :

$$U = 2C^2 + AE + BD .$$

Des expressions précédentes on déduira, en désignant par ψ la racine carrée de l'expression [2] et par φ l'expression [3],

$$3\psi - U\varphi = \frac{1}{2} H^4_y .$$

Le covariant φ est un carré lorsque

$$(C^2 - AE - BD)^2 - 4ABDE = 0 ,$$

ou

$$C^4 + A^2E^2 + B^2D^2 - 2C^2(AE + BD) - 2ABDE = 0 .$$

En tenant compte de cette relation, le covariant ψ devient

$$C^2\left(AD y_1^4 + (C^2 - AE - BD) y_1^2 y_2^2 + BE y_2^4\right) .$$

Par suite lorsque le covariant φ est un carré, il devient identique, à un facteur près, au covariant ψ.

Cela pouvait d'ailleurs se déduire de la relation

$$3\psi - U\varphi = \frac{1}{2} H^4_y .$$

En effet, si φ est le carré d'une expression quadratique, φ ne peut différer de son hessien que par un facteur, et il en sera de même de ψ.

Appliquons les différents résultats que nous venons d'obtenir à la forme quadrilinéaire.

Les douze covariants quartiques

$$L'^4_x, \; M'^4_y, \; N'^4_z, \; P'^4_u, \text{ etc.}$$

ont les mêmes invariants, quatre à quatre.

Ils sont réductibles à des fonctions linéaires de

$$L_x^4, \; M_y^4, \; N_z^4, \; P_u^4$$

et de leurs hessiens respectifs.

Lorsque ces covariants L_x^4, M_y^4, etc. sont des carrés, ils sont identiques, à un facteur près, aux covariants

$$L_x^4,\ M_y^4,\ N_z^4,\ P_u^4.$$

Cette dernière conséquence était, en quelque sorte, vérifiée déjà dans l'exemple que nous avons choisi comme représentation d'une forme quadrilinéaire à covariants quartiques carrés.

En effet, il était évident que les deux droites qui s'appuient à la fois sur les quatre supports X, Y, Z, U marquaient, en même temps, sur ces droites, les points de ramification et les points doubles.

VI. Avant d'aller plus loin, occupons-nous des invariants.

Nous avons remarqué déjà que les quatre covariants L_x^4, M_y^4, N_z^4, P_u^4 ont deux invariants communs i et j.

Les covariants L'^4_x, M'^4_y, N'^4_z, P'^4_u n'amèneront aucun invariant nouveau.

Ainsi que l'a fait observer Clebsch, et après lui M. Capelli, chaque forme biquadrique a trois invariants.

Nous pouvons vérifier aisément que les deux covariants (x^2, y^2) ; (u^2, z^2) ont les mêmes invariants.

Désignons par

$$U_1, V_1, W_1;\ U_2, V_2, W_2;\ U_3, V_3, W_3,$$

les neuf covariants que donnent, par suite, les douze covariants biquadriques que nous avons eu à considérer jusqu'ici.

Pour la forme canonique, nous aurons

$$U_1 = p + 12(tt' + t''t''') ; \qquad V_1 = (t + t' - t'' - t''')(tt' - t''t''') ;$$
$$W_1 = p^2 - 48(tt' + t''t''')^2 - 8p(tt' + t''t''') ;$$
$$U_2 = p + 12(tt'' + t't''') ; \qquad V_2 = (t + t'' - t' - t''')(tt'' - t't''') ;$$
$$W_2 = p^2 - 48(tt'' + t't''')^2 - 8p(tt'' + t't''') ;$$
$$U_3 = p + 12(tt''' + t't'') ; \qquad V_3 = (t + t''' - t' - t'')(tt''' - t't'') ;$$
$$W_3 = p^2 - 48(tt''' + t't'')^2 - 8p(tt''' + t't'') .$$

Il est facile de voir que

$$U_1 + U_2 + U_3 = 3(t + t' + t'' + t''')^2$$
$$= \tfrac{3}{4}\left|(ab)(a'b')(a''b'')(a'''b''')\right|^2 = \tfrac{3}{4}S^2 .$$

De plus

$$3\,W_1 + U_1^2 = 3\,W_2 + U_2^2 = 3\,W_3 + U_3^2 = 4\,i\ .$$

j s'exprime d'ailleurs, au moyen des invariants précédents.

Les relations précédentes réduisent, on le voit, les douze invariants que nous venons de signaler aux invariants

$$V_1,\ V_2,\ V_3;\ U_1,\ U_2,\ i,\ S.$$

Nous reprendrons prochainement cette théorie au point où nous la laissons actuellement et nous nous occuperons spécialement, dans une seconde note, des covariants quadrilinéaires de la forme.

Liége le 3 Février 1882.

Il Socio Comm. Angelo GENOCCHI presenta ancora e legge, a nome dell'Autore, sig. Ingegnere Ottavio ZANOTTI-BIANCO, le seguenti

NOTE BIOGRAFICHE

INTORNO

A

GIOVAN FRANCESCO PEVERONE

MATEMATICO CUNEESE (1).

Scarse ed incerte notizie si hanno, come già scriveva nel 1873 Domenico Promis, intorno a quel dotto gentiluomo e matematico Cuneese, che fu Giovan Francesco Peverone. Avendone potuto avere alcune ignorate dagli scrittori (2) che finora ebbero a parlarne, ho creduto non inutil cosa il raccogliere in questa nota quanto si conosce della vita di esso.

---

(1) Debbo qui avvertire, che tutte le notizie finora inedite, intorno al Peverone, io le debbo alla squisita cortesia del Cav. Lorenzo Bertano segretario Comunale della Città di Cuneo, che istituì per me negli archivii di quella città intelligenti e fruttuose indagini, delle quali sento grato obbligo di esternargli qui le più vive grazie.

(2) DELLA CHIESA Francesco Agostino — *Catalogo di tutti li scrittori Piemontesi.* — Torino 1614, pag. 38.

DELLA CHIESA — *Corona reale di Savoia.* — Torino 1777, edizione esattamente ristampata secondo quella degli anni 1655 e 1657, pag. 187, 190.

ROSSOTTI — *Syllabus Scriptorum Pedemontii.* — Mondovì, 1667, pag. 216.

PARTENIO (Padre Giuseppe MARIANI) — *Secoli della Città di Cuneo.* — Mondovì 1750, pag. 180.

TIRABOSCHI — *Storia della letteratura Italiana*, tomo VII, parte II. — Milano 1824, pag. 773.

CASALIS — *Dizionario geografico storico statistico* ecc. — Torino 1839, vol. V, pag. 746 e 790.

LIBRI — *Histoire des mathématiques en Italie*, tomo III, pag. 159; tomo IV, pag. 99.

Giovanni Battista Peverone nacque in Cuneo nel 1509 da Gaspare Peverone, non si conosce il nome della madre, non essendosi potuto ritrovare l'atto di nascita di esso. La data della nascita del Peverone viene qui data per la prima volta, ed è desunta da un codice conservato nella biblioteca civica di Cuneo, dal quale qui trascriviamo il passo, che al Peverone si riferisce. Questo codice è intitolato « *Miscellanea storica* » ms. di Gio. Francesco Corvo, « fu consultato in principio dello scorso secolo dal Partenio e fu rinvenuto sul banco di un tabaccaio dove stava per essere fatto a brandelli. A pag. 293 di esso leggesi quanto segue:

« Morte del Sig. Gio. Francesco Peverone dell'anno 1559 7 Agosto.

« Con grandissimo duolo delli cittadini di Cunio massime di poveri è passato da questa presente vita la fu felice memoria del Signor Gio. Francesco Peverone cittadino di Cunio qual era d'età d'anni 50, huomo veramente devoto caritatevole pietoso verso de tutti li poveri virtuoso et haveva li sette arti liberali, non gl'entrava in Cunio persona virtuosa che non la volesse raccogliere in casa sua per dimostrargli che ancora lui era virtuoso, ha fatto un libro d'Abbacho, il qual si contiene le misure de vini, grani, frui, terre et altre cose simili. Il qual libro è assai manifesto da tutti, et per esser huomo di grandi facoltadi l'animo suo fu di andarsene ad habitar nella città di Milano per

---

PROMIS (Domenico) — *Monete e medaglie Italiane* - Miscellanea di Storia Italiana vol. XIII, ed in fascicolo separato. — Torino 1873.

RICCARDI — *Biblioteca Matematica Italiana.* — Modena 1873-76, parte prima, vol. II, pag. 265-66.

RICCARDI Pietro — *Cenni sulla Storia della Geodesia in Italia.* Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, serie III, tomo X. — Bologna 1879, pag. 479, 51 della ristampa separata.

GOURAUD — *Histoire du Calcul des probabilités.* — Parigi 1848, pag. 3.

TODHUNTER — *History of the mathem. theory of the Probability.* Cambridge 1865, pag. 1.

BONCOMPAGNI — *Dissertazione intorno ad un trattato d'aritmetica stampato nel* 1478. Atti dell'Accademia dei Nuovi Lincei, anno XVI, pag. 391.

ZANOTTI Bianco — *Sopra due passi della storia della teoria matematica delle probabilità del signor Todhunter.* — Giornale di Matematiche del Prof. Battaglini. Vol. XVI. Napoli 1878.

Anonimo — In un opuscolo intitolato *De situ, origine, incrementi, ac statu Cuneensis urbis totiusque circumiecti agri frequentia ubertateque compendiaria ad trutinam historicam enarratio.* Cunej, CIↃ . IↃↃ. LXI, pag. 9.

starvi con piacer, et come quello che cercava di habitar dove sono gli uomini virtuosi, il qual fini suva vita et fu sepolto con grandissimi honori et essequie in Millano nella cappella di Sancto Victore appresso porta Vercellina, et finalmente era gentilluomo et possedeva molti beni nella città di Cunio et finagio. Nel qual suo ultimo testamento fatto l'anno 1557 alli tre di magio si ricordò delli poveri quali gli lasciò scutti mille, per dar agiuto di far un monte di pietà come se puoi fatto et pagato per suoi eredi universali ».

Dal citato testamento che fu redatto in Cuneo alli tre maggio del 1557, cioè durante il famoso assedio sostenuto dalla città di Cuneo contro i Francesi e che si conserva nell'Archivio dell'Ospedale di Cuneo, risulta che, contrariamente a quanto affermava il Promis, che non conosceva questo documento, il Peverone prese moglie, e questa fu una certa Anna, di cui non vien dato il cognome. Dal testamento non appare che Peverone lasciasse figli maschi, vi sono nominate tre figlie.

L'Anna Peverona, il cui nome leggesi sul rovescio della medaglia, appartenente alla collezione di S. M. il Re ed illustrata da Domenico Promis, e che è incisa sul frontispizio dei due trattati del nostro matematico, è veramente sorella ed erede universale di questo, fu moglie di Sebastiano Corvo padre dell'autore del manoscritto della Biblioteca di Cuneo.

Il Peverone occupò nella sua città nativa cariche amministrative, importanti. Appare infatti dagli atti municipali di Cuneo (14 Luglio 1543), che egli fu consigliere Comunale, eletto poi il 7 Settembre 1549 il primo dei due sindaci. Il 13 Dicembre dello stesso anno egli fa parte di una commissione incaricata di riferire sopra la domanda dei fratelli Papale di derivare una bealera di 22 piedi dalla Stura. — Un atto del 6 Gennaio 1550 ce lo mostra non più sindaco, ma eletto *de Consilio Sapientum*, che corrisponde all'attuale Giunta. Negli anni 1551-52-53, gli atti municipali ce lo fanno credere assente da Cuneo. Il 30 Marzo 1554 Peverone è fra gli eletti *ad causas belli* e gli viene assegnato l'incarico di eseguire riparazioni e fortificazioni. Questi varii incarichi, oltre che alla fiducia da' suoi concittadini accordata al Peverone, ci additano la voce che egli doveva avere di dotto e perito ingegnere civile e militare. Nel 1557, anno del suo testamento, noi vediamo Peverone prender parte nella difesa di Cuneo, in quel memorando assedio, nel quale i Cuneesi condotti dal

Conte Carlo di Lucerna, già riputato professore di Leggi nell'Università di Padova, fecero, ad esempio della moglie stessa del loro capo, prodigi di valore, costringendo il Maresciallo di Brissac, duce dei Francesi, a levare verso la fine di Giugno l'assedio.

Il riportato brano del manoscritto Corvo ci apprende che il Peverone si recò ad abitar Milano, non ci dice in quale anno: dal manoscritto apprendiamo invece che morì in quella città addì 7 Agosto 1559, e che vi fu sepolto nella chiesa di San Vittore presso porta Vercellina. Quella chiesa, ora demolita, apparteneva ai frati Cappuccini. Le ricerche da me istituite a Milano per rintracciare qualche notizia della morte o della sepoltura di Peverone riuscirono completamente infruttuose.

Peverone morendo lasciò, a tenore del suo testamento, « *tutti li soi disegni et pitture che si trovaranno in casa* a Giovanni Aloysio Corvo priore di S. Ambrogio; i suoi libri latini ad Onorato Lascaro della Briga; a Gio. Antonio Codacio, « *tutti i libri volgari, medaglie et istrumenti matematici et arme* »; a Bartolomeo Pasquale, nominato anche nel trattato di Geometria « *tutti li soi instrumenti musicali di fiato et corda* ».

Della sua non comune dottrina matematica ci lasciò Peverone testimonii due trattati l'uno di Aritmetica e l'altro di Geometria, che vanno sempre legati assieme. Di essi si hanno due edizioni fatte in Lione da Giovanni di Tornes negli anni 1558 (il Promis scrive erroneamente 1548) e 1581. Di quest'ultima edizione ne posseggono un esemplare la Biblioteca Nazionale di Torino, e la Biblioteca Civica di Cuneo, la quale, al pari della Biblioteca Estense, e del chiarissimo Professore Pietro Riccardi, possiede anche l'edizione del 1558. L'esemplare posseduto dalla biblioteca Estense fu illustrato dal Principe Buoncompagni nella sua dissertazione citata in nota.

Per quanto di notevole si contiene in questi due trattati matematici del Peverone, amo riferirmi a quanto ne dissero il Riccardi, il Libri, il Todhunter, il Gourand ed il Buoncompagni, e l'autore stesso di questa nota ai luoghi citati. Questi due trattati furono al certo composti prima del 1556, giacchè la prefazione di entrambi è datata: Cuneo 1556.

Monsignor Agostino Della Chiesa, al luogo citato del suo *Catalogo di tutti li scrittori* ecc., scrive:

« Francesco Peverone di Cunio, filosofo, il quale dotò il Monte di Pietà di detto luogo, scrisse in lingua volgare due

Trattati, l'uno di Geometria, diviso in quattro libri. L'altro d'Aritmetica diviso in tre, li quali si stamparono in Lione nel 1558. Scrisse anche un libro de i pesi et misure qual sopraggiunto dalla morte non potè pubblicare ». Accanto a questo paragrafo nel detto catalogo, ordinato alfabeticamente secondo i nomi di battesimo delle persone di cui tratta, sta nella colonna intitolata « *Fiori nelli anni del Signore* » il numero 1550.

Nel luogo citato poi della *Corona Reale* il Della Chiesa scrive « Francesco Peverone gran filosofo, il quale oltre alli trattati di Geometria, d'Aritmetica, e di pesi e misure, compose anche un libro di cognizione astrologica per via di numeri, nel quale v'inserisce diversi avvertimenti di disciplina militare ». Appare da questi due passi che il Della Chiesa discendente per via femminile (dalla sorella Anna) del Peverone, potè vedere i manoscritti dei trattati dei pesi e misure e di cognizione astrologica dei quali parla; ma nessun indizio ci è lasciato del luogo ove egli li vide, per cui il ritrovarli, se pure ancora esistono, non sarà al certo agevol cosa.

Il Socio Prof. Alfonso Cossa presenta alla Classe la *Hieratite* (fluosilicato potassico), nuovo minerale da lui scoperto nei prodotti delle emanazioni dei fumaioli del gran cratere dell'Isola Vulcano. Presenta pure del Tallio metallico da lui separato con metodo elettrolitico dai prodotti succennati, e mostra saggi di allume cesico puro estratto dai prodotti della stessa località, nei quali egli ha pure rinvenuto composti solubili di zinco, di stagno e di bismuto, finora non riscontrati nelle produzioni vulcaniche.

Il Socio Cav. Giulio BIZZOZERO presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Livio VINCENZI, Studente in Medicina, il seguente lavoro

SULLA STRUTTURA E SUI LINFATICI

DELLA VAGINALE.

La vaginale è una delle sierose meno studiata dal lato istologico. Gli anatomici, parlando di essa, dicono che la sua struttura è identica a quella del peritoneo, e non ne dànno alcuna descrizione. Ora le ricerche fatte in questi ultimi anni dai Professori Bizzozero e Salvioli sulle sierose umane, hanno rivelato delle differenze cospicue fra le varie parti del peritoneo; perciò il dire che la struttura della vaginale è simile a quella della sierosa peritoneale, non dà alcuna nozione su di essa, non sapendo se partecipi della costituzione, ad esempio, del peritoneo che ricopre il centro tendineo del diaframma, o di altre parti, oppure se ne comprenda le diverse modificazioni.

Riguardo poi alla distribuzione linfatica nella vaginale, mentre da una parte troviamo degli anatomici, dei quali è capo il Sappey, che negano addirittura vasi linfatici alle sierose, dall'altra abbiamo il Kölliker, che attribuisce ad essa una ricca rete linfatica, però senza descriverne punto la distribuzione, e tirando questa asserzione come una conseguenza logica del fatto che il testicolo è ricchissimo di questi vasi.

Frey, Toldt e Krause spendono poche parole a proposito della struttura della vaginale: nè, per quanto io mi sappia, esistono lavori speciali sull'istologia di codesta sierosa.

Era dunque utile l'estendere le ricerche microscopiche anche alla vaginale. Io, dietro consiglio del Prof. Bizzozero, mi occupai di questo studio, ed ora ne espongo qui concisamente i risultati.

Quando si cerca di separare i diversi involucri del testicolo, e di scoprire la vaginale, si prova difficoltà nell'allontanare la tonaca eritroidea e la membrana fibrosa comune dalla sierosa. In alcuni punti riesce affatto artificiale la separazione e si può dire che la vaginale fa corpo coi tessuti circostanti. Sono lasse le aderenze in tutta la parte che corrisponde alla porzione superiore del testicolo e testa dell'epididimo: nel rimanente è unita alle tonache esterne.

Scoperta la vaginale, noi osserviamo come essa non presenti dappertutto un eguale spessore. È sottilissima in corrispondenza del cul di sacco esterno: è assai grossa nella porzione parietale interna.

Coll'esame ad occhio nudo vediamo numerosi fasci connettivi, che, decorrendo in varie direzioni e intrecciandosi, dànno alla sierosa un aspetto reticolato.

Sottoponendo all'esame microscopico prima dei lembi, poi delle sezioni verticali, possiamo distinguere i diversi strati già descritti nelle altre sierose. Partendo dalla parte superficiale troviamo:

L'endotelio - la membrana limitante - lo strato dí sostegno - il corpo della sierosa e il connettivo sottosieroso.

Passiamo ora allo studio microscopico delle diverse parti:

L'endotelio risulta formato da cellule che constano di una lamina anista, su cui sta applicato il nucleo attorniato da protoplasma. Nelle cellule si osservano costantemente delle goccie di aspetto brillante e di color giallastro. Queste goccie non scompaiono nè con l'alcool assoluto, nè col cloroformio: si colorano in bruno trattate con una soluzione di acido osmico (0,50 p. °/₀), (fig. 1ª), e prendono una tinta color mogano quando si sottoponga l'endotelio all'azione della tintura di iodio e acido solforico. — Le cellule endoteliche si mostrano variamente configurate e di diversa grandezza. Alcune hanno forma poligonale, altre fusiforme o romboidale. Alcune hanno la grandezza di 10-15 μ, mentre altre raggiungono 30-35 μ. Queste ultime presentansi come larghe piastre, e di figura assai irregolare. Anche in questo endotelio potei osservare delle cellule che mandano dei prolungamenti fra le piastrine endoteliche vicine, e talora si insinuano al disotto di esse, come quelle che da Bizzozero e Salvioli vennero descritte nelle altre sierose.

Applicato alla piastrina sta il nucleo di forma ovalare, contenente diversi nucleoli. Spesso accade di vedere il nucleo a forma di rene, o di cifra otto, o a semiluna, come appunto ha descritto

il Kölliker, ma queste figure dipendono da alterazioni cadaveriche. Talora troviamo che in una medesima cellula sono contenuti due nuclei, senza che nelle cellule vicine si abbiano fasi di proliferazione, e quindi presuppongano un'infiammazione produttiva.

Le piastrine endoteliche si giustapongono in maniera da non lasciare in nessun punto alcuna apertura. Osservando dei larghi lembi d'endotelio, si scorgono qua e là delle figure ovalari o rotonde che risaltano sulle forme poligonali delle cellule circostanti. Queste figure, che potrebbero prendersi a tutta prima come lacune, e che assomigliano agli stomi descritti da Recklinghausen nel peritoneo, sono date da cellule o che mancano del nucleo, o che lo hanno trasparentissimo. Colorando l'endotelio con la tintura di jodio possiamo assicurarci che in quei punti esiste la piastrina endoteliale, e che quindi non vi è alcuna interruzione nella continuità.

Esaminando l'endotelio a piccolo ingrandimento vediamo come in alcuni punti le cellule formano un mosaico assai regolare, in altri si dispongono a giri concentrici, ed in altri formano delle papille, che si mostrano, guardate di fronte, come ammassi cellulari di forma rotonda. Come già osservarono Bizzozero e Salvioli nella pleura, ho potuto anche nell'endotelio della vaginale vedere delle strisce ondulose, ramificate, che spiccano sul resto per la loro trasparenza (fig. 2ª). Queste strisce risultano formate da cellule, che hanno il nucleo periferico ed in opposta direzione, e lasciano le linee d'adesione delle piastrine con scarso protoplasma.

L'endotelio poggia sulla *limitante* (Bizzozero) membrana anista, ora finamente granulare, ora fibrillare. Questa membranella è strettamente unita allo strato di sostegno, e riesce difficile isolarla senza che le restino aderenti o fibre elastiche o elementi connettivi. Per colorirla mi servii dell' imbibizione coll'eosina, e talora della tintura di jodio: osservai sempre che in qualunque punto della sierosa la prendessi ad esaminare, si mostrava *continua*. Dunque essa divide gli strati sottoposti, e, come vedremo, la rete linfatica dal cavo della sierosa.

Aderente alla limitante sta lo strato di sostegno, il quale risulta di fasci connettivi, di fibre muscolari liscie, di fibre elastiche e cellule connettive.

I fasci connettivi hanno decorso rettilineo, e si intrecciano formando delle lacune romboidali. Le fibre elastiche trovansi alla parte più superficiale dello strato di sostegno. e formano delle vere

reti elastiche, specialmente nei punti ove la sierosa è assai sottile. In mezzo ad esse, e proprio subito al disotto della limitante, troviamo numerosi elementi connettivi, di figure assai diverse. Alcune hanno un corpo cellulare fusato, dalle cui estremità partono dei prolungamenti, che hanno un decorso tortuoso; altre si possono assomigliare ad un Y (ipsilon) di cui le branche terminali si prolungano decorrendo a zig zag e ramificandosi (fig. 3ª).

Nello strato di sostegno troviamo poi delle fibrocellule muscolari. Questi elementi sono in continuazione con fasci di fibre muscolari liscie, che decorrono nel corpo della sierosa. Essi sono relativamente piccoli ed hanno forma fusata. Alcune volte osserviamo che si biforcano e ciò avviene là dove un fascio di fibrocellule si dirama in fasci secondarii.

Questi elementi mancano affatto nella porzione viscerale.

I fasci connettivi dello strato di sostegno trovansi in diretta continuazione col corpo della sierosa. Questo è diversamente costituito a seconda del punto ove l'esaminiamo. Nella pagina viscerale risulta di fasci connettivi, con decorso longitudinale, quasi rettilineo, e da fibre elastiche: nella parietale invece abbiamo numerose fibrocellule muscolari, e maggior ricchezza di connettivo.

Le fibrocellule sono assai copiose specialmente nella porzione parietale esterna, ove si radunano in fasci abbastanza cospicui. Questi elementi non hanno nulla a che fare con le fibre muscolari liscie descritte dal Kölliker e dal Beraud, le quali non appartengono alla vaginale, ma alle tonache circostanti.

I fasci connettivi (pagina parietale) hanno decorso ondulato, irregolare; in alcuni punti però osserviamo che decorrono parallelamente fra loro e si anastomizzano mediante piccole fibrille trasversali. In questo modo rimangono limitati degli spazi, che ricordano molto quelli, che trovansi nel corpo della sierosa nel peritoneo diaframmatico: ma mentre là trovansi in rapporto con fori della limitante, e con una disposizione particolare dello strato di sostegno, qui la limitante è continua e lo strato di sostegno ha l'istessa disposizione come negli altri punti della sierosa.

In mezzo ai fasci connettivi e muscolari trovansi inoltre cellule connettive, e fibre elastiche.

Al di sotto di questo strato trovasi del connettivo, che segna il limite esterno della sierosa. Esso manca affatto dove la vaginale contrae aderenze con le tonache esterne; nel resto è formato da connettivo lasso, e cellule connettive appiattite.

Veniamo ora alla distribuzione sanguigna, linfatica e nervosa.

Per istudiare i vasi sanguigni mi servii in alcuni casi delle iniezioni col bleu di Prussia, in generale però li esaminai direttamente approfittando dell'iniezione naturale che vi esiste. — Le arterie sono assai poco numerose e decorrono nel corpo della sierosa. Le vene, in maggior quantità, presentano un decorso assai tortuoso; e trovansi anche nello strato di sostegno (fig. 7ª). I capillari sono poco numerosi e trovansi specialmente dove si hanno cellule adipose. Talora osserviamo che le arterie terminano in un vaso che si ripiega su se stesso più volte, e che ridotto a capillare imbocca dopo breve tratto nella vena.

I vasi sono più numerosi nella pagina viscerale.

Per lo studio dei linfatici, usai delle iniezioni per puntura di bleu di Prussia. Infiggendo la cannula della siringa del Pravaz assai superficialmente sotto l'albuginea, oppure sotto la membrana che ricopre l'epididimo, riescii a fare delle iniezioni su tratti abbastanza estesi. Risultò che nella vaginale trovasi una ricca distribuzione linfatica (fig. 4ª e 5ª), e che i vasi si dispongono, come nelle altre sierose, su due strati, uno superficiale, ed uno profondo. Nel superficiale i vasi sono più numerosi, più piccoli, e con le loro frequenti anastomosi formano una rete assai fitta: nel profondo sono ampii, gozzuti e provvisti di irregolari strozzamenti.

Queste due reti sono in comunicazione fra di loro, e la rete profonda continuasi coi linfatici dell'albuginea e perciò indirettamente con quelli del testicolo. Altra comunicazione esiste pure coi numerosi linfatici dell'epididimo.

Il decorso di questi vasi varia a seconda che li esaminiamo nella pagina parietale o viscerale; in quella essi si presentano quasi rettilinei, in questa assai tortuosi e con maggiori anastomosi. Riguardo alla loro grandezza, mentre alcuni sono poco più ampi dei capillari, altri sorpassano di molto i diametri delle arterie. Osserverò per ultimo che in alcuni punti i linfatici si anastomizzano in maniera da limitare degli spazi rotondi assai regolari, simili ad alveoli (fig. 6ª).

Nelle sezioni verticali della sierosa trovai che la rete linfatica superficiale decorre in gran parte nello strato di sostegno, e che la profonda trovasi nel corpo della sierosa.

Da quanto dissi, a proposito della limitante, risulta adunque che *non* esiste comunicazione dei linfatici col cavo vaginale, e

che quindi questi trovansi in condizione relativamente sfavorevole per riassorbire essudati, che in casi patologici possano raccogliervisi.

Studiai poi la distribuzione nervosa, mediante l'impregnazione di lembi di sierosa con acido osmico (0,50 p. $^0/_0$). In questo modo potei osservare che la vaginale possiede scarse fibre nervose, isolate, tortuose e che in generale seguono il decorso delle arterie. Non potei accertare nulla riguardo alla loro terminazione.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE.

FIGURA **1ª** Endotelio — (Ocul. 3 Obiettivo 8 Hartnack).

» **2ª** Strisce chiare che osservansi talora nell'endotelio. Preparato colorito con acido osmico (Ocul. 3 Obiet. 8 Hartnack).

» **3ª** Elementi connettivi situati sotto la limitante (Ocul. 3 Obiet. 8 Hartnack).

» **4ª** Linfatici della porzione viscerale. Vedesi un linfatico che si dirama in una rete assai fitta (Ocul. 3 Obiettivo 1).

» **5ª** Linfatici disposti su diversi strati, in corrispondenza del mesoteste (Ocul. 3 Obiettivo 4).

» **6ª** Linfatici che si anastomizzano in maniera da limitare degli alveoli (Ocul. 3 Obiettivo 4).

» **7ª** Vasi venosi (Ocul. 3 Obiettivo 4).

Il Socio Cav. Giulio BIZZOZERO presenta ancora e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. Daniele ROSA, Assistente al Museo Zoologico della R. Università di Torino, la seguente

NOTA

INTORNO AL

GORDIUS VILLOTI n. sp.

ED AL

G. TOLOSANUS DUJ.

Il tipo dei vermi fu studiato fra noi con qualche cura solo nei gruppi che più attiravano l'attenzione sia per la loro bellezza, come è il caso per gli anellidi marini, sia pei danni che arrecano come parassiti dell'uomo o degli animali domestici. Gli altri gruppi hanno raramente formato l'oggetto di uno studio un po' completo. Ho quindi creduto utile di radunare i materiali per lo studio di queste forme, pubblicando man mano in una serie di note i risultati che sarei venuto ottenendo.

Fra le forme meno ben conosciute sono certamente da porsi i Gordii; non è che manchino affatto lavori sopra dei Gordii italiani, ma essi sono tutti piuttosto antichi e tali da non lasciar riconoscere con qualche sicurezza di quali specie trattino. Nella scorsa primavera (1881) la mia attenzione essendo stata attirata su questi vermi dall'esame che mi era occorso di fare di un *Gordius* che il Dott. G. M. FIORI aveva trovato parassita dell'uomo (1), proseguii il loro studio e venni ai risultati che qui saranno esposti.

(1) FIORI e ROSA. Un caso di parassitismo di *Gordius* adulto nell'uomo. Comunicazione alla R. Accad. di Medicina, 1881.

Le specie da me riconosciute sono due: una pare comune nei dintorni di Torino, è il *G. tolosanus* DUJARDIN, della quale ho esemplari provenienti da Lanzo, Moncalieri, dalla Stura, ecc.; la seconda pare essere una specie alpina; gli esemplari che sono a mia disposizione provengono tutti da regioni poste presso o sopra ai 1000^{m}, dal lago del Cenisio, da Formazza, e da Rivasco (Ossola). Questa seconda specie, che io ho chiamato *G. Villoti*. è qui stabilita per la prima volta poichè il VILLOT, che aveva già descritto una forma che io ritengo identica a questa, l'aveva riferita al *G. aquaticus* DUJ. (1).

Gordius Villoti n. sp.

Syn. *G. aquaticus*, DUJ. in VILLOT,
Monographie des Dragonneaux, p. 49.

a. Un ind. ♂ ad. dal Lago del Cenisio (Dottor Fedele BRUNO).
b. ♀ ad. da Rivasco in Val Formazza (Dottor L. CAMERANO).
c. ♀ juv. da Formazza nell'Ossola (Dr. CAMERANO).

L'individuo maschio *a* raggiunge la lunghezza di 58^{cm} con una larghezza massima quasi costante di 1^{mm} attenuandosi ai capi.

La colorazione generale è giallo-castagno e diventa più scura dallo avanti all'indietro; l'estremità anteriore termina con una calotta bianchiccia traslucida a margini ben limitati, segue un collare castagno scuro a margini posteriori indecisi, la cui tinta scura si prosegue in due striscie che orlano lateralmente il corpo in tutta la sua lunghezza, rimanendo però poco visibili posteriormente per la tinta scura che ivi è generale; inoltre tutto il corpo, dietro al collare, è cosparso di macchie tondeggianti giallognole ben visibili soprattutto sulle parti scure.

La cute è tutta zigrinata da areole proeminenti la cui proiezione è irregolarmente poligonale; la loro grandezza è di circa $^{1}/_{6}$ di millim.; una delle macchiette tondeggianti sopra menzionate ne coprirebbe 3 o 4; in media la loro larghezza è maggiore nel senso trasversale.

---

(1) VILLOT, *Monographie des Dragonneaux*, in *Archives de Zool. expérimentale*, tome III, p. 49.

Il capo ha forma arrotondata non rigonfia e non presenta più traccie di un' apertura boccale.

L'estremità posteriore è (come sempre nei maschi) biforcata; la lunghezza dei rami della biforcatura è uguale circa ad un diametro del corpo, la loro estremità è arrotondata come lo è pure l'angolo rientrante che formano i due rami fra loro. L'apertura sessuale è collocata ad una distanza dal punto di divisione uguale circa ad un semidiametro dei rami alla loro origine. Questa apertura non è circondata da speciali formazioni cuticolari; tra essa e la biforcazione sta una lamina cornea arcata le cui estremità arrivano al livello della biforcazione del tronco. Dal lato ventrale della estremità posteriore molte areole sono allungate a papille che però sono piccolissime e semplici, ed occupano specialmente l'estremità e la metà interna delle braccia estendendosi sino al di là della apertura sessuale senza però avere una disposizione regolare qualunque. La figura 4 della tavola annessa a questa nota rappresenta questa estremità posteriore: è da notare che l'animale presentava alcune grinze accidentali che io ho dovuto riprodurre per non modificare il disegno in modo forse non conforme al vero; tali pieghe son segnate nella figura colla lettera *p*.

Ind. *b*.

Passiamo ora all'esame della femmina adulta.

Le sue dimensioni sono anche maggiori di quelle del maschio, poichè la lunghezza non è minore di 60^{cm}, la larghezza restando uguale. La sua colorazione è più chiara e sensibilmente uguale dappertutto, la calotta cefalica è minore, il collare bruno è poco distinto, e mancano le fascie brune laterali. Esistono anche qui le macchie chiare tondeggianti che cospargono la superficie del corpo.

Le areole sono per la massima parte simili a quelle del maschio, tuttavia alla estremità anteriore hanno forma romboide, allungata trasversalmente, essendo allora limitate non più da linee irregolari ma da linee rette intersecantisi obliquamente.

L'estremità anteriore è più affilata; la posteriore è arrotondata e leggermente rigonfia: essa presenta un leggero solco antero-posteriore nel quale è aperto l'orifizio sessuale in posizione quasi terminale benchè leggermente più vicina alla faccia ventrale. Non ho visto alla estremità posteriore nè lamina cornea, nè papille.

L'insieme dell'aspetto è tale che non lascia un istante dubitare della identità specifica dei due individui *a* e *b*.

Ind. *c*. ♀ giovane.

La lunghezza di questo individuo non è che di 9^{cm} e la larghezza di $^1/_2$ millimetro.

La colorazione generale è giallo-chiara, la calotta diafana ed il collare bruno sono ben distinti, mancano però le fascie laterali e le macchiette chiare.

Si vedono ancora traccie evidenti di anellatura: gli anelli sono di diversa grandezza, ma la loro lunghezza media si può calcolare ad $^1/_3$ del diametro del corpo. Tutta la superficie del corpo è striata da linee rette, obliquamente incrociantesi in modo da delimitare dei romboedri come nella parte anteriore della femmina adulta.

L'estremità posteriore ha la precisa forma dell'esemplare precedente.

Descritti così gli individui, passiamo alla loro determinazione specifica.

Fra tutte le descrizioni che abbiamo di Gordii, una sola, a mia conoscenza, concorda cogli esemplari sopradescritti ed è quella che il VILLOT dà di quello che egli chiama *G. aquaticus* DUJ. nella sopracitata *Monographie des Dragonneaux*. La descrizione del VILLOT è abbastanza completa ed in essa pochi sono i caratteri che non posso riscontrare nei miei esemplari e sono: la testa leggermente rigonfia, i lobi caudali del maschio leggermente insenati internamente, un cerchio bruno intorno all'apertura sessuale, caratteri tutti di poca importanza. La superficie del corpo è descritta da lui come coperta di linee rette, obliquamente intersecantisi come nel nostro es. giovane e nella parte anteriore della femmina adulta; solamente egli descrive quelle linee come rilevate, il che riposa forse su un errore di osservazione.

Il VILLOT dà a questo *Gordius* il nome di *G. aquaticus*: ora ciò non sta assolutamente. Non si tratta di sapere se esso sia il *G. aquaticus* di LINNEO, poichè la caratteristica primitiva si adatta a moltissime specie, si tratta bensì di decidere se i suoi caratteri coincidano quelli del *Gordius* cui gli autori riservano generalmente il nome di *G. aquaticus*. Lasciamo dunque le antiche caratteristiche, sempre troppo vaghe quando si tratta

di organismi inferiori, ed arrestiamoci a quella del DUJARDIN alla quale si è riferito pure il VILLOT (1). Riassumendo la descrizione del DUJ. noi otteniamo il seguente complesso di caratteri: Lunghezza 17^{cm}, diametro 0,8^{mm}; estremità anteriore terminante in una calotta diafana imperforata; coda bifida; superficie coperta di losanghe nascenti dalla presenza di striscie scure nello stato fibroso della cute; presenza di pori larghi 0,006; colore generale bruno con due striscie più scure laterali; secondo l'autore mancherebbe l'epidermide, ma questo non può evidentemente essere ammesso.

Ora, concesso anche che la spiegazione data dal DUJ. delle linee incrociantisi riposi sopra un errore di osservazione, resta sempre che la presenza di esse e quella di due fascie brune laterali sono i soli caratteri che convengono al *Gordius* descritto da VILLOT ed al nostro, poichè la calotta diafana si ritrova in quasi tutte le specie; è chiaro che essi non bastano per autorizzarci ad identificare le forme in questione. Notiamo ancora che il DUJ. non parla nè del collare bruno, nè delle macchie giallognole, nè delle papille caudali, nè della lamina arcata presso all'apertura sessuale. Quest'ultima soprattutto non poteva sfuggirgli massime poichè egli conosceva il *G. tolosanus* che manca appunto di questa lamina, e paragonava fra loro le due specie. D'altra parte egli parla di pori che i nostri individui non presentano punto.

Conchiudo che l'identità specifica del nostro *Gordius* col *G. aquaticus* di DUJ. è altamente improbabile.

Dopo il DUJ. un *Gordius aquaticus* fu descritto e disegnato da MEISSNER e SIEBOLD (2). Per esso il dubbio non può sussistere pure un istante, qui si può affermare con tutta certezza che si tratta di una specie ben diversa da quella del VILLOT ed affine al *G. tolosanus*. Basta citare l'assenza della lamina cornea arcata, la struttura dell'epidermide simile a quella del *tolosanus*, la disposizione delle papille alla estremità posteriore e soprattutto la forma troncata della estremità caudale della

(1) DUJARDIN. *Mémoire sur la structure anatomique des Gordius etc.*, in *Annales des Sciences naturelles;* 2ème série, t. XVIII.

(2) MEISSNER, *Beiträge zur anatomie und Physiologie der Gordiaceen* in *Zeitsch. zur Wiss. Zool.*, Vol. 7, p. 1, tab. 3-4.

Zusatz von Pr. von SIEBOLD, ibidem, p. 141.

femmina. Questa descrizione è pure quella adottata dal DIESING (1) come caratteristica del *G. aquaticus* che egli chiama però *Gordius seta* adottando, non so con quanta convenienza, un'antica denominazione di MÜLLER.

È dunque evidente, che il nome di *Gordius aquaticus* essendo stato adottato generalmente dagli autori per indicare una forma diversa da quella descritta ultimamente sotto questo nome dal VILLOT, questa non può conservare quel nome e deve formare una nuova specie che io ho chiamata *G. Villoti;* a questa specie appartengono i 3 esemplari piemontesi sopra descritti.

Essa può ricevere la caratteristica seguente che io fondo unicamente sugli individui che ho sott'occhio.

Larghezza sino a 60^{cm}, estremità anteriore arrotondata, estremità posteriore del ♂ divisa in due lobi arrotondati lunghi circa come 1 diam. del corpo e coperti massime dalla parte interna di papille estendentisi irregolarmente oltre all'apertura genitale; una lamina arcata dietro all'apertura sessuale. Estr. post. della ♀ arrotondata con apertura genitale subterminale in un lieve solco antero-posteriore. Cute zigrinata da areole rilevate prodotte da solcature rette ed obliquamente intersecantesi nei giovani ed in parte nelle femmine, irregolari invece negli adulti. Colorazione gialla nei giov., castagna negli adulti. Una calotta cornea, un collare scuro ed innumerevoli macchie tondeggianti chiare; di più (nel maschio almeno) due fascie scure longitudinali laterali.

Hab. regioni alpine.

Gordius tolosanus DUJ.

1842. *Gordius tolosanus,* DUJ., *Annales des Sciences naturelles,* 2e série, Vol. XVIII, p. 146. DIESING, *Systema helmintum*, Vol. II, p. 106. VILLOT, *Arch. de Zool. expérim.*, Vol. III, p. 55.

1848. *Gordius subbifurcus*, SIEBOLD, Stettin. Entomol. Zeitung. Jahrgang IX, p. 296. DIESING, Syst. helm., Vol. II,

(1) DIESING, *Revision der Nematoden* in *Sitzungsberichte der Kais. Akad. der Wissenschaften*, Wien, 42e vol., p. 600.

p. 90. MEISSNER, Zeitschr. für Wissensch. Zool. Vol. VII, p. 59. SIEBOLD, ibidem, p. 143. DIESING, Sitzungsb. der Kais. Akad. in Wien, Vol. 42e, pag. 602. SCHNEIDER, *Monogr. der Nematoden*, p. 180.

a. Un ind. ♂ dall'intestino umano, Torino (Dr. G. M. FIORI).
b. 1 ♂ Lanzo (Dr. L. CAMERANO).
c. 1 ♂ Moncalieri (Dr. L. CAMERANO).
d. *e*. *f*. *g*. 4 ♀ Contorni di Torino presso la Stura (Dr. L. CAMERANO).

Descr. dei maschi.

Lunghezza 14-18^{cm}, larghezza poco meno di 1^{mm}.

L'estremità anteriore è notevolmente attenuata e subtroncata; essa presenta in posizione terminale un lievissimo rialzo in cui si apre la bocca che persiste ancora in tutti i tre individui, sebbene dopo la cavità imbutiforme che la segue nulla più si veda del canale digerente.

L'estremità posteriore è forcuta dividendosi in due rami a punta ottusa lunghi circa un diametro del corpo; l'insenatura fra di essi forma un angolo non arrotondato; l'apertura sessuale si trova ventralmente a breve distanza dalla biforcatura.

La colorazione generale è bruna, talora molto scura, generalmente la parte posteriore è più scura della anteriore. Però già al microscopio semplice la superficie del corpo mostrasi coperta di macchie ovali più scure del fondo che corrispondono ad altrettanti rilievi della cute. Un ingrandimento maggiore (oculare 3, obbiettivo 9, imm. Hartnak) mostra la superficie del corpo coperta da una rete i cui fili sarebbero fatti di più serie di papille che hanno l'aspetto di globuli rifrangenti; questo aspetto è soprattutto bellissimo nell'ind. *a*; negli altri le areole son meno ben delimitate. Queste serie di globuli delimitano delle areole poligonali, tendenti alla forma esagonale, la cui superficie appare minutamente punteggiata.

Fra queste areole se ne trovano delle maggiori che paiono risultare dalla fusione di 2 o 3 di esse; la loro superficie è più granulosa ed hanno al centro un punto chiaro simile ad un poro. Queste areole maggiori corrispondono alle macchie brune già visibili colla lente. Non esistono produzioni cuticolari speciali che alla estremità posteriore del corpo dove sono abbondanti e svariate. L'apertura sessuale è circondata da una folta guarni-

tura di peli in 2 o 3 serie. Vi son poi due folte e larghe fascie di peli più lunghi e talora biforcati che incominciano sui lobi caudali alla altezza del punto di biforcazione e si dirigono verso la parte anteriore del tronco inclinandosi in modo da incontrarsi a breve distanza davanti all' apertura sessuale. La parte ventrale del corpo posteriormente alla apertura sessuale si mostra inoltre armata di aculei più forti e brevi, essi sono disposti in modo da coprire la parte terminale del tronco e la parte interna dei suoi due lobi.

Per l' estremità cefalica i disegni del MEISSNER concordano bene coll' aspetto presentato dai miei individui. La figura dello SCHNEIDER della estremità posteriore concorda pure coi miei esemplari, notando però che egli non ha disegnato l'orlo di peli che circonda l' orifizio sessuale. Questi si vedono invece nella figura del MEISSNER, che è del resto simile all'altra, salvochè vi si vede disegnata un' apertura anale che nè io nè altri vide mai. Quanto al mio disegno della cuticola esso differisce molto da quello del VILLOT. Esso concorda però colle descrizioni di DUJARDIN, di MEISSNER e di SIEBOLD. Del resto il MEISSNER ha notato che tale carattere è un po' variabile coll' età.

Descrizione delle femmine:

Larghezza media 13^{cm}.

Esse si distinguono subito dai maschi per la colorazione gialla, e le forme più arrotondate anche dopo un lungo soggiorno nell'alcool, il che proviene dalle uova che riempiono il corpo.

L' estremità anteriore è più affilata, ma pure tronca e presentante ancora la bocca. Vi si nota una breve calotta cornea diafana seguita da un collare bruno poco distinto.

L' estremità posteriore è arrotondata con un solco anteroposteriore in cui si apre l' orifizio sessuale in posizione non terminale ma ventrale e fra due eminenze che son però molto meno notevoli di quelle disegnate dal MEISSNER. Quest' apertura è circondata da una macchia bruna che si prosegue in una linea dorsale ed una ventrale.

La superficie del corpo è areolata come nei maschi, ma meno nettamente, e mancano affatto le areole maggiori che abbiamo descritte in questi. All' estremità posteriore le areole si allungano in minutissime spine.

Tutti i Gordii fin qui descritti sono stati presi mentre facevano vita libera (1). Ho inoltre sotto gli occhi due altri Gordii che non mi è dato determinare. L'uno è stato estratto dal corpo di una cavalletta, l'altro da quello di un *Carabus leucophtalmus*. Essi sono ancora molto giovani.

(1) Salvo l'individuo del Dott. FIORI, il cui parassitismo era però affatto accidentale.

Spiegazione delle figure.

1. Estremità anteriore di *Gordius tolosanus* ♂, Duj.
2. Estremità anteriore di *G. Villoti* ♂, n. sp.
3. Cuticola del *G. tolosanus* ♂, notevolmente ingrandita.
4. Estremità posteriore del *G. Villoti* ♂, p. pieghe prodotte da raggrinzamento.
5. Estremità posteriore del *G. tolosanus* ♀, dal lato ventrale.
6. Estremità posteriore del *G. Villoti* ♀, vista lateralmente in una sezione longitudinale che passa pel solco antero-posteriore *a*.

Adunanza del 26 Febbraio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Cav. Andrea Naccari presenta il seguente suo lavoro

SUI

FENOMENI TERMICI

PRODOTTI DALLA SCINTILLA D'INDUZIONE

Ho già esaminato precedentemente il riscaldamento di due elettrodi, fra i quali la scintilla del rocchetto d'induzione scocchi attraversando uno strato d'aria che sia soggetta alla pressione atmosferica (1). In questa Nota, descrivo le esperienze che ho eseguito allo stesso scopo, facendo attraversare alla scintilla uno strato d'aria rarefatta, oppure facendo sì che la elettricità fornita dal rocchetto, prima di scaricarsi fra gli elettrodi, si accumulasse sulle faccie opposte di un condensatore. A queste aggiungo alcune esperienze sul calore totale prodotto dalla scintilla.

1. *Scintille nell'aria rarefatta.* — Al foro centrale d'una bottiglia di Woulf ho adattato un cilindro d'ottone chiuso al di sotto che scendeva entro la bottiglia, sicchè il fondo restava a 5 cm. di distanza da quello della bottiglia. L'estremità inferiore del cilindro avea forma di mezza sfera. Il diametro interno del cilindro era di 12 mm. Un filo di rame, saldato all'orlo superiore del cilindro stesso, serviva a porlo in comunicazione con

(1) *Atti del R. Istituto Veneto* (5) *VII*, 1363 (1881).

uno dei poli del rocchetto. Il cilindro faceva nelle esperienze l'ufficio di elettrodo e di calorimetro: conteneva 8 gr. d'acqua, e un termometro diviso in quinti di grado vi si immergeva. Un piccolo agitatore metallico con manico isolante serviva a mantenere uniforme la temperatura.

Attraverso uno dei fori laterali della bottiglia di Woulf ho fatto passare un conduttore di ottone che alla sua estremità inferiore, opportunamente incurvata, portava una palla pure d'ottone di mm. 10,1 di diametro. L'ho fermato con un tappo a quel foro, a tale altezza che la pallina venisse a trovarsi proprio al di sotto della estremità inferiore del cilindro di ottone e alla distanza di 3,5 mm. Ho otturato diligentemente ogni interstizio con mastice.

Al terzo foro della bottiglia ho applicato un tubo d'ottone, il quale era destinato a stabilire la comunicazione fra lo spazio interno della bottiglia e la macchina pneumatica. Un manometro applicato al tubo di comunicazione serviva a dare in ogni caso la pressione dell'aria interna. Le comunicazioni elettriche erano disposte così. Da uno dei poli del rocchetto, un filo andava al cilindro d'ottone che faceva l'ufficio di calorimetro e di elettrodo. Dall'altro polo un filo andava ad un reometro con fili rivestiti di gutta perca, di cui già mi servii nelle precedenti esperienze. Dal reometro un filo andava al conduttore massiccio d'ottone, introdotto nella bottiglia di Woulf, cioè all'altro elettrodo. Le cose erano disposte in modo che si potesse cangiare con facilità la direzione della corrente fra i due elettrodi senza mutare il senso della polarità del rocchetto, nè quello in cui la elettricità attraversava il reometro.

Alcune prime esperienze di saggio avendomi dato dei risultati molto irregolari, impedii il passaggio della corrente indotta inversa, stabilendo nel circuito indotto un intervallo di 2 mm. fra due palle isolate di rame di 5 cm. di diametro.

In queste esperienze ho notato un fatto che non ho veduto segnalato da altri, cioè che quando la forza elettromotrice della corrente induttrice ha raggiunto un certo limite sufficientemente elevato, e la rarefazione del gas, in cui scocca la scintilla, è spinta abbastanza innanzi, prevale in modo stabile la corrente inversa.

Ecco le medie deviazioni osservate con una pressione di 80 mm., usando successivamente per la corrente induttrice un numero crescente di coppie Bunsen. È presa per positiva la deviazione che sarebbe prodotta dalla indotta diretta:

1 coppia	. . . .	$i =$ 58
2 coppie	. . . .	171
3 »	. . . .	27
4 »	. . . .	— 47 .

Ecco un'altra serie fatta con una pressione di 40 mm.:

1 coppia	. . . .	$i = +$ 45
2 coppie	. . . .	148
3 »	. . . .	0
4 »	. . . .	— 73 .

Questo fatto non può attribuirsi alla forma degli elettrodi e ad un effetto di valvola elettrica, perchè lo verificai anche con due elettrodi formati da due palline eguali di ottone.

Ho registrato nella seguente tabella i risultati delle esperienze fatte con l'apparecchio sopra indicato e con un intervallo esterno di due mm.: p è la pressione espressa in mm. di mercurio; n_1 e p_1 esprimono i rapporti fra gli aumenti di temperatura prodotti rispettivamente in un minuto sull'elettrodo positivo e sul negativo e le corrispondenti deviazioni del reometro, espresse col numero delle parti della scala debitamente corrette. La sola corrente diretta attraversava il circuito in tutte queste esperienze:

TABELLA I.

p	i	$10^4 . n_1$	$10^4 . p_1$	$n_1 : p_1$
762	29, 5	331		3, 1
»	45, 2		106	
»	42, 9	331		3, 6
»	42, 3		92	
760	34, 6	338		3, 0
»	34, 6		113	
756	27, 3	356		3, 0
»	28, 1		120	

Segue TABELLA I.

p	i	$10^4 . n_1$	$10^4 . p_1$	$n_1 : p_1$
756	26, 8	324		2, 9
»	26, 7		113	
442	41, 2	246		2, 7
438	40, 0		92	
456	45, 7	275		3, 3
453	46, 9		84	
448	50, 6	246		2, 9
450	49, 1		84	
203	39, 2	207		3, 7
198	38, 3		56	
196	35, 5	180		3, 2
201	38, 4		56	
50, 4	40, 6	162		3, 8
47, 1	38, 9		42	
46, 5	39, 5	165		4, 5
50, 4	39, 5		37	
45, 8	32, 6	151		3, 9
49, 0	36, 9		39	
12, 6	38, 0	155		3, 4
12, 6	37, 2		46	
9, 2	34, 4	151		4, 3
10, 3	34, 1		35	
9, 4	34, 9	144		3, 7
9, 9	35, 3		39	

Queste esperienze mostrano che le quantità n_1 e p_1 vanno sempre diminuendo finchè p diminuisce passando da 760 mm. a 9 mm. Il rapporto $n_1 : p_1$ va invece crescendo. Ambedue questi cangiamenti non sono molto rapidi. Ciò risulta più chiaro dai seguenti numeri medii dedotti dalla tabella precedente:

TABELLA II.

p	$10^4 . n_1$	$10^4 . p_1$	$n_1 : p_1$
759	336	111	3, 0
448	262	87	3, 0
199	193	56	3, 4
48	159	49	4, 1
11	150	40	3, 8

2. *Influenza d'un condensatore.* — Nelle seguenti esperienze la elettricità, prima di scaricarsi fra gli elettrodi, si accumulava sulle opposte faccie d'un condensatore. Trattò di questo argomento il POGGENDORFF (1), ma per il modo da lui adottato nello sperimentare i valori numerici degli effetti osservati non potevano avere nemmeno quel grado di precisione, invero non mai molto grande, che si può raggiungere in esperienze di questa fatta.

La disposizione, che ho sempre seguito in tutte le esperienze sopra questo argomento, è la seguente: Un filo partiva da uno dei poli del rocchetto e precisamente da quello donde usciva la corrente diretta e metteva ad una palla metallica isolata. A 10 mm. di distanza da questa, stava un'altra palla metallica isolata congiunta con un filo ad una delle armature d'un condensatore. La stessa armatura era congiunta con uno degli elettrodi, di cui io studiava il riscaldamento. L'altra armatura era congiunta col secondo elettrodo attraverso il solito reometro, e mediante un altro filo, col polo negativo del rocchetto. L'intervallo (a) fra i due

(1) POGGENDORFF, *Monatsber. der k. preuss. Ak. der Wissens. zu* Berlin, 1861, 349.

elettrodi era sempre molto minore dell'altro (a') esistente fra le due palle isolate, e ciò perchè senza questa precauzione la elettricità dopo essersi accumulata sulle armature, anzichè scaricarsi fra gli elettrodi, sarebbe tornata o tutta o in gran parte indietro, ricomponendosi attraverso il filo indotto. Adoperai come elettrodi due sfere cave di rame del diametro di 5 cm., eguali a quelle che usai nell'esperienza che ho descritto nella nota sopra citata. Ciascuna sfera conteneva 50 cm^3. di petrolio, e v'era immerso un termometro e un piccolo agitatore. Usai come condensatori delle bottiglie di Leida. Ne determinai la capacità relativa prendendo per unità quella d'una bottiglia grande spettante alla macchina di Holtz. La superficie armata di questa bottiglia era presso a poco 550 cm^2., il vetro aveva la grossezza di cm. 0,2.

Volli anzi tutto esaminare se un condensatore, come fu già notato dal POGGENDORFF, alteri il rapporto $n_1 : p_1$ e lo riduca all'unità. Le tabelle seguenti contengono i risultati delle esperienze. Nella prima stanno i valori ottenuti senza condensatore. Del resto, le condizioni del circuito sono sempre le stesse. L'intervallo a fu sempre di 2 mm.; l'intervallo a' di 10. Con la lettera C ho indicato la capacità del condensatore adoperato nei singoli casi:

TABELLA III.

$C = 0.$

	$n_1 . 10^4$	$p_1 . 10^4$	$n_1 : p_1$
	97	21	4, 6
	95	32	3, 0
	102	31	4, 4
	95	32	3, 0
	104	25	4, 1
	103	27	3, 8
	105	24	4, 4
Medio . .	100	26	3, 8

$$n_1 + p_1 = 0{,}0126 .$$

TABELLA IV.

$C = 0,15.$

	$n_1 . 10^4$	$p_1 . 10^4$	$n_1 : p_1$
	87	36	2, 4
	79	33	2, 4
	86	37	2, 3
	88	48	1, 8
	81	36	2, 3
	89	39	2, 3
	87	33	2, 9
Medio	85	37	2, 3

$n_1 + p_1 = 0,0122 .$

TABELLA V.

$C = 1.$

	$n_1 . 10^4$	$p_1 . 10^4$	$n_1 : p_1$
	57	57	1, 0
	70	61	1, 14
	68	67	1, 01
	72	74	0, 98
	65	61	1, 06
Medio	67	60	1, 05

$n_1 + p_1 = 0,0127 .$

Queste esperienze mostrano che al crescere della capacità C il rapporto $n_1 : p_1$ diminuisce e s'accosta all'unità, come appare da questi numeri medi:

$$
\begin{array}{lcr}
C = 0 & \ldots\ldots & n_1 : p_1 = 3,8 \\
\quad 0,15 & \ldots\ldots & 2,3 \\
\quad 1 & \ldots\ldots & 1,05 .
\end{array}
$$

Le stesse esperienze mostrano inoltre che il valore della somma $n_1 + p_1$ è pressochè lo stesso in tutti e tre i casi. Almeno fino ad un certo limite della capacità il condensatore non produce dunque altro effetto, che quello di ripartire diversamente il calore che va impiegato a riscaldare gli elettrodi.

Importava conoscere se il rapporto $n_1 : p_1$ continuasse a diminuire anche oltre l'unità, quando crescesse ancor più la capacità del condensatore, e se la costanza della somma $n_1 + p_1$ si man-

tenesse anche per maggiori capacità. Perciò eseguii le esperienze, i cui risultati sono contenuti nella seguente tabella, usando un condensatore di capacità $C = 2$:

TABELLA VI.

$C = 2.$

	$n_1 \cdot 10^4$	$p_1 \cdot 10^4$	$n_1 : p_1$
	88	82	1, 07
	73	74	0, 98
	80	81	0, 99
	82	73	1, 13
	74	64	1, 14
	99	75	1, 32
Medio . .	82	75	1, 09

$$n_1 + p_1 = 0{,}0157 .$$

Queste esperienze mostrano un notevole aumento della quantità $n_1 + p_1$. Quanto al rapporto $n_1 : p_1$, benchè i singoli valori sieno assai discordanti, si può ammettere che l'aumento di C non ne abbia cangiato il valore.

Aggiungo un'altra serie di esperienze, alcune delle quali son fatte in condizioni eguali alle precedenti, altre con capacità maggiori:

TABELLA VII.

C	$n_1.10^4$	$p_1.10^4$	$(n_1+p_1)10^4$	$n_1:p_1$	C	$n_1.10^4$	$p_1.10^4$	$(n_1+p_1)10^4$	$n_1:p_1$
0	100	29	129	3, 4	2,9	69	69	138	1, 0
0	100	26	126	3, 9	2,9	68	64	132	1, 05
0	98	26	124	3, 8	4,2	69	59	128	1, 2
0	102	24	126	4, 3	5,4	61	60	121	1, 1
2	82	72	154	1, 1	12,9	52	50	102	1, 05
2	71	70	141	1, 0	15,1	46	40	86	1, 1
2	72	72	144	1, 0	15,1	42	38	80	1, 1
2	80	68	148	1, 2	16,8	32	32	64	1, 1

Da queste esperienze si può conchiudere che in generale, quando un condensatore è inserito entro il circuito nel modo indicato, al crescere della capacità, il rapporto $n_1:p_1$ va avvicinandosi all'unità e la raggiunge, quando la capacità ha raggiunto un certo limite, e vi si mantiene se la capacità cresce ancora. In quel periodo in cui la capacità va da 0 passando al limite accennato, la scarica pare che avvenga in parte nel modo che avveniva senza condensatore, in parte sotto l'influenza di questo, e non pare che perciò muti il riscaldamento totale n_1+p_1 dei due elettrodi. Oltrepassato quel limite della capacità, il rapporto $n_1:p_1$ resta eguale all'unità, ma la quantità n_1+p_1 va crescendo fino ad un massimo, dopo di che diminuisce.

3. *Calore totale prodotto dalla scintilla d'induzione.* — Ho esaminato come variasse l'effetto termico prodotto dalla scintilla al variare della quantità di elettricità, mantenute costanti le altre condizioni, e come influisse un condensatore, inserito nel circuito indotto, sull'effetto termico stesso.

In un globo di vetro con pareti sottili e con due tubetti situati ai due capi d'un diametro vennero introdotti per quei tubetti due fili di rame del diametro di 3 mm. Le loro estremità rese ben piane e regolari si trovavano alla distanza di 7,8 mm.

Ogni comunicazione fra lo spazio interno e l'esterno era stata accuratamente tolta chiudendo con mastice gl'interstizi fra il vetro e i fili. Il globo di vetro, preparato così, venne introdotto in un calorimetro, il cui fondo era forato nel centro. Al foro era applicato un breve cilindretto d'ottone, che sporgeva al di sotto. Attraverso questo passava uno dei tubetti del globo, e l'intervallo era occupato da un tappo forato di sovero e da mastice.

Nel calorimetro si versavano 75 cm³. di acqua, e la si manteneva in moto con un agitatore, provveduto di manico isolante.

Ho esaminato anzi tutto qual relazione vi fosse fra la deviazione del reometro e l'effetto termico. Nella tabella seguente i esprime la deviazione in parti della scala, fatte le debite correzioni; q_1 esprime il riscaldamento osservato in un minuto, diviso per il numero i; s'intende già che nel misurare e calcolare q_1 si seguirono le solite avvertenze dei metodi calorimetrici. La disposizione del circuito era simile a quella descritta nel § 1, e l'intervallo ivi indicato con a' era eguale a un millimetro:

Tabella VIII.

i	$q_1 . 10^5$	i	$q_1 . 10^5$
4, 4	954	43, 7	708
4, 6	957	46, 0	672
15, 2	785	46, 9	693
15, 5	803	49, 4	648

Al crescere di i il rapporto q_1 va decrescendo. Se dunque le deviazioni sono proporzionali alle quantità di elettricità che attraversano il circuito, la quantità di calore sviluppata dall'unità di elettricità nell'attraversare l'intervallo d'aria non è indipendente dalla quantità di elettricità che si scarica in un minuto.

La scarica elettrica è un fenomeno complesso che risulta da più scintille succedentisi rapidamente con differenze di potenziale non tutte eguali. Una scintilla, per il riscaldamento che produce e per le ignote alterazioni che fa avvenire nell'aria, probabilmente

diminuisce per la scarica immediatamente successiva ciò che, seguendo le idee del MAXWELL, si direbbe quasi *resistenza alla rottura* dell'aria interposta. Ne viene, che quando le scariche si fanno più copiose o più frequenti, la media differenza di potenziale si abbassi e ne consegua una diminuzione della quantità di calore prodotta dall'unità di elettricità nel suo passaggio.

Ecco alcune altre esperienze, che però vanno prese a parte, e non possono confrontarsi con le precedenti, perchè fatte in condizioni diverse e con altri elettrodi:

TABELLA IX.

i	$10^5 . q_1$	i	$10^5 . q_1$
9, 7	1299	21, 4	1102
9, 8	1330	35, 8	947
9, 9	1270	36, 1	943
20, 7	1042	37, 5	964
20, 9	1035	38, 1	954

Queste esperienze confermano la conclusione tratta dalle precedenti. Ho esaminato di poi l'effetto d'un condensatore introdotto nel circuito come fu indicato nel § 1, cioè in modo che la elettricità prima si raccogliesse sulle armature, poi si scaricasse nell'intervallo che ho designato con a. Ho voluto determinare la quantità q_1, inserendo successivamente nel circuito condensatori di diversa capacità. Alcune esperienze fatte dapprincipio con $a' = 1$ mm. con la giara di capacità 10,9 e con $i = 14$ circa, diedero $q_1 = 0{,}0051$, mentre nelle stesse condizioni e senza giara risultava $q_1 = 0{,}0079$. L'effetto del condensatore appariva dunque esser quello di diminuire la media differenza di potenziale della scarica.

Ecco i risultati di alcune esperienze fatte con diversi condensatori nelle condizioni stesse, ma con $d' = 14$:

TABELLA X.

i	C	$10^5 . q_1$	i	C	$10^5 . q_1$
12, 8	0	1010	7, 7	2	806
13, 0	0	1010	7, 9	2	838
12, 5	0	1063	10, 7	10, 9	454
6, 1	0	1098	10, 6	10, 9	493
7, 6	1	799	8, 6	24, 8	444
7, 4	1	859	8, 0	28, 0	415
8, 7	2	873			

Che il condensatore diminuisca l'effetto termico che a parità di corrente induttrice si produce dal rocchetto nell'unità di tempo, si poteva prevedere perchè una parte dell'energia deve andare impiegata a polarizzare alternamente nell'uno e nell'altro senso il condensatore. La diminuzione di q_1 indica che diminuisce anche la media differenza di potenziale della scarica. Ciò si spiega, considerando che la presenza del condensatore deve rendere più copiose le scariche; per un effetto simile a quello notato di sopra, deve diminuire la media differenza di potenziale.

Se invece di condurre le opposte elettricità fornite dal rocchetto alle armature d'un condensatore, si conducano alle armature esterne di due condensatori, le quali sieno anche congiunte rispettivamente ai due elettrodi, nel cui intervallo a possa scoccar la scintilla, e alle armature interne sieno applicati due reofori che mettano ad altri due elettrodi, fra questi pure, quando le distanze sieno ben regolate, scoccherà una scintilla e si avranno fenomeni termici notevoli. Ho verificato ciò con varie esperienze. In una, ad esempio, l'intervallo a era mm. 4,2 fra due palle di 5 cm. di diametro, l'intervallo a' era 14 mm. fra due palle eguali a quelle, e l'intervallo entro il globo, nel tratto che congiungeva le due armature interne, era mm. 7,8 fra fili di 3 mm. di diametro ridotti piani ai due capi. Il riscaldamento fu tale

che, dividendo l'aumento di temperatura osservato nel calorimetro in un minuto per la corrente osservata nel reometro, ottenni

$$q_t = 0{,}0061.$$

Notisi che il calorimetro conteneva la solita quantità d'acqua, e che non potendo misurare la corrente che attraversava il globo di vetro, perchè in quel tratto erano alternate le correnti, misurai invece la quantità di elettricità che si scaricava in un minuto attraverso l'intervallo a.

Nell'eseguire queste esperienze, io non ho avuto l'intenzione di determinare il valore assoluto del calore sviluppato, pure lo si può valutare nei vari casi con discreta approssimazione. Se da esso si deduce la media differenza di potenziale che doveva esistere fra i due elettrodi, si trovano dei valori molto piccoli rispetto a quelli dati da W. THOMSON (*Phil. Trans. f.* 1860) e da WARREN DE LA RUE e H. MILLER (*Phil. Trans. for* 1878 *a.* 1880). Prendo ad esempio la prima esperienza della tabella VIII. Il riscaldamento prodotto da una corrente che dava una deviazione eguale a una particella della scala, cioè dalla corrente che sarebbe generata da una Daniell in un circuito di 37040 Siem., fu $0^\circ{,}00954$, e poichè la massa riscaldata equivaleva presso a poco a 78 gr. d'acqua, il calore sviluppato fu di $0{,}00954 \times 78 = 0{,}744$ piccole calorie. Ammesso che una Daniell sia $1{,}116 \,.\, 10^8$ unità assolute elettromagnetiche (C. G. S.) e la Siemens $0{,}95 \,.\, 10^9$ unità dello stesso sistema, il calore sviluppato da una Daniell nell'intero circuito e in un minuto, se la resistenza del circuito è una Siemens, è dato da

$$\frac{(1{,}116 \,.\, 10^8)^2\, 60}{0{,}95 \,.\, 10^{mq} . 4{,}2 \,.\, 10^7} = \frac{(1{,}116^2) \,.\, 60}{0{,}95 \,.\, 4{,}2} = 18{,}73 \quad \ldots (1).$$

Nel caso dell'esperienza sopra indicata, la quantità di elettricità è $\frac{1}{37040}$ di quello che sarebbe in questo caso: la dif-

(1) Ammettendo che il calore reso disponibile dal consumo di gr. 32,6 di *Zn* nella coppia *Dan.* sia 23900 si trova 17,08: se invece di 23900 si prende il numero dato dal THOMSON (*Wied. Ann. XI*, pag. 246) cioè 25145, si trova 18,03.

ferenza di potenziale fra gli elettrodi, paragonata a quella d'una coppia Daniell, sia $V_1 - V_2$: dovrà essere

$$\frac{(V_1 - V_2)\,\frac{1}{37040}}{1 \times 1} = \frac{0,744}{18,73}\,.$$

Quindi $$V_1 - V_2 = 1471,3\,.$$

Ora, questo valore si allontana assai dai valori dati dagli sperimentatori sopra citati, secondo i quali, essendo la distanza fra gli elettrodi di mm. 7, 8, dovrebbe la differenza di potenziale essere circa 7000 Volt per due elettrodi conformati a punta, e da 20 a 30000 Volt fra due superficie piane. Il caso delle mie esperienze sta fra questi due, in quanto alle condizioni della scarica. Ho fatto delle esperienze di riscontro usando petrolio invece d' acqua come sostanza calorimetrica, ma sono ricaduto negli stessi valori. Io credo pertanto che la spiegazione di questa grande divergenza si debba cercare principalmente nel fatto che nel caso delle mie esperienze vien misurata la media differenza di potenziale d' un gran numero di scariche successive, mentre nel caso delle esperienze che davano valori molto più alti, veniva misurata la differenza di potenziale necessaria a produrre la prima scintilla. È noto in fatti che quando la scarica sia cominciata, si può notevolmente aumentare la distanza degli elettrodi senza che per ciò la scarica venga interrotta.

Riassunto. — Sperimentando successivamente con aria sempre più rarefatta, dalla pressione atmosferica fino a 9 mm. circa, si trova:

1° Che i riscaldamenti prodotti nell'uno e nell'altro elettrodo da una data corrente, vanno continuamente diminuendo;

2° Che il rapporto fra il riscaldamento dell'elettrodo negativo e quello dell'elettrodo positivo va successivamente aumentando, sicchè dal valore 3, che aveva nelle mie esperienze alla pressione ordinaria, giunse fino a 4 per 11 mm. di pressione;

3° Che quando vi sia nel circuito un solo intervallo occupato da aria assai rarefatta e sia abbastanza grande la forza elettromotrice della corrente induttrice, prevale stabilmente la corrente indotta inversa a paragone della diretta.

Sperimentando nell'aria, sotto la pressione atmosferica, con elettrodi di forma diversa e dopo aver introdotto nel circuito un condensatore, in modo che l'elettricità s'accumulasse sulle sue armature prima di scaricarsi fra gli elettrodi, ho trovato:

1° Che il rapporto fra il riscaldamento dell'elettrodo negativo e quello dell'elettrodo positivo va continuamente diminuendo al crescere della capacità del condensatore, sicchè per un certo valore della capacità riducesi eguale ad uno;

2° Che d'allora in poi un aumento ulteriore della capacità non altera più quel rapporto;

3° Che fino ad un certo valore della capacità del condensatore l'effetto di questo consiste solamente in una diversa ripartizione nel calore impiegato a riscaldare gli elettrodi;

4° Che oltrepassato quel limite, questo calore va crescendo, raggiunge un massimo e poi diminuisce.

Quanto al calore totale prodotto dalla scintilla d'induzione, le esperienze indicano:

1° Che la media differenza di potenziale fra gli elettrodi va decrescendo al crescere della quantità di elettricità che si scarica in un minuto;

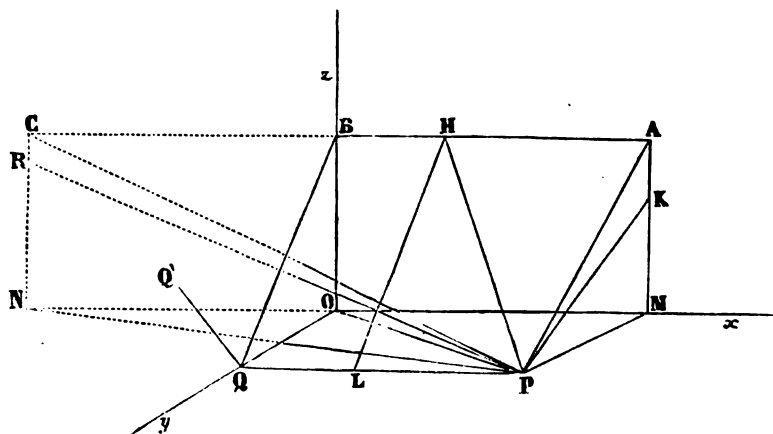
2° Che un condensatore inserito nel circuito riduce tanto minore la media differenza di potenziale fra gli elettrodi quanto è maggiore la sua capacità;

3° Che la media differenza di potenziale, dedotta dal riscaldamento osservato in queste esperienze, è di gran lunga minore di quella trovata dal THOMSON e da W. DE LA RUE e H. MILLER nel caso in cui si osserva la differenza di potenziale al momento iniziale della scarica.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Torino, 25 Febbraio 1882.

Il Socio Cav. Giuseppe BASSO presenta la seguente sua Memoria

SOPRA
UN
CASO PARTICOLARE D'EQUILIBRIO
PER UN SOLENOIDE
SOGGETTO ALL' AZIONE MAGNETICA TERRESTRE ED A QUELLA D'UNA CORRENTE ELETTRICA.

Si consideri un solenoide elementare a direttrice rettilinea, orizzontale e girevole liberamente intorno ad un asse verticale passante pel punto medio della sua lunghezza. Conducansi per questo punto O (vedi la figura) tre assi ortogonali Ox, Oy, Oz, tali che il piano xz coincida col meridiano magnetico e la Oz sia l'asse di rotazione del solenoide. Fino a che su quest' ultimo si esercita la sola azione magnetica terrestre, la sua posizione di equilibrio coincide colla Ox.

Sia ora collocato nel piano xz un conduttore filiforme MACN, costituito da tre porzioni rettilinee, due delle quali, AM e CN

abbiano una loro estremità sulla Ox, siano di egual lunghezza, verticali ed equidistanti da Oz; la terza porzione, AC, compresa fra di esse, sia orizzontale. Chiamisi $2a$ la lunghezza di quest'ultima e sia z la sua distanza dal piano orizzontale xy; sarà pure z la lunghezza comune alle due porzioni verticali.

Se una corrente elettrica, d'intensità costante i, attraversa il conduttore MACN, il solenoide che ne subisce l'azione acquista, fuori del meridiano magnetico, una nuova posizione OP di equilibrio stabile, la quale si può agevolmente determinare per mezzo della teoria elettrodinamica. Si osservi prima di tutto che i due poli del solenoide si trovano in analoghe condizioni per ciò che riguarda l'azione magnetica terrestre e quella esercitata su di essi dalla corrente. Perciò basterà esaminare le forze applicate in un suo polo P, trovare per ciascuna di esse la componente orizzontale e normale alla direzione OP ed avvertire che, per l'equilibrio del solenoide, è necessario e sufficiente che la somma algebrica di queste componenti sia nulla.

Designamo con l la semilunghezza OP del solenoide e con α l'angolo POx che la sua direzione fa col meridiano magnetico quando esso è in equilibrio sotto la duplice azione del magnetismo terrestre e della corrente.

Esaminiamo dapprima l'azione esercitata su P dalla porzione orizzontale AC di corrente. Un elemento di lunghezza ds, a cui appartenga il punto qualunque H, agisce sul solenoide in modo che il polo P diventa punto d'applicazione d'una forza normale al piano APH che contiene il polo stesso e l'elemento. Dalla teoria elettrodinamica si sa che l'intensità df_1 di questa forza elementare si esprime colla relazione:

$$df_1 = \frac{m\, i \operatorname{sen} \varphi}{\rho^2}\, ds\ ;$$

essendo m costante per un dato solenoide, ρ la distanza PH del polo dall'elemento agente e φ l'angolo PHA che la congiungente PH fa colla direzione dell'elemento. Quando si passi da un elemento ad un altro, delle tre variabili s, ρ e φ una sola è indipendente; esistono perciò fra di esse due relazioni distinte che si possono facilmente trovare. A quest'uopo, si parta dal punto B, situato sull'asse Oz per contare le s, cosicchè sia $BH = s$. Conducasi la PQ parallela alla corrente AC; essa sarà

la traccia, sul piano xy, del piano AHP. Conducansi ancora la BQ e la HL a questa parallela. Osservando che le lunghezze BQ e HL sono eguali, si ottiene subito:

$$\rho \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha} \; ;$$

ed essendo BH eguale alla differenza fra PQ e PL, si ha:

$$s = l \cos \alpha - \rho \cos \varphi \; .$$

Eliminando la ρ fra queste due relazioni e differenziando l'espressione di s rispetto a φ, se ne ricava:

$$d s = \sqrt{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha} \, \frac{d \varphi}{\operatorname{sen}^2 \varphi} \; .$$

Sostituendo nell'espressione generale di df_1, questa diventa:

$$d f_1 = \frac{m i}{\sqrt{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}} \operatorname{sen} \varphi \, d \varphi \; .$$

Tutte le forze df_1 esercitate su P dai singoli elementi della corrente AC sono normali al piano PAC ed hanno la stessa direzione; sarà dunque applicata in P un' azione f_1 avente pure questa direzione e l'intensità f_1 sarà espressa così:

$$f_1 = \frac{m i}{\sqrt{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \operatorname{sen} \varphi \, d \varphi \; ,$$

essendo φ_2 l'angolo ACP e φ_1 l'angolo supplementare di CAP. Ponendo: $PM = u_1$, $PN = u_2$, risultano dalla ispezione della figura le relazioni seguenti:

$$u_1 = \sqrt{a^2 + l^2 - 2 a l \cos \alpha} \; ,$$

$$u_2 = \sqrt{a^2 + l^2 + 2 a l \cos \alpha} \; ,$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{l \cos \alpha - a}{\sqrt{z^2 + u_1^2}} \; ,$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{l \cos \alpha + a}{\sqrt{z^2 + u_2^2}} \; .$$

Perciò la forza f_1 sarà in valore assoluto:

$$f_1 = \frac{m i}{\sqrt{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}} \left(\frac{a - l \cos \alpha}{\sqrt{z^2 + u_1^2}} + \frac{a + l \cos \alpha}{\sqrt{z^2 + u_2^2}} \right) .$$

Se si conduce nel piano yz la QQ' perpendicolare alla BQ, essa rappresenta appunto la direzione della forza f_1; perciò la componente di questa diretta nel piano xy sarà $f_1 \cos \overline{Q'Qy}$, la cui proiezione normale alla direzione OP del solenoide vale $f_1 . \cos \overline{Q'Qy} . \cos \alpha$. Ma si ha:

$$\cos \overline{Q'Qy} = \frac{z}{\sqrt{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}} ;$$

quindi la componente F_1 della forza f_1 tendente a far muovere il solenoide nel piano xy è in valore assoluto:

$$F_1 = m i \frac{z \cos \alpha}{z^2 + l^2 \cos^2 \alpha} \left(\frac{a - l \cos \alpha}{\sqrt{z^2 + u_1^2}} + \frac{a + l \cos \alpha}{\sqrt{z^2 + u_2^2}} \right) \ldots (1).$$

Si passi ora all' azione esercitata dalla porzione AM verticale di corrente. Un suo elemento K qualunque, di lunghezza ds, esercita in P una forza df_2 diretta normalmente al piano PAM; la sua intensità è:

$$d f_2 = \frac{m i \operatorname{sen} \theta}{\rho^2} d s ,$$

indicando qui con ρ la distanza PK e con θ l'angolo PKM. Se la variabile s si conta lungo la MA a partire dal punto M, l' esame della figura ci dà immediatamente:

$$s = \rho \cos \theta ,$$

$$s \operatorname{tang} \theta = u_2 ,$$

in virtù delle quali relazioni, l'espressione della df_2, si può scrivere:

$$d f_2 = - \frac{m i}{u_1} \operatorname{sen} \theta \, d \theta .$$

Le azioni elementari df_2 avendo tutte la stessa direzione, la

loro risultante f_2 sarà:

$$f_2 = -\frac{m\,i}{u_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}\theta\, d\theta \quad ,$$

ed infine, se si osserva che si ha: $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ pel punto M, e $\cos\theta_2 = \frac{z}{\sqrt{z^2 + u_1^2}}$ pel punto A, sarà ancora:

$$f_2 = \frac{m\,i}{u_1} \frac{z}{\sqrt{z^2 + u_1^2}} \quad .$$

La componente F_2, orizzontale e normale al solenoide, della f_2 vale $f_2 \cos \overline{OPM}$ e si ha:

$$\cos \overline{OPM} = \frac{a \cos\alpha - l}{u_1} \quad .$$

Perciò sarà:

$$F_2 = \frac{m\,i}{u_1^2} \frac{z(a\cos\alpha - l)}{\sqrt{z^2 + u_1^2}} \qquad \ldots\ldots (2).$$

Infine si esamini la seconda porzione CN di corrente verticale. Per un suo elemento qualunque R di lunghezza ds, chiamisi ancora ρ la distanza RP dal polo P e sia ω l'angolo NRP. La sua azione df_3 su P si può scrivere:

$$d f_3 = \frac{m\,i \operatorname{sen}\omega}{\rho^2} d s \quad .$$

Ponendo: $NR = s$, si scorge facilmente che fra le s, ρ, ω esistono le due relazioni:

$$s = \rho \cos\omega \quad , \qquad u_2 = s \operatorname{tang}\omega \quad ,$$

le qnali ci permettono di scrivere:

$$d f_3 = -\frac{m\,i}{u_2} \operatorname{sen}\omega\, d\omega \quad .$$

Le azioni esercitate dai singoli elementi della corrente CN essendo tutte normali al piano CPN, la loro risultante f_3 appli-

cata in P avrà pure questa direzione e sarà:

$$f_3 = -\frac{m\,i}{u_2}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \operatorname{sen}\omega\, d\omega \quad ,$$

essendo per il punto N

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} \, ,$$

e per il punto C

$$\cos\omega_2 = \frac{z}{\sqrt{z^2 + u_2^2}} \, .$$

Si avrà dunque

$$f_3 = \frac{m\,i}{u_2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + u_2^2}} \, .$$

La componente F_3 di questa, atta ad imprimere movimento al solenoide, vale $f_3 \cos\overline{NPO}$ e risulta dallo esame della figura che si ha:

$$\cos\overline{NPO} = \frac{a\cos\alpha + l}{u_2} \, .$$

Per conseguenza si può scrivere:

$$F_3 = \frac{m\,i}{u_2^2} \frac{z(a\cos\alpha + l)}{\sqrt{z^2 + u_2^2}} \qquad \ldots\ldots (3).$$

Le forze F_1, F_2, F_3 sono sempre cospiranti e, come si sa, dirette verso la destra ovvero verso la sinistra della corrente, secondo che il polo P, a cui sono applicate, tende a star rivolto verso Sud ovvero verso Nord. Però questo polo P è pure punto d'applicazione dell'azione esercitata dal magnetismo terrestre. La componente orizzontale di quest'azione può essere rappresentata da $\frac{M}{l}$, essendo M il momento magnetico del solenoide e la proiezione di questa componente sulla normale ad OP nel piano xy è $\frac{M}{l}\operatorname{sen}\alpha$, essendo quest'ultima diretta oppostamente alle forze F_1, F_2, F_3.

Infine, la condizione d'equilibrio del solenoide è rappresentata

dalla equazione:

$$F_1 + F_2 + F_3 = \frac{M}{l} \operatorname{sen} \alpha \qquad \ldots\ldots (4),$$

nella quale si possono sostituire le espressioni fornite dalle (1), (2), (3).

In un precedente lavoro (*) ebbi già occasione di studiare l'equilibrio di un solenoide sottoposto all'azione magnetica terrestre ed a quella d'una corrente elettrica. Allora però io considerava semplicemente il caso in cui agisce una corrente rettilinea ed indefinita, disposta orizzontalmente nel piano che passa per l'asse di rotazione del solenoide ed è parallelo al meridiano magnetico.

Giova qui ricordare che, in tali condizioni, l'equilibrio del solenoide presenta le tre particolarità seguenti:

1° *Esiste una certa distanza fra la corrente ed il solenoide, alla quale corrisponde una deviazione* MASSIMA *di quest' ultimo dal meridiano magnetico;*

2° *Quando la deviazione è massima, il suo seno è uguale al rapporto della distanza fra corrente e solenoide alla semilunghezza del solenoide stesso;*

3° *Quando la deviazione è massima, l'intensità della corrente è proporzionale al prodotto del seno per la tangente di tale deviazione.*

Or bene, nel caso che presentemente si considera, la corrente che agisce sul solenoide essendo costituita dalle tre porzioni MA, AC, CN, le leggi ora ricordate non sono certamente applicabili con esattezza. Tuttavia, quando la lunghezza $2a$ della porzione orizzontale fosse molto grande rispetto alla lunghezza $2l$ del solenoide, la corrente AC produrrebbe su quest'ultimo un'azione poco differente da quella che eserciterebbe se fosse indefinita, e pochissima sarebbe l'influenza dovuta alle porzioni MA e CN a cagione della lontananza loro dallo stesso solenoide. Per conse-

(*) *Sulla deviazione massima dell'ago calamitato sotto l'azione della corrente elettrica;* Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, serie II, tom. XXVI

guenza, ogni qualvolta si renda abbastanza piccolo il rapporto $\frac{l}{a}$, esiste, anche nel caso che ora si studia, un valor massimo per la deviazione del solenoide, e la distanza z, che gli corrisponde, differisce assai poco dalla quantità $l \operatorname{sen} \alpha$ a cui sarebbe rigorosamente eguale, quando agisse una sola corrente orizzontale indefinita.

Perciò si potrà svolgere ciascuna delle espressioni (1), (2) e (3) in forma di serie ordinata secondo le potenze ascendenti di $\frac{l}{a}$ e di $\frac{z}{a}$; questi due rapporti essendo assai piccoli, si potranno, senza grave errore, trascurare in ogni serie i termini che ne contengono le potenze superiori alla seconda. Si ottengono a questo modo le seguenti espressioni approssimate:

$$F_1 = \frac{2miz\cos\alpha}{z^2 + l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}\left(1 - \frac{z^2 + l^2\operatorname{sen}^2\alpha}{2a^2}\right) ;$$

$$F_2 = \frac{miz(a\cos\alpha - l)}{a^3} ;$$

$$F_3 = \frac{miz(a\cos\alpha + l)}{a^3} .$$

L'equazione (4) esprimente la condizione d'equilibrio del solenoide ora diventa:

$$\frac{2miz\cos\alpha}{z^2 + l^2\operatorname{sen}^2\alpha} + \frac{miz\cos\alpha}{a^2} - \frac{M}{l}\operatorname{sen}\alpha = 0 ;$$

ovvero, ponendo per brevità: $\frac{2mi}{M} = q$;

$$qlz\left(\frac{1}{z^2 + l^2\operatorname{sen}^2\alpha} + \frac{1}{2a^2}\right) = \operatorname{tang}\alpha \qquad \ldots\ldots (5).$$

Quando la deviazione è massima, la derivata dell'angolo α rispetto alla distanza z è nulla; differenziando adunque la (5) e tenendo conto di questa condizione, si ottiene:

$$\frac{l^2\operatorname{sen}^2\alpha - z^2}{(l^2\operatorname{sen}^2\alpha + z^2)^2} + \frac{1}{2a^2} = 0 .$$

Questa equazione si può pur mettere sotto la forma:

$$\frac{z^4}{a^4}-\frac{2z^2}{a^2}\left(1-\frac{l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{a^2}\right)+\frac{2\,l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{a^2}+\frac{l^4 \operatorname{sen}^4\alpha}{a^4}=0 \quad \ldots(6).$$

Risolvendo quest'equazione rispetto a $\frac{z^2}{a^2}$, si scorge subito che il massimo della deviazione corrisponde a quella delle due radici, per cui si assume il radicale come negativo e si ottiene: $z = l \operatorname{sen}\alpha$. Allo stesso risultato si giunge immediatamente trascurando nella equazione (6), in virtù delle considerazioni fatte dianzi, i termini

$$\frac{z^4}{a^4}, \quad \frac{z^2 l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{a^4} \quad \text{e} \quad \frac{l^4 \operatorname{sen}^4\alpha}{a^4}.$$

Si sostituisca nella (5) a z il valore $l \operatorname{sen}\alpha$ ora trovato; si ha:

$$q\left(1+\frac{l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{a^2}\right)=2 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{tang}\alpha\,;$$

donde, per approssimazione:

$$q=2 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{tang}\alpha\left(1-\frac{l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{a^2}\right).$$

E ricordando che q vale $\frac{2mi}{\mathrm{M}}$, si ha ancora:

$$i=\frac{M}{m} \operatorname{sen}\alpha \operatorname{tang}\alpha\left(1-\frac{l^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{a^2}\right) \quad \ldots(7).$$

Dal semplice studio ora eseguito scaturisce un' applicazione che può essere di qualche importanza. Sul fenomeno della deviazione massima che sono atte ad imprimere ad un solenoide (o ad un ago calamitato) le correnti elettriche, si può fondare un procedimento per la misura delle intensità di queste correnti. Il conduttore filiforme precedentemente studiato, formato delle tre parti rettilinee MA, AC, AN giacenti nel meridiano magnetico, s'immagini costituito in maniera che la porzione AC compresa fra le altre due si possa far muovere parallelamente a se stessa nel suo piano verticale, variando così la sua distanza z dal solenoide od ago, la quale è pure lunghezza comune alle due porzioni verticali MA e CN. Quando questo conduttore venga

attraversato da una corrente elettrica e perciò rimova l'ago dal meridiano magnetico, si potrà innalzare od abbassare la porzione AC di conduttore, fino a che veggasi raggiunta la massima deviazione α. Allora l'intensità i della corrente impiegata si calcolerà ricorrendo alla formola (7), nella quale le quantità $\frac{M}{m}$ e $\frac{l^2}{a^2}$ sono sensibilmente costanti, se si adopera sempre lo stesso ago e la stessa lunghezza $2a$ del conduttore mobile.

Spero di potere, in una prossima comunicazione, sviluppare più ampiamente il concetto ora appena adombrato, e fors' anche presentare costruito un apparato reometrico, mercè cui la misura delle correnti elettriche di notevole intensità si possa ottenere con operazioni molto semplici e spedite.

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA presenta alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico, di cui è Direttore, colle parole seguenti:

Presento all'Accademia, per l'annessione agli *Atti*, in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* dell'ultimo trimestre dell'anno passato, coi rispettivi riassunti e diagrammi mensili, state redatte dall'Assistente Prof. Angelo CHARRIER.

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI
fatte nel mese di Ottobre.

La media delle altezze barometriche osservate nel mese è 34,89; media inferiore a quella di Ottobre degli ultimi quindici anni di mm. 2,65.

Il seguente quadro contiene i valori minimi e massimi dell'altezza barometrica.

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
4	31,28	7	44,22
15	32,07	17	42,60
21	27,25	22	33,96
25	25,02	27	36,59
31	28,80		

La media delle temperature è di 10°,7, inferiore di 2°,3 alla media di Ottobre degli ultimi quindici anni. — I valori estremi sono 2°,1 e 17°,5, che si ebbero nei giorni 18, il primo; 12, il secondo.

Quattordici furono i giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 32,10.

Il seguente quadro dà la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
8	26	16	7	4	0	0	2	15	7	15	1	5	0	3	6

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Novembre.

La pressione barometrica in questo mese ha per media 43°, 59, valore che supera di mm. 7, 28 la media di Novembre degli ultimi quindici anni.

Le oscillazioni della pressione barometrica non furono numerose, ma quasi tutte di ampiezza ragguardevole. Il quadro seguente racchiude i valori estremi:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
5	50,94	8	35,61
9	46,02	18	38,24
19	50,19	23	45,43
24	49,58	28	36,09.

La temperatura variò fra + 15°, 0 (massima del giorno 8) e — 0°, 2 (minima del giorno 22); il suo valor medio + 6°, 8 supera di 0°, 6 il valor medio di Novembre degli ultimi quindici anni.

Si ebbero sette giorni con pioggia, e l'acqua raccolta raggiunse l'altezza di mm. 66,35.

La frequenza dei venti è data dal seguente quadro:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
3	12	7	0	2	0	2	0	11	26	28	2	6	0	1	4.

Anno XVI **1881**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Dicembre.

La media delle pressioni barometriche registrate in questo mese 40, 80 supera di mm. 3, 86 la media di Dicembre degli ultimi quindici anni.

Il quadro seguente contiene i massimi ed i minimi della pressione:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
6	48,00	11	29,69
14	44,38	20	28,45
27	54,34		

La temperatura in questo mese ha per valor medio 2°, 6, superiore di 0°, 6 al valor medio di Dicembre degli ultimi quindici anni.

I valori estremi sono + 11°, 0 e — 3°, 0; si ebbe il primo nel giorno 21, il secondo nei giorni 26 e 27.

Si ebbe pioggia in sette giorni e neve in uno solo; l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 36, 85.

La seguente tabella dà la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	8	5	2	3	0	0	3	6	15	27	8	4	0	2	2

Le *Osservazioni meteorologiche* sopra accennate vedranno la luce nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Febbraio 1882.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Febbraio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Cav. Vincenzo Promis legge la seguente

COMMEMORAZIONE

ADRIANO DE LONGPÉRIER

MEMBRO DELL'ISTITUTO DI FRANCIA

SOCIO ESTERO DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE.

Di antico e dovizioso casato della città di Meaux nacque a Parigi li 16 settembre 1816 Enrico Adriano Prévost de Longpérier. L'educazione che ebbe sin da ragazzo fu quale si conveniva alla posizione sociale della sua famiglia. Gli studi seri accoppiandosi a quelli ameni valsero ad incamminarlo per quella strada che seguì poi costantemente per oltre mezzo secolo. Poche monete avute in dono da' suoi parenti svilupparono in lui quel-l'amore per la numismatica che doveva durare vivo sino agli ultimi suoi anni; ma al tempo stesso dimostrò inclinazione pel disegno e pei monumenti antichi, in previsione quasi degli studi che avrebbero in seguito reso illustre il suo nome. Cresciuto in età ricevette una seria educazione classica é scientifica, la quale lo pose in grado di dedicarsi con ogni cura a studi speciali onde venir ammesso alla scuola Politecnica; una grave malattia però che lo incolse quando contava diciott'anni fu causa che non potè presentarsi agli esami, ai quali si preparava con ardore e costanza. Questa circostanza ebbe un'influenza decisiva sull'avvenire del Longpérier.

Rinunziando alla carriera militare, con maggiore passione di prima attese alla già importante sua collezione numismatica, e per ciò studiò pure profondamente la storia, la cronologia e la geografia antica e medioevale. Per lo stretto vincolo che tra loro hanno questi studi, dovette pure occuparsi di epigrafia e di archeologia figurata, arricchendo così la ancor giovane sua intelligenza di quanto spesso non trovasi in un provetto erudito. In relazione coi dotti della sua epoca, che ne stimavano già allora altamente il sapere, egli pensava tutto ciò non essere per lui che un passatempo, mentre doveva fra poco diventare lo scopo e l'obbiettivo di tutta la sua vita.

Stabilitosi definitivamente a Parigi, nel 1835 ottenne di venir applicato a quella Biblioteca reale, e nell'anno susseguente era addetto all'annessovi Gabinetto delle medaglie. Trovandosi nel vero campo de' suoi studi, sviluppò in modo sorprendente le sue già vaste cognizioni, ed acquistò una giustezza d'intuizione quale in pochissimi si trova, e che s'accrebbe poi sempre in lui in seguito con grande profitto degli studiosi, verso i quali ognora mostrossi largo di consigli e di schiarimenti.

Prima a riconoscere i meriti del giovane Longpérier si fu la Società degli Antiquari di Francia, che appena ventenne lo ascrisse al suo Corpo, ed in lui trovò un valido, operoso ed intelligente collaboratore. I suoi scritti ed il suo reale valore numismatico ed archeologico valsero a fargli salire in pochi anni i primi gradi nella Direzione del Museo. Rivolse allora i suoi sguardi verso una parte della scienza nummaria ancora a' suoi tempi poco nota e che presentava tuttora serie difficoltà pella classificazione esatta delle monete che si riferivano, vo' dire la numismatica orientale. Il Longpérier vi si applicò di proposito, ed a distanza di men di quattro lustri, nel 1840 e 1857, pubblicò due preziose memorie sulle monete dei re Sassanidi di Persia, e sulla cronologia ed iconografia degli Arsacidi (1). Per riescire a tali risultati, che gli procurarono successivamente due premi dall'Istituto di Francia, egli dovette applicarsi allo studio dell'arabo, dell'ebraico, del turco e del persiano che gli appia-

(1) Essai sur les médailles des Rois Perses de la dynastie des Sassanides. Paris, 1840.

Mémoires sur la chronologie et l'iconographie des Rois Parthes Arsacides. Paris, 1857.

narono la via a quello del pehlvi necessario per la spiegazione delle leggende delle monete dei Sassanidi. Non tralasciò tuttavia la numismatica antica e la medioevale, e prova ne sia il catalogo delle monete greche della collezione Dassy e quello delle francesi del sig. Rousseau, nel quale sotto questo modesto titolo ci si presenta uno studio accurato e profondo con osservazioni originali affatto sulle monete galliche, merovingiche e carolingiche (1). In quegli anni già collaborava attivamente alla *Revue Numismatique*, di cui nel 1856 assumeva la direzione col dotto suo amico e collega Barone De Witte. Nei volumi che da quell'epoca uscirono sino al 1874 numerosi ed importanti sono gli articoli che portano la firma del nostro autore, e tali da collocarlo tra i primi numismatici del nostro secolo.

Dodici anni rimase il Longpérier al Gabinetto delle medaglie, quando il Museo del Louvre essendosi arricchito di una classe di monumenti affatto nuovi per le celebri scoperte del nostro Botta a Ninive ed altre susseguenti, sulla raccomandazione speciale del Letronne e del Clarac fu nominato nel 1847 conservatore aggiunto al Museo stesso. Incaricato della classificazione ed ordinamento di questi preziosi avanzi di una remota civiltà, si pose ad uno studio di raffronto di tali monumenti coi cilindri scritti e coi cimelii di identica origine che già esistevano nel Medagliere, e ne trasse deduzioni affatto nuove ed ingegnose, che pubblicò nel 1848 in una sua notizia sulla galleria assira del Louvre posteriormente ristampata (2). Queste sue ricerche lo condussero ad un altro risultato: riuscì cioè per il primo a spiegare in modo soddisfacente alcuni caratteri cuneiformi, aprendo la strada ai numerosi dotti che in seguito si occuparono dell'idioma assiro.

Ad altri studi dovette il nostro Collega applicarsi, susseguiti come al solito da un nuovo importante scritto, quando si adattò nel medesimo museo del Louvre una sala per le antichità del

---

(1) Notice des monnaies françaises composant la collection de Mr. J. Rousseau, accompagnée d'indications historiques et géographiques, et précédée de considérations sur l'étude de la numismatique française. Paris, 1847.

(2) Notices des antiquités Assyriennes, Babyloniennes, Perses etc. exposées dans les galeries du Louvre. Paris, 1854.

Notice sur les monuments antiques de l'Asie nouvellement entrés au Musée du Louvre. Paris, 1855.

Messico e del Perù, preziose ricchezze aggiunte alle moltissime altre già ivi conservate (1).

Nel 1848 fu nominato Conservatore dei monumenti antichi. Con tale nomina si accrebbero le sue attribuzioni del pari che la sua attività; e se non lunghe, furono però numerose le memorie da lui redatte su una parte od un'altra delle ricchezze affidate alla sua direzione sino a quando, poco prima della Campagna del 1870, dopo lunga ed operosa carriera si ritirava ad onorato riposo. Tra questi scritti piacemi fare speciale menzione della tuttora incompleta illustrazione del Museo Napoleone III costituito dalla parte di quello ben noto del Marchese Campana, di Roma, passata a Parigi nel 1861 (2).

Gran parte del suo tempo dedicava il Longpérier ai Musei nei quali aveva trascorsi più di vent' anni della sua esistenza, ma dotato di grandissima intelligenza, eragli possibile spaziare al tempo stesso nel vasto campo di studi diversi.

Quindi, mentre lo vediamo illustrare le varie parti del Museo del Louvre, egli dirige, come già dissi, col De Witte dal 1856 al 1874 la *Revue Numismatique* e vi inserisce numerosi e pregevoli articoli; scrive per riviste numismatiche italiane ed inglesi; collabora all'*Athenaeum français* che ebbe troppo breve vita; dà memorie alla *Revue Orientale*, al *Journal Asiatique*, alla *Revue Archéologique*, alla *Gazette Archéologique*, e finalmente al *Journal des Savants* di cui fu scelto a redattore nel 1874.

Nel 1854 l'Istituto di Francia lo acclamava a suo Socio nella Classe di Iscrizioni e Belle Lettere, e ne fu membro attivissimo; fu chiamato a far parte di moltissime sue commissioni, fra le quali precipua quella per la pubblicazione del *Corpus Inscriptionum Semiticarum*, e quando due anni or sono il De Saulcy Presidente della medesima cessava di vivere, il Longpérier era scelto dai suoi Colleghi a succedergli. Suo incarico speciale era di attendere coll'illustre Waddington alla edizione del volume relativo alla Numismatica, ma gliene mancò il tempo.

Ebbe parte importante nella Commissione pell'esposizione universale di Parigi del 1867, e dieci anni dopo, sebbene la sua salute si fosse d'assai affievolita, non dubitò di accettare l'ono-

(1) Notice des monuments exposés dans la salle des antiquités américaines (Mexique et Pérou) au Musée du Louvre. Paris, 1850.

(2) Musée Napoléon III. Paris.

revole incarico di dirigere la esposizione retrospettiva del Trocadero che ebbe un magnifico esito. In tale faticosa opera ebbe la coadiuvazione del suo allievo ed amico sig. Gustavo Schlumberger, ben noto agli studiosi pella grandiosa sua pubblicazione sulla Numismatica dell'Oriente Latino. Il Governo attestava al Longpérier la sua soddisfazione conferendogli la Commenda della Legione d'Onore.

I meriti del nostro Collega riconosciuti nel suo paese, non erano però rimasti ignoti nelle altre parti della dotta Europa, e la Germania, l'Inghilterra, la Russia, la Spagna, i Paesi Bassi, la Grecia, il Portogallo, la Turchia gli accordavano onorifici attestati aggregandolo alle principali loro Accademie o conferendogli decorazioni. Ma ultima non veniva l'Italia. Già Membro della R. Accademia dei Lincei e di quell'Istituto di Corrispondenza Archeologica che sebbene Germanico siede in Roma, nel 1879 la nostra Accademia delle Scienze lo eleggeva a suo Socio Straniero. Tale nomina gli riesciva gradita in modo affatto speciale, e non credo poterne dar miglior prova che riportando uno squarcio di lettera della Signora Maria De Longpérier, figlia dell'illustre estinto, con cui mi inviava molte importanti notizie sul suo Genitore: « les témoignages d'estime qu'il reçut de l'étranger, » lui furent toujours très-précieux, et la *bonne ville de Turin*, » comme il l'appelait, et son Académie des Sciences, tinrent une » grande place dans ses affections ».

Alieno dalla politica per naturale inclinazione e pel genere di occupazioni alle quali erasi dedicato, non fu però insensibile alle gioie ed ai dolori del suo paese. Sopravvisse a molti de' suoi amici e corrispondenti, che in lui riconoscevano strettamente collegate la bontà d'animo e la dottrina, ma ebbe la soddisfazione di sentirsi chiamar maestro da molti odierni cultori delle sue scienze predilette. Gli ultimi anni, durante i quali vedeva le sue forze affievolirsi ognora più li passò fra gli studi cui sempre attese, e sorretto dall'affezione della sua famiglia e da quella religione che lo aveva sostenuto nei travagli della vita e doveva recargli conforto negli estremi suoi momenti. Morte immatura lo colpì li 11 Gennaio del corrente 1882, lasciando immenso desiderio di sè in quanti lo conobbero.

Nell' adunanza dell' 8 Gennaio furono eletti Soci Nazionali residenti i signori Cav. Cesare NANI, Professore di Storia del Diritto nella R. Università, e Dott. Giambattista BARCO, Professore nel R. Ginnasio *Gioberti* di Torino. Queste elezioni vennero approvate con Reale Decreto in data del 26 Gennaio 1882.

In questa adunanza la Classe elesse a *Corrispondenti* i signori Francesco BONATELLI, Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di Padova, Conte Paolo RIANT, dell' Istituto di Francia, e Giorgio CURTIUS, Professore di Filologia greca nell' Università di Lipsia.

Adunanza del 19 Febbraio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Cav. Ermanno FERRERO legge i seguenti cenni

INTORNO AD UNA

ISCRIZIONE CLASSIARIA

SCOPERTA A CASTELVOLTURNO.

Negli spogli, ch'io son solito di fare per raccogliere le epigrafi classiarie, le quali vengono alla luce, affine di aggiungerle alla collezione riunita nel mio lavoro intorno all'*ordinamento delle armate romane*, ho trovato un'iscrizione, che parmi degna di essere particolarmente notata. Essa è scolpita in una base marmorea, rotta nella parte inferiore, che nella superficie piana della parte superiore mostra ancora uno de' fori, in cui era infissa e saldata la statua del personaggio, a cui la epigrafe fu dedicata. Questa base fu scoperta a Castelvolturno presso Capua, scavandosi le fondamenta del palazzo municipale, e fu trasportata nel museo Campano con altri monumenti precedentemente rinvenuti in quel luogo.

Comunicata al ch. senatore Fiorelli, fu da lui inserita nelle notizie degli scavi del regno presentate all'Accademia de' Lincei (1). Fu pure comunicata alla Commissione conservatrice dei monumenti di antichità e belle arti per la provincia di Terra di Lavoro, nella tornata del 15 di giugno 1880, e pubblicata negli atti verbali di questa Commissione dal segretario, cav. D. Gabriele Jannelli, il quale con premurosa cortesia soddisfece al mio desiderio di avere un calco dell'epigrafe, che ho riprodotto nella tav. VIII ($^1/_4$ dal vero).

(1) *Not. degli scavi*, 1880 (ottobre), p. 392.

in latere dextero: urceus

C · IVLIO · C · F
· FAL·M A G N O
NAVARC · PRINC
CLAS · PR · MISEN
ADLEC · IN · ORD · DECVR
ET · INTER · II · VIRALE··
DECRET · DECVR · P · P
MVNIC · REVERE··
CVIVS . DEDI·····
DECVRION·······
HS ·'V

in latere sinistro:

DEDIC . PR . IDVS · A\
SATVRNINO · ET·····
CVRANT · Q · SERVILI · ·
TI · CL PHILE

patera

Questo marmo ha una duplice importanza. In primo luogo perchè è dedicato ad un personaggio, che fu navarco e principe nell'armata di Miseno, rara essendo nella romana epigrafia la menzione de' navarchi, ancor più rara quella de' principi classiarii. I primi in fatti non sono rammentati se non in otto iscrizioni, delle quali sette sono comprese nel mio lavoro (1), e l'ottava fu scoperta dopo la pubblicazione di esso (2); e i principi occorrono solamente in quattro epigrafi (3). Alla congettura che nei principi sianvi da scorgere navarchi assunti a tal grado, noto fra quelli de' centurioni nella milizia terrestre, la nuova epigrafe porge sussidio; ma però da sola non basta ad indicare ciò, che si può col confronto di altre lapidi ammettere, che i principi nell'armata fossero superiori di grado ai semplici navarchi (4).

(1) N. 31, 34, 36, 37, 38 per l'armata di Miseno, e n. 372 per quella di Ravenna.

(2) È scolpita in una fronte di sarcofago scoperta a Roma nel palazzo delle Finanze (*Not. degli scavi*, 1879 (ottobre), p. 26; LANCIANI nel *Bull. della comm. arch. com. di Roma*, 1880, p. 26, n. 188; *Ephem. epigr.*, IV, p. 342, n. 922). Appartiene ad un *Thiasus Valerius Verus*, il quale è indicato come *bis navarcus clasis pretorio Mesenatium* (sic). È notevole l'età giovanile del navarco, morto di soli ventiquattro anni, come pure la espressione *bis navarc(h)us*. Questa non è nuova, trovandosi già, giusta la lezione del Fiorelli, in una lapide del museo di Napoli (n. 36 della mia collezione). Il MOMMSEN (*I. R. N.*, n. 2663) invece di *bis* aveva scorto le lettere *o n b*, di cui le due ultime in monogramma. Io aveva dubitato che nel *bis* si celasse [*cl. pr.*] (*M*)*is*; se non che la lapide romana conferma ora la lettura della napolitana.

(3) *Cl. Mis.*, n. 35, 58, 335; *Cl. Rav.*, n. 372.

(4) *Armate*, p. 34 e segg.

Stimo inoltre meritevole di nota quest'epigrafe perchè in essa abbiamo indicato un navarco col grado di principe ascritto nell'ordine dei decurioni, anzi fra i duumvirali di *Volturnum*. Se non mancano nelle lapidi esempii di centurioni dell'esercito inscritti nell'ordine decurionale, questa però è la prima iscrizione, che ci porga sì fatto esempio per la marineria. Pertanto essa può sino a un certo punto corroborare la congettura dall'Henzen accettata (1), verso la quale inclinai pure nel mio lavoro (2), che il *tertius ordo*, il quale da una mutila iscrizione scoperta a Baia è ricordato essere stato aggiunto da Marco Aurelio e Lucio Vero al grado o alle insegne di centurione, onde già erano stati da Antonino Pio decorati i navarchi e i trierarchi dell'armata di Miseno, debba spiegarsi per l'ordine dei decurioni municipali, intendendosi rispettivamente per primo e secondo ordine il senatorio e l'equestre di Roma. Nella epigrafe di Castelvolturno abbiamo un esempio di *adlectio inter decuriones* di un ufficiale dell'armata di grado uguale al centurionato fatta, secondo il solito, dallo stesso ordine decurionale; ma ciò non basta per sostenere la congettura riferita sull'interpretazione del marmo di Baia; è mestieri ricordare Ottaviano, il quale, dopo avere sconfitto Sesto Pompeo, promise ai suoi centurioni di ascriverli fra i decurioni dei rispettivi loro municipii (3).

La rottura del marmo nel lato sinistro ci toglie di poter leggere il nome del console collega del Saturnino quivi menzionato. Parecchi consoli col cognome Saturnino tennero i fasci nell'età imperiale. Cominciamo con l'escludere quelli anteriori all'anno 71, ultimo anno, in cui possiamo con certezza stabilire che le armate di Miseno e di Ravenna non avevano ancora ricevuto il titolo di pretoria, nella nostra epigrafe dato alla misenense. Escludiamo Lucio Volusio Saturnino, console nell'87, e Quinto Volusio Saturnino, console nel 92, che deposero i fasci prima dell'agosto, il cui giorno quattordicesimo è segnato nel nostro marmo, e non teniamo conto del Saturnino, console nel 264 con Gallieno, chè oltre alla forma dei caratteri, i quali non possono appartenere a tale secolo, è ancora da notare come il nome imperiale avrebbe preceduto quello del collega nel consolare ufficio.

---

(1) *Bull. dell'Inst.*, 1851, p. 174 e segg. Lo stesso in ORELLI, III, n. 6874.
(2) Pag. 38.
(3) DIONE CASSIO, XLIX, 14.

Rimangono pertanto Marco Lollio Paullino Valerio Asiatico Saturnino, console dopo il 13 di luglio 93 con Caio Anzio Quadrato; P(ompeo?) Saturnino con (Autronio?) Mamilliano nel 103, Saturnino con Gallo nel 198, i quali ultimi due personaggi sono generalmente, ma senza niuna autorità, in liste di consoli chiamati Tiberio Aterio Saturnino e Caio Annio Trebonio Gallo (1). Nella lapide, dopo le parole SATVRNINO ET mi pare di scorgere una leggera traccia di una lettera formata da una linea curva. È la iniziale del cognome Quadrato o del cognome Gallo? Appartiene la iscrizione al 93 o al 198? Ecco ciò che non ci è dato di conoscere, e che pur sarebbe importante di sapere. Giacchè se la lapide spettasse al 93, noi potremmo tra il 71 e quest'anno restringere lo spazio di tempo, durante il quale il titolo di pretoria s'introdusse a designare le armate d'Italia, mentre ora tale spazio corre dal 71 al 127, e potremmo quindi respingere la ipotesi del Vernazza che verso il 103 la denominazione di pretoria fosse data da Traiano all'armata misenense ed alla ravennate (2).

La forma elegante dei caratteri ci avvicinerebbe forse di più alla fine del secolo primo che non a quella del secondo, ma su tale fragile base non oso appoggiarmi, e lamento che un malaugurato guasto c'impedisca di soddisfare alla nostra curiosità e di apprendere probabilmente una notizia utile per la storia della romana marineria.

---

(1) Un Lucio Antonio Saturnino avrebbe tenuto l'ufficio consolare, secondo una congettura del Borghesi, dopo il 20 di luglio 82. Cf. Klein *Fasti consulares inde a Caesaris nece usque ad imperium Diocletiani*, Lipsiae, 1881, p. 47.

(2) Vedi *Armate*, p. 65.

Il Socio Comm. Luigi SCHIAPARELLI continua la lettura della sua Memoria

SULLE ORIGINI

DELLA

STORIA ROMANA

DEI PRIMI SECOLI DELLA CITTÀ

SOMMARIO. — § I. *Opinioni diverse sulle origini della Storia dei primi secoli di Roma.* — § II. *Teoria di G. Perizonio e di G. Niebuhr.* — § III. *Parte di vero nelle medesime.* — §§ IV e V. *Induzioni erronee di Niebuhr, e le sue supposte epopee nazionali.* — § VI. *Piccola attitudine dei Romani alla poesia.* — § VII. *Classificazione cronologica di quelle epopee e supposto spirito antipatrizio delle medesime, secondo Niebuhr.* — § VIII. *Quella teoria manca di fondamento.* — §§ IX e X. *Prosa e poesia sono due cose ben distinte; e l'indole poetica di uno o più fatti non costituisce la poesia, e tanto meno un'epopea.* — § XI. *Niuno scrittore antico ricorda somiglianti epopee, o una sola reliquia delle medesime.* — § XII. *I Romani non ebbero poesia epica anteriore a Nevio ed Ennio. Conclusione sulla teoria di Perizonio e di Niebuhr.*

§ I. Nel chiudere le mie letture sul grado di credibilità della storia romana dei primi secoli della città (1), io accennava alla gravissima quistione dell'origine della medesima, che mi propongo ora di prendere in esame e sottoporre al giudizio del pubblico. Nè perciò io temo la taccia di intempestivo indagatore di cose e di fatti da noi troppo lontani. Poichè le memorie di Roma eccitarono in ogni tempo l'attenzione dei dotti di tutto il mondo

(1) V. i volumi XVI e XVII degli *Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino* negli anni 1881 e 82; e la monografia « *Tre letture sul grado di credibilità della storia di Roma nei primi secoli della città*, Torino, 1881, presso E. Loescher. *Atti*, vol. XVII cit., p. 176.

civile, e da che l'eterna città tornò ad essere la capitale dell'Italia, omai intieramente riunita in un unico regno per più di nove decimi, ogni nuova accurata ricerca, relativa alla sua storia, si può considerare come fornita di tutto il prestigio dell'attualità. La quistione sulle origini della storia tradizionale di Roma, quale troviamo negli antichi annalisti e negli storici latini e greci del periodo della maggiore coltura del popolo romano, fu più d'una volta trattata da potenti ingegni, con teorie e conclusioni diverse, talora affatto contrarie, e non accettate, non dirò dall'universale, ma neppure dalla grande maggioranza dei dotti, che di quella controversia in alcun modo si occuparono; e delle quali, due ci paiono principali, come quelle che si presentano coll'aspetto di veri sistemi, e che, considerata la gravità delle affermazioni e l'autorità dei loro autori, mi sembrano meritevoli di essere singolarmente discusse in distinte letture, riservandomi a proporne una terza io medesimo, che mi pare meglio corrispondere alla soluzione del quesito sovra enunciato.

§ II. La prima è rappresentata specialmente da *Giorgio Niebuhr*, il cui nome è omai inseparabile dai progressi fatti nel presente secolo nello studio della romana antichità, malgrado i suoi non sempre lievi difetti in molti particolari (1). Secondo questo storico e profondo critico, la storia di Roma derivò dai *canti poetici popolari*, passati di generazione in generazione ed ordinati in forma di poesia epica, anzi di vere epopee fra l'invasione gallica, e la prima guerra punica (365-490 di R.), e dalle *nenie* che si cantavano nelle esequie dei grandi personaggi, e si conservavano nelle famiglie illustri (2).

Questa opinione di Niebuhr non era veramente nuova, essendo già stata proposta in termini moderati da *Giacomo Perizonio*, del secolo XVII (3), il primo dei critici moderni, veramente degno di questo nome, della storia tradizionale di Roma, che esaminò con un sistema ugualmente lontano dallo spirito di scetticismo e di cieca credulità. Egli già supponeva, che la storia tradizio-

(1) *Storia romana di G. Niebuhr*, traduzione francese di GOLBERY, Bruxelles, 1830-42, vol. I, p. 203-242, e specialmente a pag. 236.

(2) *Tre letture, ecc.*, pag. 844, vol. XVI degli *Atti*.

(3) *Animadversiones historicae* JACOBI PERIZONII, Amstelodami, 1685 e *Dissertatio de Historia Romuli et romanae urbis origine — Oratio de fide historicorum*, in cui si occupa specialmente della storia romana, ecc.

nale di Roma dovesse la sua origine alla popolare poesia, e confortava la sua opinione coll'esempio dei popoli antichi e moderni, le cui storiche tradizioni, anteriori all'uso della scrittura, o almeno ai tempi, in cui la scrittura cominciò ad entrare nella consuetudine ordinaria delle classi più colte, sono essenzialmente rappresentate e conservate nei canti popolari. A questo concetto accostavasi anche *Bayle*, con piccola differenza: e siccome Perizonio la appoggiava ai canti popolari nei festini privati, così Bayle alle grandi solennità pubbliche, supponendo che la maggior parte delle antiche favole derivassero dalla consuetudine di far lodare gli illustri trapassati nel giorno in cui festeggiavasi la loro memoria, e di conservare quelli di quei canti che erano giudicati più belli, finchè finirono per essere considerati come vera storia (1). Ma Niebuhr ampliò, esagerò e spinse fino alle ultime conseguenze la teoria di Perizonio e la supposizione di Bayle, considerando come poesia ed elementi poetici non solo i canti popolari e le tradizioni in versi, trasformate poscia a suo avviso in poemi e canti epici di lunga mole; ma quelle composizioni eziandio, che per loro natura presentavano indole poetica nell'intrinseco, benchè mancasse la forma estrinseca della poesia, che è il metro o la misura del verso (2).

§ III. In questi termini l'opinione di Niebuhr vestiva l'apparenza di un nuovo sistema, a cui la fama dell'autore e della sua scuola dava grande autorità, benchè non mancassero e non manchino oppugnatori di grido fra i cultori della romana antichità (3). Concorsero a rendere credibile quella teoria infra gli altri, *Federigo Schlegel*, *Creuzer*, *Arnold* e *Macaulay*, mentre la combatterono aspramente *Guglielmo Schlegel*, *Wachsmuth*, *Boeck*, *Lachmann*, *Capei*, *Cornewall*, *Lewis*, *Schwegler* ed altri critici non meno dotti nella classica letteratura.

Che nella teoria di Niebuhr siavi una parte di vero è un fatto incontestabile; e l'esistenza nei primi secoli di Roma di canti popolari, i quali contenevano le lodi di illustri trapassati e dei

(1) *Dizionario storico e critico*, alla nota B della parola Tanaquilla. Rotterdam 1720-1740.

(2) NIEBUHR, vol. I, p. 241.

(3) SCHWEGLER, *Römische Geschichte*, 1853-58 — TUBINGEN, vol. I, pagine 53-54; CORNEWALL-LEWIS, *An enquiry into the credibility of the early roman history*. London, 1855, e Hannover, 1858 nella traduzione tedesca, volume I, pagine 207, 208 e 220.

grandi loro fatti è affermata da parecchi illustri scrittori dell'antichità romana in termini così espliciti che la critica più esigente non può negarla. Di fatto, *Cicerone*, per ben due volte nelle discussioni tusculane (1) ed una nel *Bruto* reca su questo punto la testimonianza di *Catone* nel libro delle *origini*, la quale recisamente la conferma. Anche *Varrone* accenna chiaramente a quell'antica costumanza, quantunque differisca nei particolari e assegni quell'uffizio nei conviti a giovinetti, che Catone attribuiva a tutti i convitati per turno (2). *Orazio* stesso ci informa, che la memoria di quell'antica consuetudine rimaneva ancora a' suoi tempi, alla quale si augura che si ritornerà dai Romani per celebrare la pace, ridonata al mondo da Augusto (3). Nè diversamente si esprime *Valerio Massimo*, il quale però assegna quel compito ai più attempati del banchetto, affinchè il ricordo degli illustri trapassati servisse di incitamento ai giovani ad imitarli (4). Una somigliante usanza di ricordare le virtù e i fatti gloriosi dei maggiori, accompagnando il canto col suono di musicali strumenti, era poi anche molto antica a Roma; e nella tradizione, ricordata da Cicerone e da Quintiliano (5), facevasi ascendere fino ai tempi di Numa. A queste indicazioni aggiunge Niebuhr le *nenie* che si cantavano nei mortorii, nella parte che riguardavano le gesta valo-

---

(1) « Sero igitur a nostris poëtae vel cogniti vel recepti; quamquam est in *originibus* solitos esse in epulis canere e convivas ad tibicinem de clarorum hominum virtutibus ». *Tuscul.* disput. 1, 2 e 3. E nello stesso libro ripete la stessa cosa in altri termini: « Gravissimus auctor in *originibus dixit Cato*, morem apud majores hunc epularum fuisse, ut deinceps *(per turno)* qui accumberent canerent ad tibicinem clarorum virorum laudes atque virtutes », lib. IV, 2 e 3. Riconferma quella consuetudine anche nel *Brutus, sive de claris oratoribus:* « Utinam extarent illa carmina, quae multis saeculis ante suam aetatem in epulis esse cantitatum a singulis convivis de clarorum virorum laudibus in originibus scriptum reliquit Cato », §§ 18 e 19.

(2) « In conviviis pueri modesti *(aderant)* ut cantarent carmina antiqua, in quibus laudes erant majorum, et assa voce et cum tibicine ». Apud NONNIUM GRAMMATICUM, alla parola *assa voce.*

(3) « Nosque et profestis lucibus, et sacris -- Inter jocosi munera liberi — Cum prole, matronis que nostris — ... Virtute functos more patrum duces — Lydis remixto carmine tibiis — Trojamque et Anchisen, et Almae -- Progeniem Veneris canemus ». — Lib. IV, Od. XV.

(4) « Majores natu in conviviis ad tibias egregia superiorum opera carmine comprehensa pangebant, quo ad ea imitanda juventutem alacriorem redderent ». Lib. I, cap. I, 10.

(5) CICERO, *De oratore*, 3, 51; QUINTIL., *Institutiones*, 1, 10 e 20.

rose (*fortia facta*) degli estinti, le quali salivano esse pure ad età molto rimota (1). Le differenze recise di alcuni particolari di quella consuetudine negli scrittori che la ricordano, di cui gli uni la assegnano a tutti i convitati per turno, gli altri ai giovanetti di onesto casato, ed altri ai più vecchi fra i convenuti al banchetto, non bastano a mettere in dubbio la verità di quella usanza in generale, ma solamente ad affermare, che più non si praticava nel periodo di questi scrittori, e riguardava un'età anteriore; la cui memoria puramente tradizionale era pervenuta ai posteri con differenti indicazioni, il chè non è senza importanza, in ordine al grado di fede, che si può ad esse prestare.

§ IV. Ma dalla certezza morale della esistenza di quei canti popolari alla importanza loro data da Perizonio, e specialmente alle composizioni epiche di Niebuhr, vi è un abisso, che credo impossibile ad essere colmato con semplici congetture; non essendovi cenno alcuno in antichi autori, da cui si possa direttamente o indirettamente inferire, che siasi mai dato a quei canti così grande peso, rispetto alla storia primitiva di Roma, come suppone Niebuhr. Lasciamo, che quei canti popolari già erano intieramente dimenticati nel periodo dei primi annalisti (VI secolo di R.). Perciocchè Catone ricorda quella consuetudine come andata in disuso; Cicerone afferma, che a'suoi tempi quei canti più non esistevano, ed Orazio e Valerio Massimo li accennano come una vecchia reminiscenza. È certo, che una collezione di quei canti mai non esistette a Roma, nè formarono mai una serie di rapsodie o parti di vere epopee, suscettive di essere cantate separatamente, ovvero riunite in un corpo, come quelle del ciclo epico degli antichi Greci, ad esempio, quelle degli Scandinavi e dei Germani del medio evo nell'*Edda*, e nei *Niebelungen* (2). Quindi non siamo neppure in grado

(1) *Tre letture, ecc.*

(2) V. *Revue des deux mondes*, a. 1866, dispensa di dicembre, e GROTE, vol. I, p. 504; e FAURIEL nella raccolta dei canti greci, in cui osserva che nella Grecia, dai tempi d'Omero ai nostri, i rapsodi e cantori ciechi esistettero sempre, ed esistono ancora attualmente.

L'*Edda* è la collezione dei canti e delle leggende o saghe degli Scandinavi, cantate dagli Scaldi e da essi composte. Più che la storia, rappresentano i costumi, le credenze ed altri elementi atti a darci un concetto della relativa barbarie e coltura della nazione, quantunque non manchino nell'*Edda* parecchie leggende d'indole storica.

Le *Niebelungen* sono un poema germanico tenuto in gran conto dagli Alemanni, i quali lo stimano il più antico e pregiato fra i poemi cavallereschi

di conoscerne l'intima natura e l'indole vera, nè quanta parte vi avesse la ricordanza di fatti storici. Ad ogni modo quelli non potevano essere che brevi composizioni liriche, relative a uomini e fatti particolari, d'indole storica in parte, ma sempre memorie e lodi di fatti isolati; i quali potevano ricevere dichiarazione solamente dalla tradizione orale, e probabilmente espóste più colla forma di poetiche leggende che di vere storiche narrazioni.

§ V. Dionisio d'Alicarnasso accenna a canzoni patrie cantate dai *Salii*, che chiama *odi ed inni*, di cui pervennero a noi tre brevi frammenti (1) di poche parole, di molto difficile interpretazione, e nomina eziandio canti in onore di Romolo e Remo, i quali esistevano tuttavia nel VI secolo della città; ma erano probabilmente contemporanei alla inaugurazione in Campidoglio della statua della lupa coi gemelli, opera della metà del V secolo di Roma, e che nulla indica, facessero parte di un'epopea nazionale. Per provare la cui esistenza Niebuhr invoca fuor di proposito la testimonianza di *Ennio*, il primo poeta che facesse uso del verso esametro fra i Romani, e chiamato il padre della poesia latina, il quale parla di composizioni in versi saturnii, usati dai poeti a lui anteriori, dai Fauni e dagli indovini (2). Ma dotti profondi nelle lettere latine hanno provato che con quei *versi* Ennio accennava evidentemente al poeta *Nevio*, che aveva scritto sulla prima guerra punica in versi saturnii, metro sommamente rozzo, e quello che i Fauni e i Vati (*indovini*, *vaticinatori*) cantavano, e che Orazio più tardi chiamava *annosa volumina Vatum*, non erano altro che collezioni di vaticinii e specie di profezie e responsi di oracoli in quello stesso metro (3), che non avevano analogia o relazione con canti e poemi epici, anteriori a Nevio e alla prima guerra punica, come pensa Niebuhr.

---

moderni. L'argomento è in parte di ordine storico, ma essenzialmente il poema si compone di leggende incredibili, di maghi, streghe, serpenti, eroi e guerrieri, fra cui Attila; delle più strane avventure, al cui paragone quelle dell'Orlando furioso e dei nostri epici romanzeschi sono moderatissime.

(1) MODESTOW, *L'uso della scrittura sotto i re di Roma*, in russo, tradotto in tedesco, Berlino, Calvary e comp., 1871, p. 122 e segg., 130 e seguenti; DIONISIO D'ALICARNASSO, libro II, § 70.

(2) « Scripsere alii rem
» Versibus, quos olim Fauni, Vatesque canebant ». Nei frammenti di ENNIO pubblicati da VAHLEN. Lipsia, 1854.

(3) CORNEWALL-LEWIS, 1, p. 210-213; SCHWEGLER, 1, pag. 61 e 62.

Nè possiamo dare maggiore importanza all'argomento delle nenie e dei canti funebri delle prefiche, già ricordate (§ III), avendo altrove dimostrato che la parte principale dei medesimi consisteva in formole espiatorie e vani lamenti mortuarii, comuni a tutti nelle esequie; e se in quelli eravi qualche parte storica, che accennava ai *fortia facta* del defunto o della sua famiglia, non potevano in modo alcuno essere frazioni di poemi e neppure canti storici isolati. E quand'anche si volesse aderire all'opinione di Niebuhr, che considera le iscrizioni funebri, scoperte nel sepolcro degli Scipioni, come reliquie genuine di quelle nenie e canti funebri, di cui quelle di Scipione Barbato e del figlio di lui, ricordano la nobiltà della stirpe e le loro azioni virtuose in pace ed in guerra, lasciando anche l'età a cui appartengono, la quale non può avere grandi relazioni colla storia primitiva di Roma, non se ne potrebbe tuttavia arguire in esse il compendio di un canto epico, e tanto meno di una epopea, come egli suppone (1). E ciò affermiamo in particolare dei Romani, quantunque fermamente convinti in generale, che il genio della poesia e specialmente della poesia epica ed uno spontaneo sentimento del bello siano stati in ogni tempo una dote delle stirpi ariane in grado incomparabilmente superiore alle camitiche, alle semitiche e alle turaniche: poichè nulla in Roma ci fa supporre con fondamento di trovare nei primi secoli verun indizio di epopea nazionale, o solo di poetici componimenti, che si possano considerare come frammenti o parti di un'epopea.

§ VI. Noi sappiamo di fatto che i Romani non ebbero mai grande attitudine alla poesia per indole propria e per quella delle loro occupazioni e aspirazioni; e che quel ramo della letteratura, benchè sempre il primo in ordine di tempo ad essere coltivato dai popoli nei primordii della loro intellettuale coltura, lo fu molto tardi dai Romani. Le patrie canzoni, che s'intuonavano nei banchetti e nelle solennità religiose e nazionali, erano comuni anche agli Spartani, che per la loro educazione non erano certamente un popolo d'indole poetica, ed esistono anche fra popoli barbari. È poi un fatto singolare da tenersi in qualche conto, che niun Romano propriamente detto fu grande poeta, da Livio Andronico ad Orazio e Giovenale, ma quasi tutti i poeti latini appartene-

---

(1) Sono riportate nella *Historia critica* di T. VALLAURI, p. 195. Furono ristampate con alcune varianti nel 1° volume delle *Iscrizioni latine*.

vano alle provincie alleate o conquistate, compreso Virgilio, di origine mantovano nella Gallia Cisalpina, benchè italiano od etrusco di stirpe. Cicerone stesso ci informa sulla testimonianza di Catone (1), che i poeti erano tenuti in così poca stima dall'universale in Roma, che fu pubblicamente apposta come azione vergognosa a Marco Nobiliore l'avere seco condotto dei poeti nella provincia affidata al suo governo; e Gellio (2) conferma, sulla medesima testimonianza, che coloro i quali si applicavano a quello studio per darne prova nei conviti, erano gratificati col titolo poco onorevole di *Grassatores* o adulatori di mestiere, mancando i Romani fino al VI secolo anche del nome proprio ai cultori della poesia. Il titolo di poeta davasi propriamente agli scrivani e copisti (3), non avendo mai avuto tale significazione neppure la parola *vates*, la quale esprimeva un indovino, che si supponeva ispirato superiormente, e pronunziava oracoli e presagi, come si è accennato, non un cultore dell'arte poetica. Ciò non ostante Niebuhr si ostina a considerare buona parte della storia della romana monarchia e dei primi anni della repubblica fino alla battaglia del lago Regillo (258 di R., 496 a. C.) come una redazione in prosa di canti poetici e di epopee anteriori al VI secolo della città, che l'illustre danese non peritavasi a distinguere e classificare in tre distinti periodi ed in epoche separate, quasi fossero produzioni reali della latina letteratura.

§ VII. Il regno di Romolo ad esempio, da alcune guerre cogli Etruschi in fuori, secondo Niebuhr, dovette formare una epopea non interrotta, dalla fondazione dell'Asilo alla morte misteriosa di quell'eroe (4), mentre pensa, che su Numa non esistessero che brevi canti (5). Ma con Tullio Ostilio trova novella epopea compiuta, come quella di Romolo, che ne comprende tutto il regno (6). Sotto Anco Marzio le cose vanno prosaicamente per la via ordinaria, non hanno indole nè colorito poetico; e solo con Tarquinio Prisco ricomincia una grande e nuova epopea, la quale non termina che colla battaglia del lago Regillo e colla

---

(1) CICERONE nelle *Discussioni tusculane*, 1, 2 e 3.
(2) *Noctes atticae*, XI, 2 e 5.
(3) FESTO, p. 33 apud SCHWEGLER, 1, 59 e seg.
(4) *Storia rom.*, vol. I, p. 203-205, 239.
(5) *Ibid.*, p. 220, 239.
(6) *Ibid.*, p. 228, 234 e seg.; *Vorträge*, vol. I, p. 127.

morte di Tarquinio il Superbo. Secondo Niebuhr, tutto ciò che avviene in quel periodo della storia romana, e tutto quello che essa ha di grande e di vivo negli avvenimenti e nella continuata concatenazione dei medesimi, è pretta poesia derivata dalle epopee nazionali, ed ha una impronta altamente poetica, che supera per sublimità e splendore di fantasia quanto seguì in Roma nei tempi posteriori (1). Nei quali però non cessano ancora per Niebuhr i canti eroici, fonti della storia tradizionale di Roma, come ad esempio la *leggenda di Coriolano*, una parte di quella di *Cincinnato*, parecchi episodi dell'assedio e dell'espugnazione di Vejo. Egli non assegna altra origine ai duelli di *Manlio Torquato* e di *Valerio Corvo;* e l'ultimo episodio, derivato dai canti eroici, è il fatto del giovine misterioso d'insigne bellezza, che guidò i Romani all'assalto del campo dei Bruzi e dei Lucani, piamente battezzato poscia per Marte (2), accorso in aiuto dei suoi discendenti (a. 282 a. C., 472 di R.).

Procedendo nello svolgimento della sua teoria, Niebuhr crede poter indicare anche il periodo in cui quei canti e quelle epopee furono composte, e lo spirito o carattere politico prevalente nelle medesime. Colloca il primo fra la seconda metà del quarto secolo di Roma (365 di R.) e il fine del quinto (490 di R.): pone l'età aurea di quell'epica letteratura verso la metà dell'ultimo, ed assegna ad essi uno spirito e tendenza anti-patrizia, che è in contraddizione diretta colla tradizione storica complessiva di quel periodo, in cui gli uomini più illustri di Roma appartengono tutti al patriziato, e domina uno spirito di inesorabile persecuzione contro quelli dei grandi, che in alcun modo promovevano e propugnavano gli interessi popolari, come *Spurio Cassio*, *Marco Manlio* (3), ed altri insigni patrizi. Non si può tuttavia dissimulare, che in quel periodo appunto la plebe conseguì prima l'uguaglianza politica colle leggi Licinie, e successivamente la prevalenza nelle popolari deliberazioni colla legge Ortensia e Mucia: ma lo spirito della narrazione di tutti i fatti di quel periodo

(1) *Ibid.*, p. 240, 344 e seg.; *Vorträge*, I, 221; CORNEWALL-LEWIS, I, 215 e seg; SCHWEGLER, I, 58 e seg.

(2) *Vorträge*, I, 278 e seg., 428; VALERIO MASSIMO, I, VIII, 6; SCHWEGLER, I, 557; CORNEWALL-LEWIS, 217.

(3) NIEBUHR, *Stor. rom.*, I, p. 241; SCHWEGLER, I, 60 e 61; CORNEWALL-LEWIS, I, 216, 217.

negli annalisti e negli storici romani, la quale secondo Niebuhr sarebbe la semplice riduzione in prosa di quei canti e di quelle epopee, non solo non ha un'impronta anti-patrizia, ma potrebbe anzi chiamarsi anti-peblea, essendovi quella lotta rappresentata con colori al tutto favorevoli alla parte aristocratica.

§ VIII. Quella, che io mi sono studiato di esporre schiettamente, è nell'essenziale l'opinione di Niebuhr, il quale, per arrivare a somiglianti conclusioni sull'origine della storia primitiva di Roma, non trova altri argomenti che alcuni fatti parziali, storicamente credibili fino ad un certo punto, a cui attribuisce un'importanza esagerata, e dai quali altri ne deduce di molto maggior valore, se fossero veri; ma che mancano assolutamente di ogni estrinseca testimonianza e si appoggiano unicamente alla sua particolare convinzione, ed a ciò che egli chiama *evidenza interna.* La quale convinzione ed evidenza interna niun critico serio potrà mai accettare come valido argomento e tanto meno come prova irrefragabile di un fatto qualunque, non essendo questo il procedimento con cui si possono accertare gli avvenimenti nella storia, il cui limite finisce là ove le testimonianze estrinseche vengono meno, e cominciano le congetture. Appare inoltre una manifesta contraddizione coi fatti storici più accertati in codesta teoria di Niebuhr, la quale suppone implicitamente, che nei periodi a cui si riferiscono le sue pretese epopee, non si trovino che avvenimenti d'indole poetica, come quelli da lui accennati. Perciocchè, all'opposto, ve ne sono molti e importantissimi di natura affatto prosaica, come ad esempio la costituzione o riforma di Servio, che ha tutta l'impronta di un atto parlamentare, quale non è certo supponibile che potesse derivare da un canto poetico o far parte di una epopea; non essendovi argomento più arido e lontano dalla poesia della legislazione interna di uno Stato. Sarebbe poi poco meno che assurdo il dire, che questo carattere si scompagni soltanto dalla legislazione romana, e che ciò non ostante, anche questa parte importantissima della storia primitiva di Roma derivi da canti poetici e da epopee. Eppure è appunto questa l'indole caratteristica di quella storia, di unire in uno stesso racconto avvenimenti maravigliosi e poetici a fatti aridissimi e prosaici, quali sono l'organizzazione interna e la legislazione seguita da successive radicali riforme.

§ IX. È poi assolutamente inaccettabile quella parte della teorica di Niebuhr, che considera la forma estrinseca della poesia,

il ritmo e la misura del verso, come superflua e non indispensabile in un poetico componimento e in una epopea; ciò che equivarrebbe allo affermare che il *Telemaco* di Fénelon, le *Mille ed una notte*, ad esempio, siano una serie di poetici componimenti, perchè quei racconti contengono evidentemente assai elementi intrinseci della poesia, come se questa potesse fare astrazione alla veste ed alla forma estrinseca, che è quella del verso. Ed è singolare, che mentre Niebuhr sostiene questo paradosso, è poi disposto ad accettare come poesia ogni narrazione che contenga qualche apparenza o vestigio di forma poetica esteriore, che studiasi di trovare anche dove non havvene pur l'ombra, come nella sentenza pronunziata dai *duumviri* a senso della legge contro l'Orazio fratricida e conservatasi letteralmente da Tito Livio; il quale la chiama *lex horrendi carminis*, che Niebuhr interpreta per *componimento poetico o squarcio di poesia*, ed in cui trova le *disjecti membra poëtae*, benchè non significhi in Livio che *legge di terribile significato*, e sia prosa schietta e continuata del suo racconto.

La mancanza della forma estrinseca in quelle supposte narrazioni di Niebuhr basta essa sola a togliere ogni autorità alla sua ipotesi, in ordine alle testimonianze da lui invocate di Catone, di Varrone e di altri scrittori antichi sui canti popolari d'indole storica; poichè quelli parlano esplicitamente di canti lirici con forma poetica, non di narrazioni e leggende, che, pur avendo indole poetica, manchino poi della veste, che è il verso (1).

§ X. Che nella primitiva storia di Roma abbondino i racconti, che hanno un carattere intrinseco essenzialmente poetico, niuno lo contesta. L'incontro della Vestale con Marte nel bosco sacro a questa divinità, la culla dei due gemelli fiottante fra le palustri erbe del Tevere, l'episodio della lupa, il ratto delle Sabine e il loro intervento nella battaglia fra Romolo e Tazio, e innumerevoli altri racconti fino al combattimento singolare di Valerio Corvo col Gallo, appartengono a quella categoria; e conservano quell'indole poetica, tanto nella splendida narrazione di Livio, quanto nella minuta esposizione di Dionisio, e non la perdono intieramente neppure nei brevi compendii delle nostre scuole, senza che ciò sia una prova nè un argomento serio che derivino da canti poetici. L'ammettere una tale conclusione ci condurrebbe

(1) Cornewall-Lewis, I, 224.

evidentemente all'assurdo. Le innumerevoli popolari leggende della greca mitologia, la cui origine perdesi in una oscurità impenetrabile, che invano alcuni dotti tentano di rischiarare in vari modi, state trasmesse oralmente di generazione in generazione per parecchi secoli prima di essere registrate negli scritti o ricordate nei monumenti, pel loro contenuto e pel modo con cui furono ordinate, per vivezza di fantasia, varietà di fatti e copia di maraviglioso, non sono punto inferiori a quelle che derivano o possono essere derivate da canti poetici. Eppure non solo non vennero da tali fonti, ma furono in origine puramente e semplicemente leggende in prosa, che servirono esse medesime di materia principale e di argomento a poetici componimenti delle età posteriori. Chi oserebbe affermare, che le tradizionali leggende di varia natura, che somministrarono ad Ovidio gli elementi delle Metamorfosi e della splendida opera non compiuta dei Fasti, derivassero da canti patrii religiosi antichissimi? Con somiglianti teorie, lo ripeto, si va all'assurdo. Il regno delle Driadi, delle Silfidi, delle Ninfe, dei Silvani, dei Fauni, dei Gnomi e consimili fantasie, si potranno derivare dalla stessa fonte.

Nella storia romana posteriore all'incendio si produssero numerosi fatti d'indole altamente poetica, la cui storica verità è accertata anche nei minuti particolari, e che non derivano certamente da canti poetici, come suppone Niebuhr di quello di Lucrezia ad esempio, ancorchè non meno di questo atroci e commoventi. Tali furono la tragica fine di *Sofonisba* moglie di Siface, parecchi *episodi* della distruzione di Cartagine e di Numanzia, il fatto di *Chiomara* regina di una tribù dei Galli dell'Asia Minore e del centurione romano (1); di *Teossena* figlia di un principe tessalo sotto Filippo III (2); di *Kamma* sacerdotessa di Diana

---

(1) Caduta in potere di un centurione romano, che le usò violenza, e quindi le offerse di renderla a' suoi parenti per una somma, accettò; ed avendola, secondo il convenuto, condotta il centurione segretamente al luogo assegnato pel riscatto, mentre numera il danaro pattuito e recatovi dai parenti di Chiomara, questa comanda, in lingua gallica, ai suoi di troncargli il capo, che involto nella veste, getta poi ai piedi del marito, ecc. LIVIO, XXXVIII, § 24; POLIBIO, XXII, 21; VALERIO MASSIMO, VI, 1; PLUTARCO, *De virtute mulierbri.* A. 563 di R., 180 a. C.

(2) Figlia di un principe tessalo, alla quale Filippo III aveva fatto trucidare il padre, il marito ed il cognato, i cui figliuoli essa raccolse coi suoi per educarli secondo il loro grado. Saputo poi di un editto, che ordinava

nella Galazia (1), e così di altri numerosi fatti storici, la cui verità è accertata, e che non derivarono certamente da canti poetici.

§ XI. Io aggiungo da ultimo due osservazioni di fatto, che a parer mio, finiscono di distruggere ogni probabilità della teoria di Niebuhr e della sua scuola su questo punto; delle quali la prima consiste in questo, che niun vestigio rimase di quei pretesi canti epici, e non se ne trova mai fatta menzione di sorta in veruno degli scrittori della romana antichità. Questo significa in termini assoluti, che o mai non esistettero, o che già ne era perita intieramente fin la memoria quando comparvero nel VI e VII secolo i primi scrittori, di cui ci rimasero e rimangono tuttavia non dubbi frammenti o le opere intiere; il che ci parrebbe incredibile, trattandosi di veri poemi, che nella opinione di Niebuhr contenevano tutta la storia dei primi secoli di Roma; e quindi tanto nel primo quanto nel secondo caso non potevano servire di fonti agli storici. Ciò che avvenne dell'epopea omerica e del ciclo dei poeti greci anteriori al X secolo a. C., dell'*Edda* e dei *Niebelungen* nella Scandinavia e nella Germania, sarebbesi certamente avverato anche a Roma, se quei canti fossero realmente esistiti nelle proporzioni loro assegnate da Niebuhr. Ma a Roma tranne i canti lirici ricordati dagli scrittori romani sulla fede di Catone e di Varrone, dei quali si è fatta menzione (§ III), e le nenie e i canti funebri, non ci rimane assolutamente indicazione anche indiretta di lunghi poetici componimenti prima del sesto secolo della città. Le *annosa volumina vatum*, di cui parla Orazio,

---

venissero presi e condotti a lui i figli dei proscritti, Teossena, prevedendo a quale obbrobrioso destino sarebbero dal re condannati, salpò segretamente sopra una nave per passare nell'Eubea. Ma sorpresa nella fuga dai satelliti del re che già le stavano sopra in uno schifo armato, contro cui non vedeva riparo, presenta ai giovanetti un nappo avvelenato ed un pugnale, con queste parole: « *La morte è la sola nostra difesa: su dunque, o miei giovani, stringete il ferro o bevete il veleno* ». Obbedirono essi e ancora mezzo vivi sono precipitati in mare da Teossena, che abbracciato quindi il marito, si gettò ella pure con quello nelle onde. TITO LIVIO, lib. XL, § 4. A. 570 di R., 182 a. C.

(1) Kamma, sacerdotessa di Diana, visto ucciso il proprio marito e sè costretta a nuove nozze, trovò modo che all'ara, dove si doveva consecrare l'unione, fosse dato a lei ed allo sposo vino attossicato, vendicando in questo l'uccisione del primo marito e votando se stessa contemporaneamente alla morte. PLUTARCO, *De virtute muliebri*, alla parola Kamma.

e già ricordate, non hanno che fare colla poesia epica; non essendo i *Vates* e le *Camaenae* che pronunziatori di oracoli e vaticinii, che potevano bensì essere espressi in versi saturnii, ma che nulla provano in appoggio della teoria di Niebuhr; come nulla provano quelle reliquie delle leggi delle XII tavole, le quali vietano sotto grave pena componimenti ingiuriosi ai cittadini, che ivi sono chiamati *carmen;* poichè quella parola nelle XII tavole significa semplicemente libello, breve scritto o motto ingiurioso, come il *Carmen de moribus* di M. Porcio Catone indica uno scritto in prosa di argomento morale (1).

§ XII. È poi notissimo, che il primo poeta latino, in ordine di tempo, fu Livio Andronico, tarentino di nascita e mezzo greco d'origine, a cui si attribuisce l'avere introdotto in Roma il più antico esempio di poesia drammatica, oltre all'avere tradotto in latino l'*Odissea* di Omero; scritti così antiquati nella forma che a giudizio di Cicerone non meritavano di essere letti due volte; e Tito Livio lo dice autore di un inno a Giunone (a. 545 di R., 209 a. C.), che giudica « *piacente forse allora a quei rozzi ingegni, e che sarebbe sembrato insopportabile ai tempi suoi* »(2). Ma il primo esempio di epopea è ancora posteriore a Livio Andronico e fu opera di *Nevio*, considerato autore di un'epopea in versi saturnii sulla prima guerra punica; al qualē tenne dietro di breve intervallo *Ennio*, sotto alla cui penna la poesia prese una forma definitiva, e il rozzo verso saturnio si cambiò finalmente in esametro, che fu poi sempre il metro dei componimenti eroici e dell'epopea (3).

Ciò afferma Orazio in termini espliciti (4), dichiarando che

---

(1) La VII delle XII tavole statuiva la pena capitale a chi « *carmen condisit, quod infamiam faxit flagitiumve alteri, qui malum carmen incantasit* ». E CICERONE: « Duodecim tabulae declarant condi jam tunc solitum esse carmen; quod ne liceret fieri ad alterius injuriam lege sanxerunt ». Nelle *Tusculane*, IV, 2. Evidentemente non vi si accenna a composizioni in poesia anzi che in prosa, ma ad uno scritto in generale: e il significato di *carmen*, esclusivo ai componimenti poetici, appartiene a tempi posteriori.

(2) CICERONE nel *Brutus*, 18; LIVIO, XXVII, § 37; NIEBUHR, *Vorträge*, II, 194, 196; BERNARDY, *Storia della letteratura latina*, pp. 188, 360; *Ennii fragmenta edita a Spannemberg*, 1815.

(3) BERNARDY, p. 190-196; CORNEWALL-LEWIS, I, p. 232; NAEVII *Fragm. edita a Klussmann;* CORSSEN, nelle *Origines poës. lat.* apud SCHWEGLER.

(4) *Epistolarum*, lib. II, e IV.

la prima epopea fu composta durante la seconda guerra punica, e niuno scrittore romano conobbe mai reliquia alcuna di poesia storica nazionale di giusta mole, anteriore a Nevio e ad Ennio, il che è dire anteriore al VI secolo della città. Gli altri poeti latini più noti, quali furono *Pacuvio*, *Cecilio*, *Plauto* e *Terenzio*, contemporanei o di poco posteriori a Nevio ed Ennio, anzichè applicare l'ingegno all'epopea nazionale, furono quasi tutti imitatori della greca letteratura, e si occuparono della poesia drammatica; in conclusione, non esiste documento di componimenti poetici nazionali prima del VI secolo della città. Un nuovo argomento di fatto lo abbiamo nel breve periodo di riazione seguito in Roma contro la greca coltura, in cui si tentò di richiamare ogni cosa all'antico: poterono bensì i più fanatici dichiarare che si dovevano preferire Ennio a Virgilio, Catone a Cicerone, ma non seppero salire oltre il VI secolo della città, a Nevio ed Ennio appunto, perchè poeti e scrittori, anteriori a quel secolo, la romana letteratura non possedeva (1).

La seconda osservazione di fatto è che dal complesso della storia e della coltura letteraria di Roma le epopee di Niebuhr del IV e V secolo risultano impossibili in termini assoluti, essendo notissimo che la poesia non comincia svolgersi a Roma prima del sesto secolo (2), e che si svolse precisamente sul modello e ad imitazione dei Greci, i quali precedettero i Romani di parecchi secoli. Al quale proposito gioverà notare, che mentre noi abbiamo indicazioni di biblioteche (in significato da prima assai ristretto) in Atene con Pisistrato ed in Samo con Policrate già nel principio del VI secolo a. C., in Roma la prima venne aperta solo nel secondo da Paolo Emilio (a. 168 a. C.).

E quindi, se dobbiamo pure ammettere la conseguenza logica di quanto abbiamo detto sui canti eroici e popolari e specialmente sulle supposte epopee di Niebuhr, ne segue che non poterono offerire argomenti alla redazione loro in prosa nè a Fabio pittore, nè agli annalisti e storici posteriori. Poichè dei primi,

---

(1) BERNARDY, p. 269, 282, 666; CORNEWALL-LEWIS, I, 234; ORAZIO, nelle epistole indicate.

(2) Cicerone veramente parla di un fiume di coltura greca *(disciplinarum graecarum)* che avrebbe invasa Roma nel VII secolo a. C.; ma è una evidente esagerazione, contraddetta da tutta la storia di Roma e dell'Etruria ad un tempo come già si è altrove accennato. V. *Tre letture*, ecc.

anteriori alla seconda guerra punica, non rimaneva in quel periodo altro che la memoria, sia che mai non fossero stati scritti, sia che fossero periti; e delle seconde niuno scrittore ebbe mai notizia di sorta, neppure nel secolo d'Augusto. Quindi conchiudiamo che la teoria di Niebuhr sulla origine della storia dei primi secoli di Roma manca assolutamente di prove sufficienti e di solido fondamento.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

STATUTO

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

UMBERTO I

PER GRAZIA DI DIO E PER VOLONTÀ DELLA NAZIONE

RE D'ITALIA

Vedute le Regie Patenti del 25 luglio 1783, colle quali fu approvato lo Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino;

Viste le aggiunte e le modificazioni apportate al detto Statuto col R. Biglietto del 12 marzo 1816 e col Decreto Reale del 6 febbraio 1879;

Viste le deliberazioni prese da quella R. Accademia nelle tornate del 13 e del 20 novembre 1881;

Sulla proposta del Nostro Ministro Segretario di Stato per la Pubblica Istruzione,

Abbiamo decretato e decretiamo:

È approvato lo Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino, annesso al presente Decreto e firmato d'ordine Nostro dal suddetto Ministro.

Ordiniamo che il presente Decreto, munito del sigillo dello Stato, sia inserto nella Raccolta ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia, mandando a chiunque spetti di osservarlo e di farlo osservare.

Dato a Roma, addì 2 febbraio 1882.

UMBERTO.

BACCELLI.

Visto, *il Guardasigilli:* G. ZANARDELLI.

STATUTO

Costituzione dell'Accademia.

Art. 1.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino è divisa in due Classi: l'una di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali; l'altra di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Art. 2.

Ciascuna Classe si compone di 20 Soci nazionali residenti, 10 Soci nazionali non residenti, 10 Soci stranieri. Vi sono inoltre Soci corrispondenti nazionali e stranieri, di cui 100 per la Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, e 60 per quella delle Scienze Morali, Storiche e Filologiche. La ripartizione di essi, quanto a materie e nazionalità, è lasciata a ciascuna Classe.

Cariche accademiche.

Art. 3.

L'Accademia ha un Presidente e un Vice-Presidente, i quali non possono appartenere alla stessa Classe. Essi sono eletti dall'Accademia a Classi unite; durano in carica un triennio, e possono essere rieletti per un altro triennio. Posteriormente non possono essere più eletti, prima che sia trascorso un intervallo di tempo uguale a quello per cui tennero la carica.

ART. 4.

L'Accademia ha inoltre un Tesoriere, eletto pure a Classi unite.

Anch'egli dura in ufficio per tre anni, e può essere rieletto secondo le norme dell'articolo precedente.

ART. 5.

Ciascuna Classe si elegge un Direttore e un Segretario.

La durata in carica e la rielezione di essi sono soggette alle norme prescritte dall'art. 3° per il Presidente ed il Vice-Presidente.

ART. 6.

Il Presidente rappresenta l'Accademia ne' suoi rapporti col Governo, cogli altri Corpi scientifici e coi privati, e ne dirige l'Amministrazione.

Egli convoca e presiede le adunanze dell'Accademia e quelle del Consiglio d'Amministrazione.

È supplito, occorrendo, dal Vice-Presidente.

ART. 7.

Il Tesoriere ha il carico del patrimonio mobile e immobile dell'Accademia, e lo amministra giusta le deliberazioni del Consiglio d'Amministrazione; cura le entrate e le spese e ne tiene la contabilità; controfirma i mandati di pagamento.

ART. 8.

I Direttori di Classe, nell'assenza del Presidente e del Vice-Presidente, dirigono rispettivamente i lavori della Classe a cui appartengono.

ART. 9.

Ciascun Segretario redige i verbali delle adunanze della sua Classe, ne cura le pubblicazioni, ne tiene la corrispondenza, ne custodisce le carte ed i manoscritti, e controfirma le nomine della Classe.

Nelle adunanze a Classi unite fa da Segretario il più giovane dei due Segretari di Classe.

Elezioni.

ART. 10.

Vacando in una Classe un posto di Socio residente, il Presidente ne avverte la Classe, la quale fissa le sedute per l'elezione.

Nella prima seduta ciascun Socio residente trasmette al Segretario la sua proposta firmata, che non potrà contenere più di tre nomi; e il Segretario, data lettura delle proposte e delle firme, comunica la lista di quei nomi che siano stati proposti da non meno di tre Soci. Nella seduta successiva ha luogo la votazione a schede segrete sui nomi di detta lista, ed è eletto chi ottiene i quattro quinti dei voti.

Non riuscendo alcuno eletto, si ripete la votazione per ischede.

Non riuscendo neanche questa, si passa allo squittinio sui tre nomi che ottennero più voti. A parità di voti sarà posto a squittinio quello che ottenne più voti nelle votazioni precedenti, ed in caso di uguaglianza costante di voti, prevarrà l'età.

Se anche nello squittinio niuno ottiene i quattro quinti dei voti, l'elezione è rimandata a non meno di tre mesi. Le stesse norme valgono per la elezione de' Soci non residenti, stranieri e corrispondenti. Ma per l'elezione dei Corrispondenti bastano i due terzi dei voti.

ART. 11.

L'elezione del Presidente e del Vice-Presidente ha luogo nell'adunanza generale a ciò destinata.

Essa si compie mediante votazione a schede segrete, e richiede la maggioranza dei due terzi dei voti.

Non riuscendo alcuno, si ripete la votazione; e se anche in questa niuno ottiene i due terzi dei voti, la votazione per ischede si rinnova dopo un mese. Che se anche allora niuno ottiene i due terzi dei voti, si procede allo squittinio sui due nomi che ottennero più voti; ed è eletto colui che riporta il maggior numero di voti, e a parità il più anziano di nomina.

Giusta le stesse norme si compie la elezione alle altre cariche: quella del Tesoriere dalle Classi unite, quella dei Direttori e dei Segretari da ciascuna Classe.

ART. 12.

La elezione a Socio residente, non residente e straniero, non che quelle alle cariche accademiche, sono sottoposte all' approvazione Sovrana.

ART. 13.

Rimanendo vacante una carica accademica prima del termine stabilito, il successore dura in carica soltanto sino al compimento del detto termine.

ART. 14.

Niuna elezione è valida, se non sia prenunziata dall'ordine del giorno e se non intervenga la metà più uno di coloro che hanno diritto di votare.

Adunanze.

ART. 15.

Vi sono adunanze di ciascuna Classe, ed adunanze generali, ossia a Classi unite.

Esse sono pubbliche, salvo si tratti di persone, o di affari interni amministrativi.

ART. 16.

I Soci residenti hanno obbligo d'intervenire e diritto di votare nelle adunanze cui sono invitati.

I Soci non residenti e i Soci stranieri possono prender parte alle adunanze ed anche alle votazioni della Classe cui appartengono, salvo si tratti di nomine o di amministrazione.

I Soci corrispondenti possono prender parte alle adunanze, così pure quei Membri dei Corpi scientifici che vi siano invitati dal Presidente.

ART. 17.

Ciascun Socio ha diritto di fare letture e comunicazioni alla propria Classe, e d'intervenire all'adunanza dell'altra senza diritto di voto.

Ciascuna Classe può autorizzare persone estranee a fare lettura di lavori già presentati all'Accademia, previo parere di apposita Commissione nominata dal Presidente.

ART. 18.

Tutte le deliberazioni sono prese a maggioranza dei votanti, salvo i casi espressamente previsti dallo Statuto.

ART. 19.

In ogni anno accademico si tiene un'adunanza generale, in cui il Tesoriere, a nome del Consiglio di Amministrazione, presenta il bilancio consuntivo e preventivo, e a nome della Giunta di vigilanza della Biblioteca riferisce intorno all'operato di essa.

Le altre adunanze generali sono convocate dal Presidente quando ne ravvisi il bisogno, o almeno quattro Soci per Classe ne facciano domanda.

ART. 20.

Ciascuna Classe tiene quindici sedute per anno, dal Novembre a tutto Giugno.

ART. 21.

Nulla è innovato alle norme precedentemente seguite per la pensione ai Soci residenti.

ART. 22.

Il Socio residente, il quale abbandoni spontaneamente la sua residenza o sia trasferito ad altra residenza per ragione di pubblico durevole ufficio, e non sia intervenuto ad alcuna adunanza accademica per sei sedute consecutive della propria Classe, su dichiarazione della Classe a cui appartiene, passa nel numero dei non residenti.

ART. 23.

Il Socio residente che, senza giustificato motivo, non interviene alle sedute per un anno accademico, su dichiarazione della propria Classe, passa fra i Soci non residenti.

Art. 24.

Al Socio già residente che riacquisti questa sua qualità dopo averla perduta, non è computato per l'anzianità il tempo durante il quale non fu residente.

Pubblicazioni.

Art. 25.

Le pubblicazioni della Accademia si dividono in *Atti* ed in *Memorie*.

Art. 26.

Gli *Atti*, che si pubblicano in fascicoli mensili, contengono un rendiconto delle adunanze, comunicazioni, letture, discussioni ed elezioni accademiche, relazioni di Commissioni, e l'elenco dei doni ricevuti dall'Accademia. S'inseriscono inoltre negli *Atti*, previa lettura fatta alla Classe, i brevi lavori dei Soci, come pure di persone estranee, purchè presentati da un Socio sotto la propria responsabilità. Le comunicazioni di estranei, presentate direttamente alla Classe, possono essere inserite negli *Atti*, previo giudizio emesso da apposita Commissione nominata dal Presidente, e previa approvazione della Classe.

Il primo fascicolo di ogni anno conterrà l'elenco dei Soci.

Art. 27.

Le *Memorie*, che si pubblicano in volumi, contengono i lavori di maggior mole dei Soci letti alla Classe, e da questa ammessi con votazione segreta e colla maggioranza dei tre quarti dei votanti.

Esse contengono inoltre i lavori presentati da estranei alle Classi quando queste, dopo averli ammessi alla lettura, sul giudizio di apposita Commissione, ne abbiano poi approvato l'inserzione con votazione segreta e coi tre quarti dei voti.

Concorsi e premi.

Art. 28.

Nei limiti del bilancio, le due Classi per turno possono aprire dei concorsi a premio sopra temi o sopra materie determinate. Le norme per tali concorsi sono stabilite volta per volta dalla Classe da cui si apre il concorso.

Per i concorsi aperti coi fondi somministrati da speciali fondazioni o legati, l'Accademia segue le norme prescritte dalle tavole di fondazione.

Amministrazione.

Art. 29.

Compongono il Consiglio d'Amministrazione tutti gli Ufficiali dell'Accademia e due Soci per ciascuna Classe.

Questi sono nominati dalla Classe a semplice maggioranza, durano in ufficio tre anni, e possono essere confermati indefinitamente.

Art. 30.

Il Consiglio d'Amministrazione è convocato e presieduto dal Presidente dell'Accademia.

Esso determina le norme da seguirsi nell'Amministrazione dell'Accademia, ne discute ed approva i contratti e le spese, esamina i bilanci preventivi e consuntivi presentati dal Tesoriere, e sottomette i medesimi all'approvazione dell' Accademia nell'adunanza a Classi unite, di cui nell'art. 19.

ART. 31.

Spetta al Tesoriere la cura dei libri e delle carte relative alle entrate ed alle spese, agl'inventari degli averi, ai verbali del Consiglio d'Amministrazione, e alla corrispondenza amministrativa dell'Accademia.

ART. 32.

La Biblioteca dell'Accademia è sotto la vigilanza di una Giunta composta del Tesoriere e di due Accademici nominati uno per Classe a semplice maggioranza, duranti in ufficio un triennio, e confermabili indefinitamente.

ART. 33.

La Giunta per la Biblioteca, nei limiti delle somme stanziate in bilancio, sovraintende alla compera e alla conservazione dei libri e dei giornali, alla compilazione dei cataloghi, alla distribuzione e al prestito dei libri.

Essa propone ogni anno al Consiglio d'Amministrazione la somma da stanziarsi in bilancio, e per mezzo del Tesoriere riferisce alle Classi unite intorno al proprio operato.

Impiegati.

ART. 34.

L'Accademia avrà un conveniente numero d'impiegati subalterni. La nomina di essi spetterà al Consiglio d'Amministrazione.

Disposizioni transitorie.

ART. 35.

Le disposizioni del presente Statuto non alterano le posizioni accademiche attualmente acquisite.

Roma, addì 2 febbraio 1882

Visto d'ordine di S. M.

Il Ministro per la Pubblica Istruzione
G. BACCELLI.

CLASSI UNITE

CLASSI UNITE

Adunanza del 12 Febbraio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

In questa adunanza furono rieletti alla carica triennale di Presidente il sig. Comm. Senatore Ercole Ricotti, e di Vice-Presidente il sig. Comm. Prof. Prospero Richelmy.

Gli Accademici Segretari { Ascanio Sobrero
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° al 28 Febbraio 1882

	Donatori
Atti dell' Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti in Bergamo; anno V, disp. unica. Bergamo, 1881; in-8°.	Ateneo di Bergamo.
Monatsbericht der K. Preuss. Akademie der Wiss. zu Berlin; November 1881. Berlin, 1881; in-8°.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; Dicembre 1881; Gennaio 1882. Bologna, 1881-82; in-8°.	Società Medico-chirurg. di Bologna.
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 1881, n. 23; 1882, n. 34. Bordeaux, 1881, 1882; in-8°.	Società di Geogr. comm. di Bordeaux.
Levé géologique des planchettes de St.-Nicolas et de Tamise, par M. le Baron O. van Ertborn, avec la collaboration de M. P. Cogels; Bruxelles, 1880; 2 cartes in-4°, et 2 textes explicatifs; in-8°.	Commissione della Carta geologica del Belgio (Bruxelle).
Anales de la Sociedad cientifica Argentina; t. XII, entrega 1. Buenos Aires, 1882; in-8°.	Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).
Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. L, part II, n. 4, 1881. Calcutta, 1881; in-8°.	Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc. n. IX, Nov. 1881. Calcutta, 1881; in-8°.	Id.

Museo di Zool. compar. del Coll. HARVARD (Cambridge). — Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at HARVARD COLLEGE, vol. VI, n. 12. Cambridge, 1881; in-8°.

Id. — Annual Report of the Curator of the Museum of Comp. Zoölogy at HARVARD COLLEGE etc. for 1880-81. Cambridge, 1881; 1 fasc. in-8°.

Direzione dell' Oss. astron. del Coll. HARVARD (Cambridge). — Thirty-sixth annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of HARVARD COLLEGE; by Edw. C. PICKERING. Cambridge, 1882; 1 fasc. in-8°.

R. Società di Dublino. — The scientific Transaction of the R. Dublin society; vol. I, ser. 2, n. 13, 14. Dublin, 1880-81; in-4°.

Id. — The scientific Proceedings of the R. Dublin Soc.; vol. II, 1880, part 7; vol. III, 1881, parts 1-4. Dublin, 1880-81; in-8°.

Società Ligure di Storia patria (Genova). — Atti della Società Ligure di Storia patria; vol. XV. Genova, 1881; in-4°.

Museo TEYLER (Harlem). — Archives du MUSÉE TEYLER; série II, 1 et 2 parties. Harlem, 1881; in-gr. 8°.

Id. — Catalogue systématique de la Collection paléontologique du MUSÉE TEYLER; par T. C. WINKLER; 3 supplément. Harlem, 1878; I fasc. in-gr. 8°.

Società Olandese delle Scienze (Harlem). — Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, etc. t. XVI, livrais. 3-5. Harlem, 1881; in-8°.

Soc. delle Scienze di Filandia in Helsingfors. — Observations météorologiques publiés par la Société des Sciences de Finlande; vol. VII, année 1879. Helsingfors, 1882; in-8°.

Comm. geod. Neerlendese (L'Aia). — Publications de la Commission géodésique Néerlandaise: I, Détermination à Utrecht, de l'azimut d'Amersfoort, par J. A. C. OUDEMANS. La Haye, 1881; 1 fasc. in-4°.

Soc. di Geografia di Lisbona. — Boletim da Sociedade de Geographia de Lisboa, etc. 2ª serie, nos 7-8. Lisboa, 1881; in-8°.

Soc. Zoologica di Londra. — The quarterly Journal of the geological Society, etc.; vol. XXXVIII, n. 149, London; 1882; in-8°.

R. Soc. astronom. di Londra. — Monthly Notices of the R. Astronomical Society of London; vol. XLII, n. 3. London, 1882; in-8°.

R. Società Microscopica di Londra. — Journal of the R. Microscopical Society of London; ser. 2, vol. II, part 1ª, London, 1882; in-8°.

R. Accademia di Storia (Madrid). — Boletin de la Real Academia de la Historia; t. II, cuaderno I, – Enero 1882. Madrid, 1882; in-8°.

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; vol. XIV, fasc. 20; vol. XV, fasc. 1-2. Milano, 1881-82; in-8°. — R. Istituto Lomb. di Scienze e Lett. (Milano).

Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. XXIII, fogli 13-18. Milano, 1881; in-8°. — Società Italiana di Scienze nat. (Milano).

Annuario della Società dei Naturalisti in Modena; serie seconda, anno XV, disp. 4. Modena, 1881; in-gr. 8°. — Società dei Naturalisti in Modena.

—— Parte ufficiale: — Rendiconto delle adunanze. Modena, 1882; 1 fasc. in-8°. — Id.

Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena; t. XX, parte 2ª. Modena, 1881; in-4°. — R. Accademia di Sc., Lettere ed Arti in Modena.

Associazione meteorologica italiana. — Bollettino decadico pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri; anno X, n. 11-12. Torino, 1881; in-gr. 8°. — Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri.

Bollettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale ecc., serie seconda, vol. I, n. 9-10. Torino, 1881; in-4°. — Id.

Boletim da Sociedade de Geographia de Moçambique; 1ª serie, Nov. de 1881, n. 6. Moçambique, 1881; in-8°. — Società geografica di Mozambico.

Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli; fasc. 11, Nov. 1881. Napoli, 1881; in-4°. — R. Società di Napoli.

Atti del R. Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali, economiche e tecnologiche di Napoli; 2ª serie, t. XVII, parte 2ª. Napoli, 1881; in-4°. — R. Istituto d'Incorag. alle Sc. nat. ecc. di Napoli.

Transactions of the New York Academy of Sciences; 1881-82 (Regular business meetings. New York, 1881, 1 fasc. in-8°. — Accademia delle Scienze di New York.

Bulletin de la Société de Géographie, etc., Juillet 1881. Paris, 1881, in-8°. — Società di Geogr. (Parigi).

Société de Géographie: — Compte rendu des Séances, etc. pag. 49-76. Paris, 1882; in-8°. — Id.

Liste des Membres de la Société de Géographie, etc. au 31 Décembre 1881. Paris, 1882; 1 fasc. in-8°. — Id.

Bulletin de la Commission Polaire International, etc. 1 livrais. St.-Pétersbourg, 1882; in-4°. — Commiss. Polare internazionale (Pietroborgo).

Movimento della navigazione nei porti del Regno; parte 1ª, movimento della navigazione per operazioni di commercio, ecc.; anno XX, 1880. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°. — Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma).

R. Accademia dei Lincei (Roma). — Transunti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. VI, fasc. 5 e 6. Roma, 1882; in-8°.

Società degli Spettr. ital. (Roma). — Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. TACCHINI; vol. X, disp. 12. Roma, 1882; in-4°.

R. Deputazione di Storia patria (Torino). — Miscellanea di Storia italiana edita per cura della R. Deputazione di Storia patria; t. XX, V della 2ª serie. Torino, 1882; in-8°.

R. Acc. di Medic. di Torino. — Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc. Dic. 1881, n. 12. Torino, 1881; in-8°.

Consorzio univ. di Torino. — Consorzio universitario di Torino: — Riassunto delle spese ed inventario delle proprietà mobili, dall'anno 1878 al 31 Marzo 1881. Torino, 1882, 1 vol. in-8°.

Il Club Alpino italiano (Torino). — Rivista Alpina Italiana; Periodico mensile del Club Alpino Italiano, ecc.; vol. I, n. 1. Torino, 1882; in-4°.

R. Istit. Veneto (Venezia). — Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; t. VIII, serie quinta, disp. 2. Venezia, 1882; in-8°.

Il Sig. Principe B. BONCOMPAGNI. — Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. BONCOMPAGNI; t. XIV, Gennaio-Marzo 1881; 2 fasc. in-4°.

Id. — Lettre de M. GOVI qui fait hommage à l'Académie des Sciences de l'Institut d'une brochure publiée par le Prince B. BONCOMPAGNI, sous le titre: *Testamento inedito di Nicolò Tartaglia.* Paris, 1881; 2 pag. in-8°.

L'Autore. — Cosmos: Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini, di Guido CORA; vol. VI, n. 11-12. Torino, 1881; in-4°.

Id. — Cenni intorno all'attuale indirizzo degli studi geografici; Prolusione letta il 22 Nov. 1881 nella R. Università di Torino dal Prof. G. CORA. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — I fosfati ed il frumento; Nota del Prof. Gaetano CANTONI. Milano, 1882; 1 fasc. in-8°.

A. CORONA. — Sugli alcaloidi cadaverici o ptomaine del Selmi; pei Dott. Arturo SOLDAINI e Augusto CORONA. Napoli, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Sui coriceidi parassiti e sull'anatomia del genere *Lichomolgus*; Memoria del Dott. A. DELLA VALLE. Roma, 1880; 1 fasc. in-4°.

Id. — Nuove contribuzioni alla Storia naturale delle Ascidie composte nel golfo di Napoli; Memoria del Dott. A. DELLA VALLE. Roma, 1881; 1 fasc. in-4°.

Annali del Museo civico di Storia naturale di Genova; pubblicati per cura di G. DORIA e R. GESTRO; n. XVII. Genova, 1881; in-8°. — Sig. Marchese G. DORIA.

Gli avanzi di Vetulonia sul poggio di Colonna nella maremma grossetana; Relazione del Dott. Isidoro FALCHI, R. Ispettore degli Scavi a Campiglia marittima, a S. E. il Ministro dell'I. P. Grosseto, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Giovanni Gaspare Bluntschli; Breve Commemorazione scritta da Ermanno FERRERO. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Le triremi, di L. FINCATI. 2ª edizione, ecc. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A

L'Italia, sua formazione, suoi vulcani e terremoti; pel Capitano Luigi GATTA. Milano, 1882; 1 vol. in-8°. — L'A.

Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas, publicado pelo Dr. Francisco GOMES TEIXEIRA; vol. III, n. 5. Coimbra, 1881; in-8°. — L'A.

Scritti storici e letterarii di Fedele LAMPERTICO, Senatore del Regno; vol. 1°. Firenze, 1882; in-16°. — L'A.

Comunicazione degli ultimi studi sulla applicabilità dei trafori nelle dighe dei porti; dell'Ing. Marchese Giov. MALASPINA. Venezia, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

De la gangrène gazeuse; Étiologie par Daniel MOLLIÈRE. Lyon, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Dei fossili triasici del Veneto che furono descritti e figurati dal Prof. P. A. Catullo; Osservazioni di Giovanni OMBONI. Venezia, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Cyprus Antiquities excavated by Major Alexander PALMA di CESNOLA, Member of the Biblical Archaeological Society, etc., from 1876 to 1879. London, 1880; 1 vol. in forma d'atlante, in-8°. — Sig. Maggiore A. PALMA di CESNOLA.

Des mouvements périodiques du sol accusés par des niveaux à bulle d'air (troisième année); par M. Ph. PLANTAMOUR. Genève, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Adriano de Longpérier, Membro dell'Istituto di Francia, socio estero della R. Accademia delle Scienze; Commemorazione di Vincenzo PROMIS. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Su una iscrizione onoraria romana di Torino; Brevi cenni di Vincenzo PROMIS Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — Id

Andamento annuale della oscillazione diurna della declinazione magnetica, del Prof. Domenico RAGONA, Direttore dell'Osservatorio di Modena. Modena, 1882; 1 fasc. in-4°. — L'A

F. ROSSETTI e G CANTONI. — Bibliografia italiana di elettricità e magnetismo; Saggio compilato per incarico del Ministero d'Agr., Ind. e Comm., dei Prof. F. ROSSETTI e G. CANTONI, in occasione della Mostra internaz. di elettricità apertasi in Parigi nell'Agosto 1881. Padova, 1881; 1 fasc. in-4°.

L'Autore. — Il *Libro dei funerali* degli antichi Egiziani tradotto e commentato da Ernesto SCHIAPARELLI; vol. I; con un vol. di Tav. Torino, 1881-82; in-fol.°

L'Autore. — Balistica e pratica. — Addizione al nuovo metodo per risolvere i problemi del tiro, di F. SIACCI, Capitano d'Artiglieria. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°.

Il Traduttore. — La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Comm. P. B. SILORATA, vol. II. disp. 89-90. Roma, 1882; in-4°.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Classi Unite.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVII, DISP. 4ª (*Marzo* 1882)

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Marzo 1882.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 12 Marzo 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Cav. A. Naccari presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. Angelo Emo, la seguente Nota

SUI CALORI SPECIFICI
E
SULLE DENSITÀ DELLE SOLUZIONI DI GLICERINA
NELL' ACQUA.

Eseguii una prima serie di esperienze sul calore specifico delle soluzioni acquose di glicerina, applicando il metodo del Kopp con qualche leggiera modificazione (1).

Un piccolo calorimetro di ottone a sezione elittica stava in altro vaso d'ottone ed era ben riparato con ischermi. La capacità del calorimetro era cm^3. 60.

Come equivalente in acqua del calorimetro, compresi pure il termometro e l'agitatore, assunsi g. 2,614, per valore medio fra due poco diversi, ottenuti l'uno col calcolo e l'altro con apposite esperienze.

Il termometro immerso nel calorimetro aveva scala arbitraria; una divisione corrispondeva a 0,1 di grado all'incirca. Confrontai

(1) H. Kopp, *Ann. d. Chemie u. Pharmacie*, 1864-65, III *Supplementenband.*

diligentemente quel termometro con un termometro campione, prima di farne uso.

L'apparato riscaldante era un bagno di mercurio circondato con un altro d'olio; questo era posto a sua volta entro un bagno di sabbia. Non portai mai l'apparato riscaldante a temperatura più elevata di 50°.

Preparai tre tubetti di vetro per collocarvi il liquido di cui voleva determinare il calore specifico. Li chiusi con tappi di sovero lasciati per qualche tempo nell'olio caldo. Un filo di ferro passava attraverso il tappo e serviva ad agevolare il maneggio e la sospensione dei tubetti. Il peso d'acqua equivalente a ciascun d'essi fu determinato con 5 o 6 esperienze calorimetriche apposite. Ecco i medi valori ottenuti:

1°	tubetto	0,558
2°	»	0,549
3°	»	0,557.

Nel determinare il calor specifico della glicerina e delle soluzioni di essa, potendo esser lenta la trasmissione del calore dal liquido contenuto nel tubetto all'acqua del calorimetro, in causa della viscosità di quel liquido, prolungai debitamente l'osservazione della temperatura dell'acqua dopo l'immersione e seguii per le correzioni il metodo più accurato e minuto.

Feci una quarantina di determinazioni del calore specifico della glicerina pura, e ottenni come valor medio $0,576 \pm 0,0005$. Ho determinato la densità a 0° di questa glicerina con un tubo alla Sprengel (1), e l'ho trovata eguale a 1,2691: con un picnometro, e usando glicerina già impiegata nelle determinazioni di calore specifico, trovai 1,2685. Il medio 1,2688 è più grande di quello dato dallo Schöttner nel suo studio sull'attrito interno della glicerina (2). Io credo pertanto di poter ammettere che la glicerina da me adoperata fosse quasi interamente priva d'acqua.

Per ciascuna soluzione eseguii da 9 a 15 determinazioni di calore specifico, e determinai la densità col tubo di Sprengel prima di usare la soluzione nell'esperienze sul calore specifico,

---

(1) SPRENGEL, *Pogg. Ann.*, CL. 459 (1873).
(2) SCHÖTTNER, *Sitzungsberichte d. Wien. Akademie*, LXXVII.

e col picnometro di poi. Le medie aritmetiche dei valori ottenuti stanno indicate nella tabella che riferisco più sotto; l'unità assunta per i calori specifici è quello dell'acqua a 0°, per le densità quella dell'acqua a 4°.

Il Berthelot ha desunto da alcune sue esperienze, che le soluzioni poco concentrate di glicerina hanno calore specifico maggiore di quello dell'acqua (1). Non avendomi dato lo stesso risultato le mie esperienze, io l'attribuii a mancanza di sensibilità e precisione del metodo adoperato. Per ciò eseguii una seconda serie d'esperienze col metodo calorimetrico del Joule (2), applicato poi dal Pfaundler (3), valendomi dello stesso apparecchio usato dal Pagliani (4) per lo studio dei calori specifici delle soluzioni saline e dei miscugli alcoolici. Questo metodo mi parve particolarmente opportuno per paragonare il calore specifico delle soluzioni di glicerina con quello dell'acqua. Per ciascuna soluzione ho fatto almeno tre esperienze; ho posto 15 grammi d'acqua e di soluzione rispettivamente nei piccoli calorimetri, e ho calcolato il calore specifico della soluzione con la formola

$$c = \frac{(P_1 + a_1)\theta_1 - \rho\, a_2 \theta_2}{\rho\, P_2 \theta_2},$$

dove P_1 e P_2 sono i pesi dell'acqua e della soluzione; $a_1\, a_2$ gli equivalenti in acqua dei calorimetri con accessori; $\theta_1\, \theta_2$ gli innalzamenti di temperatura rispettivamente prodotti in un dato tempo dalla corrente nell'acqua e nella soluzione; ρ il rapporto fra le resistenze dei due fili di platino immersi nei calorimetri. Ho trovato con apposite determinazioni calorimetriche $\rho = 1{,}063$, e una determinazione fatta col ponte di Wheatstone mi diede un valore concordante con quello.

Volendo soltanto eseguire una verificazione, non ho studiato che 7 soluzioni, prendendone 3 fra le più diluite. I valori medii ottenuti son registrati nell'ultima colonna segnata c'' della tabella.

La prima colonna della tabella stessa indica il grado di concentrazione ossia le parti in peso p di glicerina prese nei singoli

---

(1) Berthelot, *Annales de Chimie et de Physique*, (5), XVIII, 387 (1879).

(2) Joule, *Memoirs of Litterary and Philosophical Society of Manchester*, T. VII (1846), p. 559.

(3) Pfaundler, *Sitzungsber. der k. Wien. Ak.*, LIX, 1869.

(4) Pagliani, *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, XVI, 1881.

casi per formarne 100 di soluzione. La seconda colonna contiene le densità a 0°, e sotto la media pressione di 741^{mm}, che sono graficamente rappresentate dalla fig. 1 in funzione del grado di concentrazione p. La terza contiene la quantità γ calcolata con questa formola

$$\gamma = ps\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D}\right) + \frac{100\,s}{D} - 100,$$

in cui D e d sono rispettivamente le densità dell'acqua e della glicerina, s quella della soluzione. È questa la contrazione ossia la differenza fra la somma dei volumi dei componenti a 0°, e il volume della soluzione a 0°, espressa in centesime parti del volume della soluzione. Essa è rappresentata graficamente nella fig. 2 in funzione del grado di concentrazione. La massima contrazione corrisponde prossimamente alla soluzione del 55 °/₀.

La quarta colonna contiene i calori specifici c determinati col metodo del Kopp; la quinta, i calori specifici c' calcolati nel modo indicato più sotto; l'ultima, come ho già detto, quelli determinati col metodo del Joule. Notisi che questi ultimi risultano sempre alquanto minori di quelli che spettano alle stesse soluzioni e sono dedotti con l'altro metodo. Ciò devesi principalmente al fatto ohe le quantità c sono valori medii spettanti all'intervallo di temperatura da 15 a 50°, le quantità c' invece corrispondono a temperature comprese fra 12 e 17°.

p. %	d	γ	c	c'	c''
0	0, 99987	0, 000	1, 003	1, 003	1, 002
1	1, 0021	» 010	—	1, 000	1, 000
2	» 0045	» 037	1, 001	0, 997	0, 994
5	» 0120	» 140	0, 994	» 986	0, 986
8	» 0198	» 263	» 980	» 976	—
10	» 0244	» 282	» 973	» 970	0, 972
15	» 0371	» 426	» 954	» 952	—
20	» 0504	» 600	» 935	» 934	—
25	» 0641	» 784	» 917	» 914	0, 909
30	» 0769	» 855	» 894	» 895	—
35	» 0905	» 973	» 876	» 875	—
40	» 1048	1, 126	» 852	» 854	—
45	» 1184	» 185	» 830	» 833	—
50	» 1317	» 190	» 813	» 813	0, 809
55	» 1456	» 218	» 787	» 791	—
60	» 1597	» 234	» 767	» 769	—
65	» 1731	» 161	» 748	» 747	—
70	» 1872	» 118	» 726	» 724	—
75	» 2011	» 030	» 700	» 701	0, 694
80	» 2160	0, 994	» 678	» 676	—
85	» 2286	» 738	» 656	» 655	—
90	» 2424	» 553	» 634	» 631	—
95	» 2558	» 306	» 611	» 608	—
98	» 2637	» 133	» 594	» 594	—
100	» 2688	» 000	» 576	» 584	0, 574

Per aver graficamente una relazione fra i valori c della tabella precedente e le densità d, ho tracciato una curva (fig. 3) prendendo per ascisse i valori d e per ordinate i valori c, della quale mi servii per calcolare una formola empirica col metodo dei minimi quadrati.

Così ho trovato la formola

$$c' = 1,4818 + 0,3689\, d - 0,848\, d^2.$$

I valori con essa calcolati concordano abbastanza bene con i valori sperimentali. Nella fig. 4 è tracciata una curva analoga che rappresenta graficamente i valori c''; l'asse delle ordinate, come mostra la figura, venne spostato alquanto rispetto a quello della fig. 3, per rendere più chiaro l'andamento delle due curve. Si vede che esse conservano eguale distanza pressochè in tutta la loro lunghezza.

Infine, dall'esame dei valori c e c'' registrati nella tabella, appare manifesto che, secondo le mie esperienze, le soluzioni molto diluite di glicerina non hanno calore specifico maggiore di quello dell'acqua. Pertanto o questa differenza non esiste, o la sensibilità dei metodi usati non consente di seguirla, benchè quello del Joule in particolare sembri adattissimo all'uopo.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università

Torino, Febbraio 1882.

Il Socio Cav. E. D'Ovidio presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. Saul Piazza, la seguente Nota

SULLE CORRISPONDENZE (1,2) ED (1,3)

I. — Corrispondenza [1, 2].

1)

Se chiamiamo $x\,(x_1\,x_2)$ e $\xi\,(\xi_1\,\xi_2)$ le coordinate omogenee degli elementi variabili di due forme di prima specie nella corrispondenza [1, 2], questa risulta determinata da un'equazione del tipo:

$$\begin{aligned} f = & \;(a_0\,x_1^2 + 2\,a_1\,x_1\,x_2 + a_2\,x_2^2)\,\xi_1 \\ & + (a_0'\,x_1^2 + 2\,a'_1\,x_1\,x_2 + a'_2\,x_2^2)\,\xi_2 = 0 \end{aligned}$$

e sotto forma simbolica $f = a_x^2\,\alpha_\xi = b_x^2\,\beta_\xi = \ldots = 0$.

La corrispondenza [1, 2] dipende da 5 parametri, e quindi è data da 5 coppie di elementi corrispondenti. Se $a,\ \alpha$; $b,\ \beta$; $c,\ \gamma$; $d,\ \delta$; $e,\ \varepsilon$; sono le coordinate di queste 5 coppie, l'equazione della corrispondenza sarà:

$$\begin{vmatrix} x_1^2\,\xi_1 & x_1 x_2\,\xi_1 & x_2^2\,\xi_1 & x_1^2\,\xi_2 & x_1 x_2\,\xi_2 & x_2^2\,\xi_2 \\ a_1^2\,\alpha_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_1^2\,\beta_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_1^2\,\gamma_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ d_1^2\,\delta_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ e_1^2\,\varepsilon_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = 0\,.$$

Il primo membro deve svilupparsi nella somma di più termini, ciascuno dei quali è funzione intera di determinanti del tipo (xa)... (ab)... $(\xi\alpha)$... $(\alpha\beta)$... Se ai determinanti (pq) si sostituiscono i segmenti compresi fra i punti p e q che son loro proporzionali, si avrà una relazione fra i segmenti compresi fra 6 punti della prima punteggiata, ed i corrispondenti della seconda, relazione proiettiva su cui si potrebbe basare lo studio sintetico della corrispondenza. Essendo la trattazione generale troppo complicata, farò lo sviluppo precedente in casi particolari.

È evidente che tutte le coppie corrispondenti agli elementi ξ formano involuzione, e quindi vi saranno due coppie di punti coincidenti, che chiamerò *punti doppi*, e gli elementi ξ loro corrispondenti *elementi di diramazione*.

Il discriminante di f rispetto alle x, mi dà gli elementi di diramazione:

$$\begin{aligned} S = & \ (a_0\xi_1 + a'_0\xi_2)(a_2\xi_1 + a'_2\xi_2) - (a_1\xi_1 + a'_1\xi_2)^2 \\ = & \ (a_0 a_2 - a_1^2)\xi_1^2 + (a_0 a'_2 + a'_0 a_2 - 2a_1 a'_1)\xi_1\xi_2 \\ & + (a'_0 a'_2 - a'^2_1)\xi_2^2 = 0\,. \end{aligned}$$

Il Jacobiano delle due forme

$$a_0 x_1^2 + \ldots = 0\,, \qquad a'_0 x_1^2 + \ldots = 0\,,$$

$$T = \begin{vmatrix} a_0 x_1 + a_1 x_2\,, & a_1 x_1 + a_2 x_2 \\ a'_0 x_1 + a'_1 x_2\,, & a'_1 x_1 + a'_2 x_2 \end{vmatrix}$$

$$= (a_0 a'_1 - a'_0 a_1)x_1^2 + (a_0 a'_2 - a'_0 a_2)x_1 x_2 + (a_1 a'_2 - a'_1 a_2)x_2^2 = 0$$

mi dà gli elementi doppi, che saranno reali, coincidenti od immaginarii, secondochè

$$R = 4(a_0 a_2 - a_1^2)(a'_0 a'_2 - a'^2_1) - (a_0 a'_2 + a'_0 a_2 - 2a_1 a'_1)^2$$

$$= \begin{vmatrix} a_0 & 2a_1 & a_2 & 0 \\ a'_0 & 2a'_1 & a'_2 & 0 \\ 0 & a_0 & 2a_1 & a_2 \\ 0 & a'_0 & 2a'_1 & a'_2 \end{vmatrix} \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} 0\,,$$

R è ancora il discriminante degli elementi di diramazione, quindi questi e gli elementi doppi sono ad un tempo reali, coincidenti

od immaginarii. Inoltre R, sotto forma di determinante, è il risultante delle due quadratiche $a_0 x_1^2 + \ldots = 0$, $a'_0 x_1^2 + \ldots = 0$ calcolato col metodo dialitico di SYLVESTER, e quindi col suo annullarsi dice che la corrispondenza [1, 2] si riduce ad una corrispondenza [1, 1] e ad un elemento fisso x.

Supposti gli elementi doppi reali, abbiano per equazione $X_1^2 = 0$ e $X_2^2 = 0$, dove X_1 e X_2 sono funzioni lineari di x_1 e x_2. allora ogni coppia del sistema avrà per equazione

$$\alpha X_1^2 + \beta X_2^2 = 0 \ ,$$

e l'equazione della corrispondenza sarà

$$(\alpha \xi_1 + \alpha' \xi_2) X_1^2 + (\beta \xi_1 + \beta' \xi_2) X_2^2 = 0$$

e posto

$$\alpha \xi_1 + \alpha' \xi_2 = \Xi_2 \ , \quad \text{e} \quad \beta \xi_1 + \beta' \xi_2 = -\Xi_1 \ ,$$

si avrà

$$\Xi_2 X_1^2 - \Xi_1 X_2^2 = 0 \qquad \text{ossia} \qquad \frac{\Xi_1}{\Xi_2} = \frac{X_1^2}{X_2^2}$$

dove $\Xi_1 = 0$ e $\Xi_2 = 0$ rappresentano i due elementi di diramazione. Se è lecito fare nelle due forme geometriche sostituzioni lineari indipendenti nelle variabili, come avviene se le due forme geometriche sono distinte e non si considerano le loro reciproche posizioni, allora l'equazione $\frac{\Xi_1}{\Xi_2} = \frac{X_1^2}{X_2^2}$ si può assumere come forma *canonica* della corrispondenza, prese X_1, X_2, Ξ_1, Ξ_2 per coordinate degli elementi, altrimenti la forma canonica è

$$(\alpha \xi_1 + \alpha' \xi_2) X_1^2 + (\beta \xi_1 + \beta' \xi_2) X_2^2 = 0 \, .$$

2) *Relazione fra i segmenti.*

Siano α, β gli elementi di diramazione; a, b gli elementi doppi; γ, c una coppia data di elementi corrispondenti; ξ ed x una coppia variabile. Ξ_1, ecc. sono proporzionali alle distanze dei punti ξ ed x, rispettivamente da α, β, a, b, e quindi, essendo C una costante, sarà $\frac{\xi\alpha}{\xi\beta} = \left(\frac{xa}{xb}\right)^2 C$, e così pure $\frac{\gamma\alpha}{\gamma\beta} = \left(\frac{ca}{cb}\right)^2 C$, dalle quali $(\alpha \beta \gamma \xi) = (a b c x)^2$, dunque:

« Il rapporto anarmonico dei due elementi di diramazione, e di due elementi qualunque è uguale al quadrato di quello dei due elementi corrispondenti a questi ultimi e dei due elementi doppi » (*).

Siano d, δ; e, ε altre coppie di elementi corrispondenti. Si avrà $(\alpha\beta\gamma\delta)=(abcd)^2$, $(\alpha\beta\gamma\varepsilon)=(abce)^2$, donde

$$(\gamma\delta\varepsilon\xi)=\frac{[1-(abce)^2]\,[(abcd)^2-(abcx)^2]}{[1-(abcx)^2]\,[(abcd)^2-(abce)^2]}.$$

Siano ora γ, δ, ε, *i punti uniti*, e quindi coincidenti con c, d, e, e chiamiamoli p, q, r. Si avrà

(essendo $ab.cd+bc.ad+ca.bd=0$)

$$(pqr\xi)=\frac{pr.qx}{qr.px}\cdot\frac{bp.ar+ap.br}{bq.ar+aq.br}\cdot\frac{bq.ax+aq.bx}{bp.ax+ap.bx}$$

e dividendo numeratore e denominatore per

$$bp.ar\times bq.ax=bq.ar\times bp.ax$$

avremo

$$(pqr\xi)=(pqrx)\cdot\frac{1+(abpr)}{1+(abqr)}\cdot\frac{1+(abqx)}{1+(abpx)}.$$

3) *Costruzione della corrispondenza* [1, 2].

Si sa che se 0 ed Ω sono due fasci di raggi nella corrispondenza [1, 2], il luogo dei punti d'intersezione dei raggi corrispondenti, è una curva di 3° ordine con punto doppio in 0 e con punto semplice in Ω. Stanno collegati colla cubica in tal modo generata, i 3 punti di flesso, le tangenti nel punto doppio, ecc.; ma questi elementi non dipendono dalla natura della corrispondenza [1, 2] colla quale sono solamente collegati gli elementi di diramazione e gli elementi doppi, e che non ha altra proprietà invariantiva che l'essere tali elementi reali od immaginarii; quelli invece dipendono unicamente dalla reciproca posizione dei due fasci. Quindi se gli elementi doppi sono reali, comunque dispo-

(*) Cfr. WEYR, *Beiträge zur Curvenlehre.*

niamo i due fasci nel piano, il punto Ω si troverà sempre sulla campana (*), altrimenti si troverà sulla foglia.

Se poi i due fasci di raggi hanno due raggi corrispondenti comuni, la cubica si decompone nel raggio comune 0Ω, ed in una conica passante per 0 e non passante per Ω. Donde si vede come si possa costrurre la corrispondenza [1, 2] data da 5 coppie di elementi corrispondenti, proiettando i fasci in modo che due elementi corrispondenti vengano a coincidere. Tale costruzione ci permette di costrurre una cubica con punto doppio, dato questo e 6 altri punti.

Si osservi che si può proiettare la figura in modo che la conica diventi un cerchio e che, se Ω era interno alla conica, ne diventi il centro (se Ω è esterno, la trasformazione è immaginaria). Dunque i due fasci si posson proiettare in modo che l'angolo fatto da due raggi qualunque del primo fascio sia la metà dell'angolo formato dai due corrispondenti.

Per tale corrispondenza però, daremo una costruzione speciale applicabile a due punteggiate sovrapposte. Descrivansi i cerchi aventi i centri sulla retta data R, e passanti per le coppie di punti della involuzione. Questi cerchi formano un fascio avente i punti fondamentali reali, se i punti doppi della involuzione sono immaginarii, e precisamente i due punti fondamentali sono quelli, da cui si veggono le coppie della involuzione sotto angolo retto; essi sono poi immaginarii, se i punti doppi sono reali. Ad ogni punto ξ corrisponde un cerchio ed un centro C, ad ogni centro un cerchio ed un punto ξ; quindi esiste omografia fra gli elementi ξ ed i centri dei cerchi corrispondenti. Costrutta tale omografia è costrutta la corrispondenza [1, 2].

Caso particolare di questa è il sistema polare di una cubica binaria. Si proietti la figura in modo da mandare all'∞ uno dei 3 punti dati, sicchè i punti radici della cubica siano A, B, ∞. Centro in A e B, e con raggi uguali ad AB descrivo due cerchi che s'incontrino in I, I', punti fondamentali del fascio di cerchi dell'involuzione. Dato un punto qualunque P, per determinarne il 1° sistema polare, si prenda $OP' = PO$ (essendo $AO = OB$) e col centro P' si costruisca il cerchio del fascio.

(*) Newton, *Theoria curvarum tertii ordinis.*

5) *Siano i due sostegni distinti.*

In tal caso si posson fare nelle due serie di variabili, trasformazioni lineari indipendenti fra loro.

Sia $f = a_x^2 \alpha_\xi = b_x^2 \beta_\xi = \ldots = 0$. Gli elementi di diramazione son dati da $S = S_\xi^2 = \alpha_\xi \beta_\xi$. Eliminando ξ fra le due equazioni $a_x^2 \alpha_\xi = 0$, $a_y^2 \alpha_\xi = 0$, e dividendo per (xy), (poichè facciamo astrazione dal caso in cui y coincide con x), si avrà

$$(ab)(\alpha\beta) a_x b_y = 0 ,$$

equazione che mi dà l'involuzione formata dalle coppie corrispondenti agli elementi ξ, per cui, ponendo $x = y$, avremo gli elementi doppi $T = T_x^2 = (ab)(\alpha\beta) a_x b_x$. I discriminanti poi di S e T, sono: $R = (ab)^2 (cd)^2 (\alpha\gamma)(\beta\delta)$

$$\begin{aligned} R' &= (ab)(\alpha\beta)(cd)(\gamma\delta)(ac)(bd) \\ &= R - (\alpha\beta)(\gamma\delta)(ac)(bd)(ad)(bc) = R , \end{aligned}$$

come si era già visto. L'invariante simultaneo di f e di T (considerando f come funzione delle sole x), è $\Delta = (ab)(\alpha\beta)(ac)(bc)\gamma_\xi$, che è identicamente nullo, ossia tutte le coppie di punti corrispondenti agli elementi ξ, dividono armonicamente i punti doppi.

Le forme f, S, T, R, insieme con la

$$L = (aT) a_x T_x \alpha_\xi = a_x^2 (\alpha S) S_x ,$$

formano (come fu già dimostrato dal Dott. PEANO) il sistema completo di forme invariantive.

6) *I due sostegni coincidano.*

In tal caso le due serie di variabili sono assoggettate alla stessa sostituzione lineare. Prendasi un punto y sulla retta, e scrivasi l'equazione $\varphi = a_x a_y \alpha_\xi$ che dice che la coppia xy divide armonicamente la coppia corrispondente a ξ. Dato x, questa equazione individua una corrispondenza [1, 1] avente per punti doppi $a_x a_\xi \alpha_\xi = 0$. Tale corrispondenza sarà un'involuzione, quando

sia identicamente $a_x a_y \alpha_\xi = a_x a_\xi \alpha_y$ ossia $a_x (a\alpha)(y\xi) = 0$ e quindi $B_x = (a\alpha) a_x = 0$, cioè *esiste un sol punto x cui corrisponde una omografia in involuzione.*

Gli elementi uniti della corrispondenza son dati, ponendo in f, $x = \xi$, ossia $A_x^3 = a_x^2 a_x$. Si potrebbero in tal modo cercare altre forme invariantive, però esiste un procedimento insegnato dal CLEBSCH (*Binären Formen*, § 7) per ridurre la ricerca del sistema completo di forme invariantive, a quello di più (nel nostro caso due) forme binarie semplici. Infatti si ha identicamente: $f = A_x^2 A_\xi + {}^2/_3 (x\xi) B_x$, e quindi il sistema completo di f, coincide con quello delle due forme A e B, e consta quindi delle 13 forme:

$$A_x^3,\ H_x^2 = (AA')^2 A_x A'_x,\ Q_x^3 = (AH) A_x^2 H_x,\ \overline{R} = (HH')^2,\ B_x,$$
$$C_x^2 = (AB) A_x^2,\ D_x = (AB)^2 A_x,\ E = (AB)^3,\ F_x (HB) H_x,$$
$$G = (HB)^2,\ M_x^2 = (QB) Q_x^2,\ N_x = (QB)^2 Q_x,\ P = (QB)^3.$$

Fra gli invarianti $\overline{R}$, E, G, P passa una relazione.

Infatti si ha l'identità $H^3 = -\frac{1}{2} Q^2 + \frac{\overline{R}}{2} A^2$, e ponendo in vece delle x, le B, si ha

$$G^3 = -\frac{1}{2} P^2 + \frac{\overline{R}}{2} E^2.$$

Se la corrispondenza [1, 2] è quella che proviene dal 1° sistema polare di una cubica binaria, è chiaro che deve essere identicamente $B_x = 0$.

Vediamo ora se sia possibile mediante una trasformazione lineare in una delle serie di variabile, trasformare ogni corrispondenza [1, 2] in una per la quale sia $B_x = 0$. Sian le nuove variabili y legate colle ξ, dalla $p_y \pi_\xi = 0$, allora la f diventa $a_x^2 p_y (\alpha\pi) = 0$. La forma analoga a B sarà $B' = (ap) a_x (\alpha\pi)$, che deve annullarsi identicamente, quindi dovrà essere

$$a_1 (ap)(\alpha\pi) = 0, \quad a_2 (ap)(\alpha\pi) = 0,$$

due equazioni fra i coefficienti della trasformazione $p_y \pi_\xi = 0$, che sono in numero di 4, e vi compaiono omogeneamente, quindi:

Il problema proposto si può risolvere in infiniti modi.

7) *Curve speciali.*

Proponiamoci ora quest' ultima questione. Supponiamo le $x\,(x_1 x_2)$ non più coordinate omogenee di punti di una retta, ma coordinate cartesiane dei punti di un piano; immaginiamo poi $\xi_1 = dx_1$, $\xi_2 = dx_2$. Le variabili x e ξ saranno in questo caso cogredienti, supposto di conservare l'origine degli assi, cambiandone la loro direzione. Integrata l'equazione differenziale che così si ottiene, si avrà l'equazione di una curva, che attraversa le rette del fascio passante per l'origine, sotto un angolo eguale a quello che fa il raggio vettore colla retta a lui corrispondente.

Posto $x_1 = t x_2$, donde $dx_1 = t\,dx_2 + x_2\,dt$, si ha, sostituendo ed integrando,

$$\int \frac{a_0 t^2 + 2 a_1 t + a_2}{(a_0 t^3 + [2 a_1 + a'_0] t^2 + [a_2 + 2 a_1'] t + a'_2)} \cdot dt = -\log x_2 .$$

Supponiamo che i tre fattori lineari del denominatore siano disuguali, e siano α_1, α_2, α_3 le tre radici; avremo, indicando con A_1, A_2, A_3, tre costanti, e con C la costante d'integrazione:

$$-\log C x_2 = A_1 \log (t - \alpha_1) + A_2 \log (t - \alpha_2) + A_3 \log (t - \alpha_3)$$

ossia $\dfrac{1}{C x^2} = (t - \alpha_1)^{A_1} (t - \alpha_2)^{A_2} (t - \alpha_3)^{A_3}$, dove $A_1 + A_2 + A_3 = 1$.

Sostituendo a t, $\dfrac{x_1}{x_2}$, e moltiplicando tutto per $x_2 = x_2^{A_1 + A_2 + A_3}$, avremo (cambiato il significato di C):

$$[1] \ldots \qquad C = (x_1 - \alpha_1 x_2)^{A_1} (x_1 - \alpha_2 x_2)^{A_2} (x_1 - \alpha_3 x_2)^{A_3} ,$$

equazione cercata, nella quale non occorre più sia $A_1 + A_2 + A_3 = 1$. Queste curve sono algebriche, quando A_1, A_2, A_3 sono commensurabili; α_1, α_2, α_3 poi sono i rapporti direttivi dei 3 raggi uniti, essendo le radici dell'equazione che si ha ponendo $\xi_1 = x_1$, $\xi_2 = x_2$. È facile a vedersi, come, avendo la [1], in cui le costanti siano qualunque, e differenziandola, si pervenga ad una equazione differenziale contenente a 1° grado le dx, ed a 2° grado ed omogeneamente le x.

II. — Corrispondenza [1, 3].

1) *Costruzione della corrispondenza* [1, 3].

Una corrispondenza [1, 3] è data da un'equazione del tipo

$$f = (a_0 x_1^3 + 3\,a_1 x_1^2 x_2 + 3\,a_2 x_1 x_2^2 + a_3 x_2^3)\,\xi_1 + (a'_0 x_1^3 + \ldots)\,\xi_2 = 0$$

o sotto forma simbolica $f = a_x^3 \alpha_\xi = b_x^3 \beta_\xi = \ldots = 0$. In essa compaiono omogeneamente 8 coefficienti, e quindi è data da 7 coppie di elementi corrispondenti.

Si sa già che, se 0 ed Ω sono due fasci di raggi nella corrispondenza [1, 3], il luogo dei punti d'intersezione dei raggi corrispondenti è una curva di 4° ordine con punto triplo in 0, e punto semplice in Ω, e che, se due raggi corrispondenti sono comuni, essa curva si decompone nel raggio comune $0\,\Omega$, ed in una cubica con punto doppio in 0, e non passante per Ω. Ora una tale cubica si sa costrurre per punti, dato il punto doppio e 6 altri punti (per quanto abbiamo visto nella corrispondenza [1, 2]); donde ne viene che, date 7 coppie di elementi, si sa costrurre colla riga e col compasso l'elemento ξ corrispondente ad un dato x, e quindi si sanno costrurre le quartiche con punto triplo. In generale, data una corrispondenza $a_x^m \alpha_\xi = 0$, si saprà costrurre il raggio ξ corrispondente ad un dato x, quando si sappia far l'analogo per la corrispondenza $(m - 1, 1)$.

2) *I due sostegni sian distinti. Quaderne fondamentali.*

Gli elementi di diramazione son dati da

$$D_\xi^4 = (a\,b)^2\,(c\,d)^2\,(a\,c)\,(b\,d)\,\alpha_\xi\,\beta_\xi\,\gamma_\xi\,\delta_\xi\,.$$

Se eliminiamo ξ fra le due equazioni $a_x^3 \alpha_\xi = 0$, $a_y^3 \alpha_\xi = 0$ arriviamo, dopo aver diviso pel fattore $(x y)$, all'equazione

$$M = m_x^4 \mu_y = 2\,(a\,b)\,(\alpha\,\beta)\,a_x^2\,b_y^2 + (a\,b)\,(\alpha\beta)\,a_x\,a_y\,b_x\,b_y = 0\;,$$

equazione che, dato x, mi dà i due punti y, che insieme ad esso fanno una terna della corrispondenza.

Gli elementi uniti di tale corrispondenza

$$\Delta = \Delta_x^4 = (ab)(\alpha\beta)\, a_x^2 b_x^2$$

sono *gli elementi doppi* della [1, 3].

Si verifica facilmente che è:

$$2 m_x^2 \mu_y^2 - 6\, \Delta_x^2 \Delta_y^2 = (ab)^3 (\alpha\beta)(xy)^2$$

e posto

$$L = (ab)^2 (\alpha\beta) \;,$$

si ha:

$$M = m_x^2 \mu_y^2 = 3\, \Delta_x^2 \Delta_y^2 + \frac{1}{2} L (xy)^2 \;.$$

Se ora scriviamo la condizione, perchè i punti y coincidano, avremo i 4 punti x che formano terne cogli elementi doppi. Tali punti, che chiameremo *elementi complementari*, son dati adunque

da
$$\Theta = \Theta_x^4 = \frac{3}{2} (\Delta\, \Delta')^2\, \Delta_x^2\, \Delta'^2_x + L\, \Delta_x^4 \,,$$

ma
$$H = H_x^4 = (\Delta\, \Delta')^2\, \Delta_x^2\, \Delta'^2_x$$

non è che l'Essiana di Δ, dunque $\Theta = \frac{3}{2} H + L\,\Delta$, ossia « La quaderna degli elementi complementari appartiene all'involuzione individuata dagli elementi doppi e dalla loro Essiana ». Dall'ultima formola si ha ancora che « Se L è nullo, la quaderna degli elementi semplici coincide con l'Essiana degli elementi doppi ».

3) *Invarianti delle quaderne fondamentali.*

Calcoliamo gli invarianti di Δ, Θ, D.

Si ha subito $i_\Delta = (ab)(\alpha\beta)(cd)(\gamma\delta)(ac)^2(bd)^2 - \frac{1}{3} L^2$ $=$ (dopo qualche passaggio) $= \frac{1}{2} L^2 - \frac{1}{3} L^2 = \frac{1}{6} L^2$, dunque se L è nullo, la quaderna degli elementi doppi è equianarmonica. j_Δ lo prenderemo per fondamentale. Gli invarianti di Θ si hanno

subito, appartenendo Θ all'involuzione data da Δ ed H, e si ha

$$i_\Theta = \frac{17}{96} L^4 + 3 L j_\Delta \, , \quad j_\Theta = \frac{9}{8} j_\Delta^2 + \frac{19}{16} j_\Delta L^3 + \frac{47}{3^3 \, 2^8} L^6 \, ,$$

ossia se L è nullo, anche gli elementi complementari sono equianarmonici, ma non è vero il reciproco.

Per calcolare poi semplicemente i_D, j_D ricorreremo ad un artificio. Sia $E = e_x^2 \varepsilon_\xi^2 = (a b)^2 a_x b_x \alpha_\xi \beta_\xi = 0$ corrispondenza $[2, 2]$, per la quale ad ogni punto ξ corrisponde la coppia di punti Essiana della terna corrispondente a ξ in f. È chiaro che gli elementi di diramazione (nelle ξ) di E, non sono che quelli di f, ossia $(e e')^2 \varepsilon_\xi^2 \varepsilon_\xi'^2 = D_\xi^4$. Se ora poniamo

$$F_x^4 = (\varepsilon \varepsilon')^2 e_x^2 e'^2_x = (a b)^2 (c d)^2 (\alpha \gamma) (\beta \delta) a_x b_x c_x d_x \, ,$$

si sa dalla teoria generale della corrispondenza $[2, 2]$, che $i_D = i_F$, $j_D = j_F$. Ma, ricorrendo alle note identità, dopo qualche scambio di lettere, si ha che $F = \frac{1}{3} L \Delta + H$, per cui, ricorrendo anche qui alle formole date dal CLEBSCH, si ha che

$$i_D = i_F = \frac{3}{2} L j_\Delta + \frac{1}{72} L^4 , \quad j_D = j_F = \frac{10}{27} j_\Delta L^3 + \frac{1}{3} j_\Delta^2 + \frac{17}{6^5} L^6 \, ,$$

dunque, se L è nullo, anche la quaderna degli elementi di diramazione è equianarmonica, non è però vero il reciproco.

4) *Collineazione fra le involuzioni di quaderne.*

Nelle 2 punteggiate abbiamo due sistemi di quaderne in involuzione. Nella prima abbiamo Δ, H, Θ ed F colle loro Essiane ecc. Infatti essendo

$$H_{k\lambda} = H \left(k^2 + \frac{1}{36} L^2 \lambda^2 \right) + \Delta \left(\frac{1}{18} L^2 k \lambda + \frac{1}{3} j_\Delta \lambda^2 \right) ,$$

si ha:

$$H_\Theta = \frac{15}{16} L^2 H + \Delta \left(\frac{1}{12} L^3 + \frac{3}{4} j_\Delta \right) ,$$

$$H_F = \frac{1}{12} L^2 H + \Delta \left(\frac{1}{54} L^3 + \frac{1}{3} j_\Delta \right) .$$

Nella seconda poi abbiamo D, la sua Essiana H_D, e gli elementi doppi in E, che diremo Γ. Infatti si ha (*): $H_D = \Gamma + \frac{1}{3} \overline{\overline{L}} D$, $\Big($indicando con $\overline{\overline{L}} = \frac{1}{4} L^2$, l' invariante di E, così chiamato dal CAPELLI$\Big)$, e nel nostro caso adunque $H_D = \Gamma + \frac{1}{12} L^2 D$.

Dato uno solo, restano determinati tutti i rapporti anarmonici di queste quaderne, però, la relazione che fra essi passa, risulta piuttosto complicata. Siano le due involuzioni:

$$\lambda \Delta + \mu H = 0 \,, \quad \lambda' D + \mu' \Gamma = 0 \,.$$

Si è visto che gli invarianti di D non sono che quelli di

$$F = \frac{1}{3} L \Delta + H \,,$$

e che quelli di Γ coincidono con quelli di $\Omega \Delta$ (dove Ω è un invariante), quindi le quaderne

$$\lambda' D + \mu' \Gamma = 0 \,, \quad \lambda' \left(\frac{1}{3} L \Delta + H \right) + \mu' \Omega \Delta = 0$$

hanno rapporti anarmonici eguali; ora la seconda si può scrivere così:

$$\left(\frac{1}{3} \lambda' L + \mu' \Omega \right) \Delta + \lambda' H = 0 \,,$$

e quindi, ponendo

$$\lambda \lambda' - \frac{1}{3} \mu \lambda' L + \mu \mu' \Omega = 0 \,,$$

si stabilirà corrispondenza univoca fra le quaderne in involuzione, tale cioè che i rapporti anarmonici delle quaderne corrispondenti siano uguali.

(*) Memoria del CAPELLI, 1879, pag. 86, Giornale del BATTAGLINI.

5) *Sistema completo.*

Il sistema completo di forme invariantive della corrispondenza [1, 3] si può facilissimamente trovare, ricorrendo ad una proprietà *caratteristica* della corrispondenza [1, 3], che è la seguente:

« È possibile fare, ed in modo unico, nelle variabili ξ una trasformazione lineare tale, che la nuova corrispondenza sia la prima polare di una biquadratica ». Sian le nuove variabili y date dalla $p_y \pi_\xi = 0$, si avrà

$$f' = a_x^3 p_y (\alpha \pi) ,$$

e se questa è la prima polare di una biquadratica A_x^4, dovrà essere

[1] . . . $$\alpha_x^3 p_y (\alpha \pi) = A_x A_y ,$$

donde $$\alpha_x^3 p_x (\alpha \pi) = A_x^4$$

e $$3 \alpha_x^2 a_y p_x (\alpha \pi) + \alpha_x^3 p_y (\alpha \pi) = 4 A_x^3 A_y ,$$

dalle quali $$\alpha_x^2 (a p) (\alpha \pi) = 0 .$$

Perchè ciò avvenga, devono annullarsi i tre coefficienti, si hanno così 3 equazioni lineari omogenee fra i 4 coefficienti di $p_y \pi_\xi = 0$, e resta così determinata la sostituzione lineare.

Ora io dico che il sistema completo di forme invariantive della corrispondenza, contenenti le ξ, è dato dai sistemi polari delle forme invariantive di A_x^4, quando si faccia, nelle y, la sostituzione lineare inversa della primitiva.

Sieno infatti A_1, A_2 . . . questi sistemi polari prima della sostituzione; B_1, B_2 . . . le forme ottenute dopo tale sostituzione, e C_1, C_2 . . . le forme invariantive fondamentali della corrispondenza, contenenti le ξ. È chiaro, che le B sono funzioni intere delle C, e così pure le C sono funzioni intere delle B, poichè, se facciamo nelle B e nelle C la trasformazione inversa, le B si riducono alle A, e le C a funzioni intere delle A; quindi si deduce che le C si esprimono in funzione lineare delle B, e che possiamo quindi assumere le B per forme invariantive fondamentali della corrispondenza, il che appunto volea dimostrare.

Restano a trovarsi gli invarianti ed i covarianti contenenti le sole x. Notisi intanto come $i_\Delta = \frac{1}{6} L^2$ ed j_Δ sono indipendenti fra loro; infatti nella corrispondenza speciale $a_x^3 a_y = 0$, essi sono i due invarianti dell'Essiana di a_x^4, e come tali indipendenti, ed a maggior ragione quindi saran tali in una corrispondenza qualunque.

Ciò posto, si vede chiaramente come ogni forma che ammette il fattore $(\alpha\beta)$, ammette pure il fattore (ab), e come ogni forma contenente il fattore $(\alpha\beta)(ab)^2$ contiene il fattore effettivo L. Quindi si deduce che le forme contenenti a 2° grado i coefficienti di f, sono solamente L e Δ.

Ogni forma poi non contenente le ξ, deve contenere tutte le lettere greche sotto simboli determinanti, quindi è di grado pari, e si potrà scriver sotto la forma

$$F = (\alpha\beta)(\gamma\delta)(\varepsilon\zeta)\dots(ab)(cd)\dots\Pi\left(\overset{2}{a}, \overset{2}{b}\dots x\right).$$

Potremo in quest'ultima forma mettere in evidenza le lettere a e b; se Π non contiene il fattore (ab) [poichè altrimenti ci sarebbe il fattore L], potremo scrivere

$$F = (\alpha\beta)(ab)\, a_x a_y b_z b_t \Phi,$$

y, z, r, t potendo essere variabili o simboli, e Φ una espressione, avente, oppure no, significato effettivo.

In ogni caso avrà significato effettivo

$$(ux)(uy)(uz)(ut)\cdot\Phi = F'^{\,4}_{u}.$$

Se si fa il quarto scorrimento di F' su Δ, si trova F; quindi: « ogni forma di grado $2n$ nei coefficienti, contenente n fattori determinanti greci, ed a grado qualunque la x, si può ottenere mediante uno scorrimento di Δ, sopra una forma di grado $2n-2$ ».

Ora si è visto che le forme di 2° grado sono L e Δ; quelle di 4° quindi si avranno facendo gli scorrimenti di Δ sopra queste due. L (essendo invariante) non ammette scorrimenti, e Δ ce ne dà due: H, $i_\Delta = \frac{1}{6} L^2$. Le forme di 6° grado si otterranno facendo gli scorrimenti di Δ su queste di 4°, e sono;

$T = (\Delta H)\Delta_x^3 H_x^3$ ed $j_\Delta = (\Delta H)^4$; il secondo scorrimento darebbe $\frac{i_\Delta}{6} . \Delta = \frac{L^2}{36} . \Delta$, ed il terzo è identicamente nullo. La teoria delle biquadratiche ci insegna che gli scorrimenti di Δ sopra T si esprimono in funzione dei precedenti, e non potendo j_Δ, che è un'invariante, ammettere scorrimenti, il sistema rimane chiuso, e quindi gli invarianti fondamentali sono due, L, j_Δ, ed i covarianti nelle sole x, tre: Δ, H, T.

6) *Singolarità.*

1) Perchè la corrispondenza [1, 3], si riduca ad una corrispondenza [1, 2], e ad un punto fisso, deve annullarsi il risultante delle due forme $a_x^3 \alpha_1 = 0$, $a_x^3 \alpha_2 = 0$, che, calcolato, seguendo il procedimento generale ideato dal CLEBSCH (*Binären Formen*, § 28), si trova essere $8R = j_\Delta - \frac{1}{36} L^3$. Il discriminante di Δ è $i_\Delta^3 - 6 j_\Delta^2 = -\frac{3}{4} R \left(j_\Delta + \frac{1}{36} L^3 \right)$, ossia « Se R è nullo, la quaderna Δ, e quindi anche H, Θ, F ecc., ammettono un punto doppio ».

Il punto doppio di Δ è precisamente il punto fisso x, che corrisponde ad ogni punto ξ. Di più è facile vedere che anche le quaderne della 2ª punteggiata, p. es. D, Γ ecc., hanno punto doppio, e precisamente quel punto ξ, che, nella corrispondenza superstite [1, 2], corrisponde al punto fisso x.

2) Perchè la corrispondenza [1, 3] si riduca a due punti fissi e ad una corrispondenza [1, 1], Δ deve avere due punti doppi, ossia deve essere un quadrato perfetto, e quindi deve essere $j_\Delta . \Delta - i_\Delta . H = 0$, e nel nostro caso $j_\Delta \Delta - \frac{1}{6} L^2 H = 0$.

3) Perchè una terna di punti consti di 3 punti coincidenti, deve essere $a_x a_1^2 \alpha_\xi = 0$, $a_x a_1 a_2 \alpha_\xi = 0$, $a_x a_2^2 \alpha_\xi = 0$, e quindi in generale ciò non si presenta. Cerchiamo quale condizione deve verificarsi. Dalle 3 equazioni scritte si ricava:

$$a_x b_x^2 (\alpha\beta)(ab) a_1 = 0 , \qquad a_x^2 b_x (\alpha\beta)(ab) b_2 = 0 ,$$

e quindi Δ deve avere un punto doppio, e non potendo ciò provenire dall'annullarsi di R, dovrà annullarsi l'altro fattore del discriminante di Δ, ossia deve essere nullo $\Omega = j_\Delta + \frac{1}{36} L^3$.

7) *I due sostegni siano identici.*

Il sistema completo di forme invariantive si può trovare in questo caso, in modo analogo a quello usato nella [1, 2]. Posto $A_x^4 = a_x^3 a_x$, e $B_x^2 = (a\alpha) a_x$, si ha $f = A_x^3 A_\xi + {}^3/_4 (x\xi) B_x^2$, e quindi il sistema cercato è identico a quello delle due forme A_x^4 e B_x^2.

In questa adunanza furono eletti a Corrispondenti dell'Accademia, per la Sezione di Matematica applicata, i signori Rodolfo CLAUSIUS, Prof. all'Università di Bonn, e l'Ing. Alberto CASTIGLIANO, Capo Sezione presso la Società delle Strade ferrate a Milano; per la Sezione di Fisica generale e sperimentale, i Signori Emilio VILLARI, Prof. nella R. Università di Bologna, e Antonio ROITI, Prof. nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze; per la Sezione di Chimica generale e applicata, i Signori Carlo FRIEDEL, dell'Istituto di Francia, e Carlo Remigio FRESENIUS, Prof. a Wiesbaden; nella Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia, i Signori Giovanni CAPELLINI, Prof. nella R. Università di Bologna, e Antonio STOPPANI, Prof. nel R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze.

Adunanza del 26 Marzo 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Conte Tommaso SALVADORI presenta il seguente suo lavoro:

DESCRIZIONE
DI UNA NUOVA SPECIE
DEL
GENERE COLLOCALIA
ed osservazioni
INTORNO ALLA
C. INFUSCATA, SALVAD.

Collocalia marginata, sp. nov.

? COLLOCALIA FUCIPHAGA, Tweedd. (nec Thunb.), P. Z. S. 1878, p. 429 (Luzon).

Supra aeneo-nigra, viridi ac cyaneo nitens, uropygii plumis distincte albo limbatis; alis et cauda dorso concoloribus; loris macula alba parum conspicua notatis; lateribus capitis fusco-nigris: gula pectoreque fuscis, plumis albo marginatis; abdomine albo, fusco striato, basi plumarum fusca; subcaudalibus nigro-viridibus nitentibus, majoribus unicoloribus, minoribus albo marginatis; rostro et pedibus nigris.

Long. tot. 0^m,087; al. 0^m,093; caud. 0^m,038.

Hab. in Cebu (ins. Philippinis) (*Burger*).

Obs. *Collocalia* C. ESCULENTAE (Linn.) *simillima, sed ob uropygii plumas albo marginatas et caudam immaculatam diversa; a* C. LINCHI, H. et M., *cui quoque simillima est, ob uropygii plumas albo marginatas differt.*

Il tipo di questa specie è un esemplare del Museo di Dresda, raccolto dal Burger e che dal Meyer m'è stato inviato, affinchè lo esaminassi e lo descrivessi, se appartenente ad una nuova specie; da una lettera del medesimo apprendo che nel Museo di Berlino si conserva un altro esemplare proveniente anch'esso da Cebu, e che sembra riferibile alla medesima specie, sebbene di questa cosa non si possa aver certezza mancando quell'esemplare delle piume caratteristiche del groppone.

Ho inviato allo Sharpe di Londra il tipo di questa specie affinchè lo confrontasse coi tipi della *Collocalia troglodytes*, G. R. Gr., conservati nel Museo Britannico, ed egli mi ha assicurato che si tratta di una specie differente, avendo la *C. troglodytes* colore più bruno ed una vera *fascia* bianca a traverso il groppone (1).

Questa nuova specie è la sola del genere *Collocalia* trovata finora in Cebu, ma altre tre sono state indicate come viventi nelle Filippine, cioè la *C. troglodytes*, G. R. Gr., in Luzon (Wald., Trans. Zool. Soc. IX, p. 158), in Mindanao (Tweedd., P. Z. S. 1877, p. 823) ed in Panay (fide Wardlaw-Ramsay, Tweedd. Orn. Works, p. 656, n. 73), la vera *C. fuciphaga* (Thunb.) (=*francica*, Tweedd. nec. Gm.) in Negros (Tweedd., P. Z. S. 1878, p. 282) e la *C. linchi*, H. et M. (= *fuciphaga*, Wald.) in Luzon; ma è molto probabile, che l'esemplare conservato nel Museo di Darmstadt, indicato come proveniente da Luzon e da Lord Tweeddale (P. Z. S. 1878, p. 429) attribuito alla specie che egli chiama *C. fuciphaga* (Thunb.), ma che invece deve essere appellata *C. linchi*, H. et M. (2), appartenga invece alla *C. marginata*, rappresentante della *C. linchi* delle Isole della Sonda; per cui le tre specie viventi nelle Filippine sarebbero la *C. troglodytes*, G. R. Gr., la *C. fuciphaga* (Thunb.) e la *C. marginata*, mihi.

---

(1) Giudicando dalla figura che il Gray ha dato della *C. troglodytes* (Gen. B. pl. 19) pare che essa appartenga al gruppo della *C. francica* (Gm.), ma Lord Tweeddale, dopo aver detto che realmente essa appartiene a quel gruppo (*Trans. Zool. Soc.* IX, p. 158), più tardi (*P. Z. S.* 1878, p. 283) afferma che essa spetta invece al gruppo che contiene la *C. esculenta!* Le specie del genere *Collocalia* dovranno essere di nuovo studiate monograficamente prima che esse siano conosciute a dovere.

(2) Io credo di aver dimostrato (Atti R. Acc. Sc. Tor. 1880, p. 345. — Orn. Pap. e Moluc. I, p. 545) che la *C. linchi*, H. et M. non è identica colla *C. fuciphaga* (Thunb.).

Collocalia infuscata Salvad.

Collocalia infuscata, Salvad., Atti R. Acc. Sc. Tor. XV, p. 348 (1880) (Ternate).

Ricercando fra alcune pelli guaste di uccelli, portate dal Beccari da Ternate, ne ho trovate tre simili in tutto al tipo di questa specie, e perciò sono confermato nel crederla perfettamente distinta.

Torino, Museo Zoologico 23 Marzo 1882.

Il Socio Cav. Andrea NACCARI presenta il seguente lavoro, da lui fatto in collaborazione col Prof. Manfredo BELLATI,

SUL

RISCALDAMENTO DEI CORPI ISOLANTI

SOLIDI E LIQUIDI

IN CAUSA DI SUCCESSIVE POLARIZZAZIONI ELETTROSTATICHE.

I fenomeni che avvengono nell' interno dei corpi isolanti, quando questi vengono sottoposti ad induzione elettrostatica, sono ancora mal noti. Quando, ad esempio, le armature di un condensatore vengono alternamente e successivamente caricate con le opposte elettricità, benchè alcune esperienze abbiano indicato che avviene riscaldamento, v'ha ancora chi per principii teorici non l'ammette.

Werner Siemens nel 1865 fece un'esperienza per verificare il riscaldamento del vetro d'un condensatore. Egli usò a quest'uopo una pila termoelettrica di molte coppie, pose metà delle saldature di questa in uno strato di mastice fra due lamine di vetro, ciascuna delle quali era armata sulla faccia esterna, e applicati alle armature i reofori d'un apparato d'induzione, ottenne segni non dubbi di riscaldamento (1). Recentemente il Righi, studiando il fenomeno della dilatazione elettrica, notò che nel caso di cariche successive e alternate l'allungamento d'un tubo di vetro armato sulle due faccie doveva in parte attribuirsi a riscaldamento (2).

(1) W. SIEMENS, *Pogg. Ann.*, CXXV, 197 (1865, II).
(2) RIGHI, *Mem. dell'Acc. di Bologna* (3), X, 1879.

Con le esperienze che descriviamo più sotto noi abbiamo posto in chiaro per altra via non solo il riscaldamento degli isolanti solidi, ma anche quello dei liquidi pure isolanti posti fra le armature d'un condensatore, che vengano successivamente caricate con un apparecchio d'induzione. Queste esperienze non sono ancora condotte a tal punto da dare una misura dell'intensità del fenomeno e stabilirne le leggi. Speriamo di far ciò fra poco proseguendo il nostro studio.

I primi tentativi furono fatti con un tubo da saggi, in cui ne stava inserito un altro: quest'ultimo attraversava un tappo di sovero applicato all'orlo del primo. Si turò con ceralacca ogni interstizio. Nell'intervallo fra i due tubi si pose un liquido isolante. Un cannello capillare attraversava il tappo, e serviva ad indicare le variazioni di volume del liquido. La superficie esterna del tubo da saggi più grande fu rivestita con stagnola; l'interna del minore pur con stagnola; in qualche caso si sostituì a quest'armatura mercurio od acqua. Si cacciò accuratamente ogni bolla d'aria dall'intervallo fra i due tubi. I reofori che venivano da un grande rocchetto d'induzione mettevano alle due armature e ogni interruzione del circuito presso queste fu con ogni cura evitata affinchè non scoccasse qualche scintilla. Posto l'apparecchio in tali condizioni che le variazioni della temperatura fossero piccole, si andò osservando di minuto in minuto il movimento del livello del liquido nel cannello capillare, prima che cominciasse l'azione del rocchetto, durante questa, e poi che era cessata. Stanno indicati qui sotto i valori ottenuti con due esperienze eseguite in questo modo. Una piccola coppia Bunsen era applicata al rocchetto. Il liquido isolante era petrolio. T indica il tempo in minuti, N il numero delle divisioni della scala che eran millimetri. Il numero segnato con un asterisco indica l'istante in cui comincia l'azione del rocchetto, quello con due asterischi l'istante in cui l'azione finisce. Un aumento del numero delle divisioni indica riscaldamento. Le due esperienze vennero eseguite con due apparecchi simili, non eguali.

1ª *Esperienza.*

T	*N*	*T*	*N*
0	66, 8	5	77, 2
1	65, 8	6••	85, 0
2	64, 7	7	83, 4
3•	63, 7	8	81, 4
4	70, 0	9	79, 8

L'effetto prodotto dal rocchetto in questa esperienza fu di otto divisioni circa per minuto.

2ª *Esperienza.*

T	*N*	*T*	*N*
0	62, 7	9	63, 4
1	58, 0	10	65, 8
2	54, 0	11	68, 0
3•	50, 0	12	70, 2
4	51, 6	13••	72, 3
5	54, 0	14	68, 8
6	56, 7	15	65, 2
7	59, 0	16	61, 5
8	61, 5	17	57, 9

In questo caso l'effetto prodotto dal rocchetto fu di sei parti circa per minuto. Molte altre esperienze potremmo riferire che diedero valori consimili. Con un apparato costruito come quelli sopra descritti e pieno di benzina abbiamo ottenuto 7,7 divi-

sioni per minuto usando una Bunsen. Nello specchietto seguente sono indicati gli effetti ottenuti usando invece una Daniell: λ è l'effetto totale prodotto dal rocchetto e calcolato nel solito modo, τ è la durata in minuti dell'azione del rocchetto, λ' è l'effetto per minuto:

λ	τ	λ'
2,7	5	0,54
2,0	4	0,50
2,3	4	0,58.

Anche quando nel circuito indotto stava inserita una bottiglia di Leida, anche quando v'era un intervallo occupato da aria e grande abbastanza per impedire il passaggio delle scintille, ottenemmo con una Bunsen effetti di notevole intensità.

Vediamo ora a quali cause possa attribuirsi l'effetto osservato.

La dilatazione elettrica scoperta dal Fontana nel secolo scorso, studiata dal Govi, poi annunziata per cosa nuova dal Duter nel 1879 e finalmente esaminata dal Righi, dal Quincke e dal Röntgen, non può spiegare il fenomeno di cui parliamo, perchè il carattere di quella dilatazione è l'essere essa istantanea, sicchè, cessata l'induzione, tutto ricade nello stato primitivo.

Potrebbe venir sospettato che quantunque nei descritti apparecchi fra i reofori e il liquido stieno le pareti di vetro, il liquido venga in parte decomposto dalla corrente. Per togliere questo dubbio costruimmo due apparati simili a quelli descritti ed eguali fra loro per quanto ci fu possibile, ed empimmo l'uno di petrolio, l'altro di acqua non distillata. Se l'effetto osservato fosse stato dovuto ad elettrolisi, operando successivamente nelle condizioni medesime con quei due apparecchi, si avrebbe dovuto ottenere spostamenti del livello di gran lunga maggiori con l'apparecchio pieno d'acqua. Nel caso di riscaldamento dovevano invece gli spostamenti in quest'ultimo apparecchio essere nulli o piccoli assai. Ecco i valori ottenuti:

petrolio $\lambda' = 10,8$
$= 9,3$;
acqua $= 0,35$
$= 0,20$.

Tuttavia non fummo da queste esperienze pienamente rassicurati, e diremo più innanzi in qual modo abbiamo eliminato il sospetto del passaggio d'una piccola corrente attraverso il liquido isolante.

L'effetto osservato nelle precedenti esperienze era certamente complesso, e restava ad esaminare qual parte vi avessero il solido e il liquido.

Per vedere se il riscaldamento dell'isolante solido fosse considerevole abbiamo usato un apparecchio simile a quelli descritti, senonchè il tubo interno era rivestito di stagnola su ambedue le superficie. In tal caso quel tubo soltanto faceva ufficio di condensatore; il reoforo, che dall'armatura esterna di esso andava al rocchetto, passava attraverso il tappo che chiudeva lo spazio anulare fra i due tubi ed era in quel tratto diligentemente isolato. Anche in queste condizioni l'effetto fu notevole, anzi dello stesso ordine di grandezza degli effetti prima osservati. Conviene però notare che, essendo in questo caso le due armature molto più vicine, la capacità del condensatore doveva essere molto più grande del solito.

Cercammo dipoi di mettere in chiaro se veramente l'isolante liquido si riscaldasse. In un bicchiere di vetro ponemmo un cilindro di rame alto circa 4 cm., del diametro di circa 3,3, aperto alle due estremità. Entro questo si pose un cilindro di rame alto 4 cm., col diametro di 1,6, chiuso al di sotto e fornito al di sopra di un foro con collo sottile a modo di bottiglia. A questo foro fu applicato con mastice un cannello capillare che si ripiegava due volte, correva orizzontalmente per buon tratto e avea l'estremità immersa in un bicchierino pieno di benzina. Così il cilindro interno faceva l'ufficio di serbatoio d'un termoscopio ad aria, che doveva indicare le variazioni di temperatura del liquido isolante. Questo, ch'era pure benzina, venne versato nel bicchiere. Così il serbatoio del termoscopio e il cilindro circostante formavano le armature di un condensatore, il cui strato isolante era formato dalla benzina interposta. Il bicchiere fu poi coperto e sospeso in una bottiglia circondata con segatura di legno. Si applicò al rocchetto una coppia ad acido cromico con liquidi più volte adoperati, e per attenuare ancor più la corrente si pose nel circuito induttore una resistenza di 1 U. S. Ecco i valori ottenuti con due esperienze:

λ	τ	λ'
4,23	3	1,41
3,63	3	1,21.

In condizioni diverse ottenemmo:

λ	τ	λ'
4,4	1,5	2,94
4,3	1,5	2,88.

Quattro esperienze fatte con una Bunsen indebolita da una resistenza di 1,6 U. S. diedero questi valori molto concordanti di λ':

3,97 ; 3,87 ; 3,97 ; 3,9 .

Con una sola coppia Daniell, indebolita mediante una resistenza accessoria di mezza U. S., avemmo dei valori poco concordanti, ma tutti indicanti riscaldamento. In ciascuna esperienza l'azione del rocchetto durò 2 minuti, e passando dall'una esperienza alla successiva, si mutò il senso della polarità del rocchetto. Ecco i valori di λ ottenuti con cinque esperienze:

2,1 ; 3,2 ; 1,7 ; 1,4 ; 3,9 .

Posta dell' acqua non distillata invece del liquido isolante, l'effetto diventò incerto o appena avvertibile, e senza liquido, purchè non avvenisse scarica alcuna nell' intervallo fra i due cilindri, non si osservò riscaldamento.

Abbiamo pure eseguito alcune esperienze col voltametro del Bunsen, il cui tubo di svolgimento venne surrogato con un cannello capillare. Una coppia Bunsen era applicata al rocchetto. Il liquido isolante era petrolio. Ecco i valori ottenuti con quattro esperienze:

λ	τ	λ'
13,0	4	3,2
26,5	10	2,6
9,1	3	3,0
11,3	4	2,8.

Con una Daniell invece ottenemmo:

λ	τ	λ'
2,7	5	0,54
2,8	4	0,70
2,3	5	0,46 .

Posta dell'acqua nel voltametro invece del petrolio, non si vide più alcun effetto.

Temendo che nel voltametro del Bunsen i reofori non fossero sufficientemente isolati, e riuscendo difficile l'adattare bene ad esso il tubo capillare, abbiamo costruito un apparecchio consimile valendoci di un tubo da saggi di 3 cm. circa di diametro. Un tappo di sovero chiudeva il tubo; due reofori bene isolati con mastice e vetro l'attraversavano e mettevano a due lamine, che stavano dentro il tubo affacciate l'una all'altra alla distanza di 5,5 mm. Ciascuna faccia delle lamine aveva l'area di 40 cm^2 circa. Inoltre attraversavano il tappo un cannello termometrico di sezione un po' maggiore del solito e un tubo di 3 mm. di diametro fornito di chiavetta. Il cannello appena uscito dal tappo si ripiegava ad angolo retto, correva orizzontalmente per lungo tratto, poi, ripiegatosi verso il basso, s'immergeva in un bicchierino. Coperto il tappo con mastice, si riempiva il recipiente per mezzo del tubo con chiavetta, e quando si voleva osservare le variazioni di volume del liquido, si faceva in modo che una colonnina d'aria occupasse parte del cannello, il cui capo libero restava sempre immerso nel petrolio. Quando si apriva la chiavetta, la colonnina d'aria si spostava andando verso il capo libero del cannello; aspirando all'estremità del tubo con chiavetta, la si poteva riportare verso l'altro capo. Per mostrare come anche nel caso in cui fra le armature del condensatore vi sia solamente un liquido isolante, il riscaldamento sia nettamente determinato dall'azione del rocchetto, riferiamo le osservazioni spettanti ad un'esperienza. Un aumento del numero N delle divisioni significa raffreddamento.

T	*N*	*T*	*N*
1	111, 2	7	106, 2
2	111, 2	8**	105, 5
3*	111, 2	9	105, 4
4	110, 3	10	105, 6
5	108, 9	11	105, 8
6	107, 6	12	105, 9

Seguono qui sotto i valori di λ e λ' ottenuti con alcune esperienze eseguite nel modo testè descritto. Le due prime furono eseguite con un intervallo di un millimetro occupato da aria nel circuito indotto; le due successive dopo aver tolto questo intervallo, la quinta e la sesta dopo aver inserito nel circuito una bottiglia di Leida, la settima e l'ottava con due bottiglie disposte l'una dietro l'altra:

λ	τ	λ'
4,4	4	1,1
3,4	4	0,85
15,1	5	3,03
10,6	4	2,65
6,4	4	1,6
7,4	4	1,85
5,6	4	1,4
6,1	4	1,78 .

Sperimentammo altresì ponendo entro un cilindro metallico di 3 cm. e 20 di lunghezza, chiuso al di sotto, un altro cilindro pure metallico di cm. 1,4 di diametro. L'orlo del primo cilindro era circondato da un tubo di vetro che s'innalzava per qualche centimetro, ed all'orlo di questo era applicato il tappo che sosteneva il cilindro minore. Nell'intervallo si pose petrolio, poi lo si surrogò con benzina. Un cannello capillare e un tubo con chiavetta erano applicati all'apparecchio, come a quello poc'anzi descritto. I due cilindri metallici formavano le due armature del condensatore e il liquido interposto lo strato isolante. Una debole coppia Daniell venne applicata al rocchetto e si ottennero effetti simili affatto a quelli riferiti da ultimo.

Il dubbio che l'effetto osservato fosse dovuto al passaggio di una debole corrente ci trattenne per qualche tempo dal pubblicare queste esperienze. Benchè quando la sola corrente indotta diretta percorreva il circuito esterno, in cui stava inserito uno dei condensatori usati nell'esperienza, non si avesse alcuna deviazione in un sensibile reometro, benchè i liquidi isolanti usati fossero tali, che, quando la forza elettromotrice indotta era abbastanza grande, scoccava una scintilla vivissima e luminosa fra due elettrodi immersi in quei liquidi, pur volevamo ottenere una prova diretta che togliesse ogni dubbio. Ecco in qual modo abbiamo operato a quest'uopo.

Due apparecchi simili aperti, ciascuno con due cilindri di latta, uno dei quali, l'interno, faceva l'ufficio, come si disse di sopra, di termoscopio ad aria, furono inseriti nel circuito indotto. Il liquido isolante era petrolio. Per di più stavano nel circuito, una dietro l'altra, quattro bottiglie di Leida, due da una parte e due dall'altra dei due apparecchi. Anche questi erano disposti per serie. Di mezzo minuto in mezzo minuto si osservava alternamente l'uno e l'altro apparecchio. Uno di questi aveva resistenza r_1 molto minore di quella r_2 del secondo. Ora se l'effetto osservato fosse stato dovuto a riscaldamento prodotto da una debole corrente di intensità i, le quantità di calore q_1 e q_2, rispettivamente sviluppate in pari tempo nei due apparecchi, dovevano essere nella ragione stessa delle resistenze, cioè dovea sussistere la relazione

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2},$$

e quindi doveva essere λ_1 molto minore di λ_2. Se invece l'effetto era dovuto alle polarizzazioni elettrostatiche, essendo nell'apparecchio di minor resistenza maggiore la parte immersa delle lamine, doveva probabilmente avvenire il contrario. Ecco i valori dati dalle quattro esperienze eseguite:

λ_1	λ_2	τ	λ'_1	λ'_2
9,1	5,0	4,5	2,02	1,11
10,7	5,8	5,5	1,95	1,06
7,2	1,5	5,0	1,64	0,30
13,9	9,7	4,0	3,49	2,40.

Le esperienze mostrano che λ'_1 è maggiore di λ'_2 e che quindi non si tratta di un riscaldamento il quale segua la legge del Joule.

Scambiati i termoscopi ad aria, si ottenne:

λ_1	λ_2	τ	λ'_1	λ'_2
5,0	3,8	4	1,25	0,95
10,8	10,1	4	2,70	2,52 ;

valori, che confermano la conclusione dedotta dalle esperienze precedenti.

La cosa fu pure verificata con due apparecchi chiusi, simili a quello con lamine di latta che fu prima descritto. In tal caso la sostanza termometrica, anzichè esser l'aria, era lo stesso liquido isolante. Gli apparecchi erano eguali in tutto fuorchè nella grandezza delle lamine di latta. In uno di essi le lamine affacciate aveano superficie ch'era circa la metà di quella delle lamine dell'altro. La resistenza r_1 era circa la metà di r_2. Per l'effetto Joule avrebbe dovuto essere λ'_1 minore di λ'_2, essendo i due apparecchi inseriti l'un dietro l'altro nel circuito indotto. Ecco i valori dati da tutte le 17 esperienze, che furono così eseguite:

λ_1	λ_2	τ	λ'_1	λ'_2	λ_1	λ_2	τ	λ'_1	λ'_2
2,2	0,9	5	0,44	0,18	2,4	0,55	4	0,6	0,14
1,3	0,19	4	0,32	0,05	2,8	0,17	5	0,56	0,03
2,2	1,1	4	0,55	0,28	4,7	1,70	5	0,94	0,34
4,3	1,3	4	1,08	0,32	3,2	1,0	4	0,8	0,25
0,54	0,7	4	0,13	0,18	5,8	0,95	5	1,16	0,19
4,05	0,6	5	0,81	0,12	4,3	0,08	5	0,86	0,02
1,6	0,8	3	0,53	0,27	4,26	0,65	4	1,06	0,16
4,0	-0,3	4	1,0	-0,07	5,3	1,1	5	1,06	0,22
2,5	0,17	4	0,6	0,04					

Questi valori non sono concordanti fra loro, perchè non abbiamo ancora avuto agio di rendere abbastanza buone e costanti

le condizioni sperimentali, ma li abbiamo tutti riferiti perchè ci pare che da essi manifestamente risulti che la quantità λ'_2 è notevolmente minore di λ'_1 anzichè maggiore, come dovrebbe essere, se il riscaldamento fosse dovuto al passaggio d'una corrente.

Pare adunque posto fuori di dubbio che anche un isolante liquido si riscaldi in causa di successive polarizzazioni. A ciò solo tendevano le esperienze descritte, il cui grado di precisione non è sufficiente a dar misure di qualche valore. Ora ci proponiamo di esaminare con cura le particolarità dell'effetto osservato, indagando le condizioni da cui dipende e le leggi che lo governano.

15 Marzo 1882.

Il Socio Conte Tommaso SALVADORI, incaricato col Socio Comm. Michele LESSONA di esaminare una Memoria del Sig. Dottore Lorenzo CAMERANO, Assistente al Museo Zoologico della R. Università di Torino, avente per titolo « *Ricerche intorno all'anatomia di un feto di* Otaria jubata (FORST.) », legge la seguente

RELAZIONE.

Il lavoro presentato dal Dott. Camerano ha per oggetto la descrizione anatomica di un feto di *Otaria jubata* (FORSTER), estratto dal corpo di una grossa femmina catturata dall'equipaggio del R. Piro-Avviso Cristoforo Colombo nello stretto di Magellano e donato al R. Museo Zoologico di Torino dal Cavaliere Angelo Chionio, tenente di vascello.

Poche sono le ricerche che sono state fatte finora intorno agli stadi fetali dei Pinnipedi, ed esse si aggirano quasi esclusivamente intorno alle specie del genere *Phoca* propriamente detto. Nessun lavoro venne fatto finora intorno agli stadi fetali delle Otarie.

Non vi sono dati sicuri per stabilire l'età del feto studiato dall'Autore, appare tuttavia dall'esame dei vari apparati che esso è già in un periodo avanzato di sviluppo. Ciò non di meno lo studio di questo feto conduce a constatare diversi fatti relativi alla morfologia ed alla filogenia delle Otarie e dei Pinnipedi in generale.

L'Autore, premesso il Catalogo cronologico delle pubblicazioni relative all'anatomia ed allo sviluppo dei Pinnipedi, passa a descrivere successivamente: 1° L'aspetto esterno, la colorazione e le dimensioni del feto studiato; 2° la pelle e le produzioni epidermiche; 3° il sistema muscolare; 4° lo scheletro; 5° il cervello e gli apparati dei sensi; 6° l'apparato respiratorio; 7° il cuore; 8° l'apparato digerente; 9° l'apparato riproduttore; e 10° finalmente l'apparato urinario.

Dalla descrizione di queste parti e dal loro confronto colle corrispondenti negli altri Pinnipedi e nei mammiferi più affini ai medesimi, e con quelle dell'adulto dell'*Otaria jubata* stessa, l'Autore trova argomenti per mettere sempre più in sodo le affinità dei Pinnipedi coì Carnivori e per confermare l'opinione di quei naturalisti che inclinano a considerare i Pinnipedi come un ramo dei Carnivori, modificato dall'adattamento.

L'Autore finalmente, a schiarimento delle cose dette nel suo lavoro, unisce al medesimo cinque tavole coi disegni della massima parte degli organi studiati.

I sottoscritti, incaricati dalla Classe di esaminare questa Memoria, ne propongono la lettura.

MICHELE LESSONA.

T. SALVADORI, *Relatore.*

La Classe, accoglie la proposta, e udita la lettura del lavoro del sig. Dott. L. CAMERANO, ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie.*

Il Socio Cav. Alessandro DORNA, Direttore dell'Osservatorio astronomico della R. Università di Torino, presenta all'Accademia, per l'annessione agli Atti, in continuazione delle precedenti, le Osservazioni barografiche e termografiche dell'anno 1881, state redatte, insieme alle ore della temperatura massima e minima, dall'Assistente Prof. Donato LEVI, al quale sono affidati i relativi strumenti registratori.

Le sopra accennate Osservazioni verranno stampate nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia, e che va annesso agli *Atti*.

In questa adunanza il Socio Cav. Capitano F. SIACCI presenta una *Nota intorno ad alcune formole di* HERMITE *per l'addizione delle funzioni ellittiche*, del Dott. Enrico NOVARESE, Assistente alla Cattedra di Algebra e Geometria analitica della R. Università di Torino, che verrà pubblicata nella seguente disp. degli *Atti* di Aprile.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Marzo 1882.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Marzo 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Comm. L. Schiaparelli continua la lettura della sua Memoria

SULLE ORIGINI
DELLA
STORIA ROMANA
DEI PRIMI SECOLI DELLA CITTÀ

Sommario - § XIII. *Teoria di Cluerio e di Guglielmo Schlegel, secondo i quali le tradizioni dei primi secoli della storia romana sono un'invenzione greca ed un romanzo ellenico.* — §§ XIV e XV. *È una teoria inconciliabile coi canoni della buona critica, come è insussistente l'opinione di Plutarco sulla leggenda di Romolo e di Remo.* — § XVI. *Carattere primitivo, alterazione e trasformazione della leggenda. È assurdo che le prime classi dei Romani del* IV *secolo della città ignorassero tutto il loro passato, e non avessero interesse a investigarne e conservarne le memorie.* — §§ XVII e XVIII. *Importava anzi di collegarle fra loro come cause ed effetti: ed è ciò che fecero con miti etiologici.* — § XIX. *Importanza ed efficacia dei medesimi nella redazione in forma prammatica della storia primitiva di Roma.* — § XX. *Conclusione.*

§ XIII. Passiamo ora alla seconda teoria rappresentata da Cluerio, e più specialmente da Gugliemo Schlegel. Filippo Cluerio, intelletto vasto, chiaro e profondo del secolo XVII, nella stupenda sua opera sull'*Italia antica* aveva scritto che « *essendo periti, a suo credere, tutti i monumenti anteriori alla republica, i Romani avevano adottato per tutto quel periodo, che fa salire*

fino ad Evandro, i sogni e le invenzioni dei Greci (1) ». Non era questa che una semplice opinione, della quale s'impadronì *Guglielmo Schlegel*, critico e scrittore illustre del secolo XIX, fondando su quella un vero sistema, il quale trovò fra i dotti suoi contemporanei parecchi propugnatori (2). Sembra che lo Schlegel si appoggiasse nella sua nuova teorica specialmente a Plutarco, il quale nella vita di Romolo afferma in termini espliciti, che i Romani avevano tolte le particolarità della nascita, e delle vicende infantili e della educazione di Romolo e di Remo da *Diocle Peparezio*, scrittore greco, che primo avevale pubblicate; e non si perita di chiamare le primitive leggende di Roma un greco romanzo, e la storia antichissima di Roma una invenzione dei Greci. Secondo Schlegel i Romani del v secolo della città non conoscevano più nulla di positivo sulle loro origini e sulla loro storia primitiva: i pochi monumenti, tuttavia superstiti delle età anteriori, erano fatti incomprensibili per più motivi; e le tradizioni, lungamente neglette, modificate e trasformate dalla tradizione orale di tanti secoli, più non esprimevano verun ragionevole concetto.

Venuti poscia a contatto coi Greci per la guerra di Pirro, e cresciute e fatte più intime le relazioni coi medesimi dopo quell'avvenimento, accettarono le invenzioni da quelli ad essi suggerite sulla propria origine e sulla storia primitiva di Roma, di cui i greci scrittori furono i primi a trattare, ed ai quali prestarono fede gli annalisti romani, cominciando da Fabio pittore, che è di tutti il più antico. La smania per tutto ciò, che veniva dalla Grecia, andò poscia crescendo a Roma fino ad Augusto, sotto cui giunse al suo apogeo, rigurgitando la città di Elleni, che formicolavano nelle case dei poveri e dei ricchi, i quali loro affidavano la educazione e l'istruzione dei proprii figliuoli; sicchè i Romani finirono per dimenticare le schiette nazionali primitive leggende, per adottare le indicazioni e interpretazioni dei Greci.

---

(1) *Italia antiqua Philippi Cluerii* — Leida 1624, pag. 832, 855. « Graeci autem, a quibus mutuati sunt historias Romani, pro libitu suo, quaecumque vel per quietem somniassent, falsa pro veris, non minus audacter quam impudenter prodiderunt ».

(2) SCHLEGEL Guglielmo, *Nell'esame della Storia romana* di NIEBUHR negli Annali di Heidelberga dell'anno 1816, e nel volume XII della collezione delle sue opere, pag. 444-512. A. 1847.

§ XIV. Ma è facile il dimostrare, che la teoria di Schlegel è ancora meno sostenibile di quella di Niebuhr. Ed anzi tutto, chi potrebbe credere seriamente, che il popolo romano, presso cui l'uso della scrittura alfabetica era in vigore fin dal secolo ottavo a. C. ed esisteva un collegio, che, infra gli altri, aveva per mandato di registrare negli annali massimi i fatti più notevoli di ogni anno, venisse fino al v secolo della città, senza punto curarsi di conoscere e investigare quali fossero le sue origini e le principali vicende de'suoi avi nei secoli anteriori? E non è egli improbabilissimo e quasi un assurdo, che un popolo, il quale aveva conquistato col valore delle armi e colla costanza irremovibile dei propositi una vastissima dominazione, che tranne la parte superiore, comprendeva tutta la penisola italica; che erasi dato un sistema di governo ed una forma di reggimento così perfetta da formare l'ammirazione dei posteri, si lasciasse poi imporre dai vinti la propria storia di molti secoli? Noi siamo disposti ad ammettere una grande influenza dei Greci sulla romana coltura, sulle opinioni e sulle credenze religiose nel VI, VII e VIII secolo; e sopra alcune tradizioni di origine evidentemente ellenica, come quelle di Saturno, di Ercole e di Caco, e di altre somiglianti invenzioni mitologiche più ancora che leggendarie, ma non al punto di far accettare ai Romani una nuova storia e nuove tradizioni storiche di origine esclusivamente ellenica. Le tradizioni e le leggende sulla storia primitiva di Roma sono anteriori d'assai alla guerra di Pirro in generale, e nel particolare la storiella della lupa coi gemelli era già un dogma storico, accettato dai Romani nella prima metà del v secolo della città, in cui ne venne solennemente inaugurato nel Campidoglio il monumento di bronzo. Perciocchè quella leggenda ha un carattere locale talmente determinato nei particolari, che chiunque visiti quei luoghi con Livio e Dionisio alla mano, o tuttavia fresco della lettura di quegli scrittori, può raffigurarvi facilmente i varii luoghi accennati nella leggenda ancora attualmente; sicchè si credette perfino di potervi piantare delle aste di ferro con indicazioni scritte delle singole località, in cui secondo la tradizione romana succedettero gli episodi principali della nascita, dell'infanzia e della gioventù dei due gemelli; cose tutte, che da niun greco scrittore si potevano immaginare, essendo questa verità topografica e tinta locale uno dei caratteri più eminenti della leggenda, la quale tiene maggior conto dei luoghi, che degli avvenimenti me-

desimi, soggetti a modificazioni e spesso a vere trasformazioni. per opera specialmente delle conseguenze inevitabili della tradizione orale.

§ XV. L'affermazione di Plutarco, che i particolari di quella leggenda erano prima stati pubblicati fra i Greci da *Diocle Peparezio*, nome ignoto al diligentissimo Dionisio, non vale a dimostrarne l'origine ellenica: perciocchè di somiglianti leggende trovansi nelle tradizioni di tutti i paesi e di tutti i tempi. *Ciro* allattato da una cagna, *Atalanta e Paride* da un'orsa, *Telefo* da una cerva, *Ippotoo* per due volte esposto e due volte nutricato da una giumenta, *Egisto* da una capra, come la *Cloe* di Longo sofista; *Licasto e Parrasio* gemelli, gettati in un fiume, salvati per fortuna e allattati da una lupa, sono tradizioni e leggende di tutti i tempi e di tutti i paesi dell'antichità, che si riproducono talora eziandio in quelle dell'età moderna; come nel fondatore della monarchia dei Turchi, nella tradizione anch'esso allevato da una lupa, di un re di Spagna allattato da una cerva, di bambini indiani rapiti ed allevati da lupi ancora nel secolo XIX; e così di altre somiglianti favolose credenze, le quali, lo ripetiamo, non sono retaggio esclusivo di veruna nazione o di età particolare.

Nè può dirsi con fondamento che gli uni l'abbiano copiata dagli altri, tanto più quando sono narrati con tali particolarità locali, che non si possono dagli stranieri immaginare a patto niuno. Nè diamo maggiore importanza a ciò che scrive *Pouilly*, propugnatore della incertezza assoluta della storia dei primi secoli di Roma. in ordine ad un *Zopiro Bizantino*, il quale applica ad eroi della Grecia le tradizioni e leggende di *Romolo e di Remo, di Scevola, di Curzio, degli Orazi e Curiazi, compresa l'assoluzione dal commesso fratricidio;* perchè l'identità dei particolari accenna evidentemente a relazioni posteriori di antiche leggende (1). Aggiungesi che niun altri, da Plutarco in fuori, parla a tale proposito di quel Diocle Peparezio, il quale ad ogni modo non è certamente anteriore a Fabio Pittore, che già ripete la storiella della lupa, come la ripetono gli altri cronisti e storici romani. Osserviamo ancora, che i più antichi annalisti romani trovarono quelle leggende

(1) GIBBON, *Storia della decadenza e caduta dell'impero romano*, capo 40; VANNUCCI, *Storia dell' Italia antica*, lib. II, cap. II; CORNEWAL LEWIS, I, pag. 393 e seg.; SCHWEGLER, I, 414; NIEBUHR, I, 196. *Accademia delle iscrizioni*, vol. VI.

nettamente espresse e ordinate sistematicamente, e che tutti concordano nella esposizione delle medesime, quantunque parecchi di loro fossero contemporanei, o quasi contemporanei, e scrivessero indipendentemente l'uno dall'altro, ciò che avrebbe resa impossibile quella uniformità della loro narrazione. Tanto più che alcuni di essi erano anteriori di tempo agli scrittori greci, che con qualche ampiezza si occuparono nelle opere loro di quelle leggende, e in capo ai quali hannosi a collocare Dionisio e Plutarco. Quindi manifestamente apparisce che l'opinione di Cluerio, ridotta a sistema ampliata ed esposta da Schlegel Guglielmo, non è più ammessibile di quella di Niebuhr, e di altre, che uomini di molto minore capacità misero innanzi su quel periodo di storia romana.

§ XVI. Ma, col combattere le teorie di Niebuhr e di Schlegel, io ho fatto opera puramente negativa, e i miei colleghi hanno pure qualche titolo di chiedere quale sia la mia opinione su quell'argomento, e di conoscere la parte positiva della quistione.

Anzi tutto io reputo dogma storico, che le leggende in generale, e quelle in particolare, di cui è piena la primitiva storia di Roma, ebbero in buona parte un fondamento di storica verità anche in ordine ai fatti; poichè, in ordine alle istituzioni, non credo fondato il menomo dubbio. La leggenda tradizionale è molto di rado un semplice mito nella sua origine e nella sua essenza, ed una mera invenzione (1). La leggenda è il linguaggio ordinario dei tempi primitivi dei popoli e delle nazioni nei loro primordi, e bene spesso la espressione e narrazione figurata e simbolica di qualche fatto vero. La quale però, non essendo scritta, col passare di generazione in generazione nella bocca del popolo, necessariamente si modifica e talora intieramente si trasforma per diversi motivi, finchè viene raccolta dagli scrittori, e passa alla posterità nei termini, in cui quelli la affidarono ai loro scritti. Parecchie di quelle vecchie tradizioni non solo si alterarono e modificarono, ma per avventura eziandio si estinsero affatto in capo a due o tre secoli, quando mancavano del tutto le testimonianze estrinseche, che a quelle in alcun modo si riferissero, se non erano ancora state registrate. Le conseguenze di un somigliante fatto risultano in modo evidente dopo quello che abbiamo detto sulla tra-

(1) GROTE, *nella traduz. tedesca*, vol. 1, pag. 285 e seg.; SCHWEGLER, 1, pag. 66, GERLACH e BECHOFEN, *Die Geschichte der Römer*, Basel. 1851, 1, pag. 162, e seg.

dizione orale: e quindi non debbe fare gran meraviglia se vi furono scrittori moderni, i quali, esaminando e solo guardando superficialmente la cosa, conchiusero, che al principio del IV secolo, nel tempo del decemvirato, i Romani assai poco ricordavano di veramente positivo sull'origine della città e sui primi periodi dello Stato. Ma puossi seriamente ammettere, che l'intiera nazione si rassegnasse, anzi si adagiasse senza riserva in codesta ignoranza assoluta in cosa di tanta importanza nello interesse pubblico e privato ad un tempo? E non è egli di gran lunga più ragionevole, anzi naturale e logicamente necessario nella classe intelligente ed istrutta di un popolo già salito a notevole grado di potenza sotto gli ultimi re e dopo la creazione della republica, il desiderio, anzi un bisogno prepotente di alzare il velo e dissipare le tenebre, che per avventura coprivano od oscuravano buona parte del suo passato?

Se la prima supposizione si può accettare pel volgo, che in niuna età e nazione dassi mai grande cura di conoscere il suo passato, la seconda dovette essere un desiderio non solo, ma una vera necessità pei patrizi e pei collegi sacerdotali; specialmente di quello dei Pontefici, che aveva per mandato di conservare le memorie del passato e registrare le contemporanee. A quell'ordine di cittadini doveva parere un fatto d'importanza capitale per se medesimo, e più ancora per l'interesse diretto dello stato presente e del suo avvenire politico, che le reminiscenze incerte del passato non si spegnessero intieramente, o pure potessero diventare fonti di errori, di divisioni e di discordie politiche, civili e religiose di diversa ragione; ma che servissero all'opposto a mantenere ed accrescere la concordia interna degli ordini, la moralità civile e politica dei cittadini, ad accrescere e tener viva in tutto il popolo la fiducia nella protezione speciale degli Iddii, e la opinione che a Roma era da questi riservato un avvenire glorioso, che niun rovescio temporaneo poteva efficacemente compromettere.

Quindi, per uomini dotati di profondo senno pratico, di amore e vanità nazionale non meno che di fede religiosa, quali erano i Romani, la evidente necessità ed opportunità di dare alle tradizionali leggende ed ai superstiti monumenti una interpretazione conforme alle esigenze dello Stato in quel periodo, all'indole e allo scopo del governo e dei governati, al carattere del popolo, e alla sua vanità nazionale, profittandone accortamente nell'in-

teresse generale della nazione, senza dimenticare quelli particolari del patriziato, che aveva in mano il reggimento della cosa pubblica.

§ XVII. Non era inoltre meno urgente il dare all' insieme di tutte quelle tradizioni e documenti un ordinamento possibilmente cronologico, giovandosi dei pochi monumenti superstiti e specialmente delle memorie e indicazioni scritte dei collegi sacerdotali; e, riempiendo le lacune, studiarsi di dare una concatenazione successiva agli avvenimenti dalle origini fino a quel tempo; coordinarli insieme in ordine progressivo, come cause ed effetti, tessere insomma una narrazione continuata, una vera storia prammatica, che rappresentasse in termini ragionevoli lo svolgersi progressivo della nazione, quale noi già troviamo di fatti sistematicamente ordinata nei primi annalisti romani del VI secolo della città, dalla problematica per non dir favolosa venuta d'Enea alla prima lotta con Cartagine. Niebuhr pretenderebbe che ciò abbiano fatto i poeti fra l'invasione gallica e la prima guerra punica, fra il IV e V secolo di Roma, e Schlegel afferma avere ciò fatto i greci scrittori; due teorie, che reciprocamente si distruggono e sono entrambe senza solido fondamento. Questo compito spettava naturalmente in modo speciale ai pontefici, a cui era riservato ab antico l'uffizio di registrare i principali avvenimenti e di custodire le memorie riposte negli archivi pubblici, conservati nei primi tempi esclusivamente nei templi.

Ma per ciò fare in tanta scarsità di monumenti scritti, e diversità, e spesso contraddizione di tradizioni orali, è evidente che essi dovettero molto aggiungere, modificare, interpretare ed abbellire, tenendo conto delle opinioni e delle tendenze popolari, delle esigenze della classe prevalente, dello spirito municipale, della vanità nazionale e dei pregiudizi medesimi del volgo; per cui si videro più d'una volta obbligati a sagrificare verità conosciute, come nel fatto di Porsena e dei Galli Senoni, nei prodigi e nella loro interpretazione, nelle vittorie e nelle sconfitte colle nazioni loro finitime, nella protezione diretta degli Iddii, nei destini di Roma, ecc. Considerato inoltre lo stato interno di Roma sotto la repubblica, che aveva un indirizzo quasi esclusivamente militare ed agricolo, ne rappresentarono anche i cominciamenti ed i primi progressi sotto la monarchia, come informati gli uni e gli altri allo stesso spirito e carattere; quantunque le condizioni reali dei primi abitatori dell'area di Roma, e le vere cause del pri-

mitivo loro avanzamento civile e politico, non si abbiano intieramente a cercare nelle imprese guerresche e nell'agricoltura.

§ XVIII. Nè, così operando, si proponevano di falsificare o alterare pensatamente la primitiva storia di Roma; ma vi erano costretti dalla necessità, se le volevano dare concatenazione e forma prammatica. Riempirono le lacune con ipotesi e avvenimenti, che si potevano immaginare come cause od effetti di quelli. che erano accertati dai monumenti od ammessi per tradizione nell'opinione popolare, affinchè fossero quasi vincolo di unione dell' insieme di tutta la narrazione. Alle tradizioni storiche od accettate aggiunsero miti *etiologici*, il che è dire, invenzioni. create con animo di dichiarare meglio le prime e di collegarle colle seconde in un ordine sistematico; specie di ipotesi, con cui studiaronsi di dare apparenza di vero a quella serie di tradizioni nazionali, storiche le une in tutto od in parte, ed inventate le altre.

È incontestabile per noi, che parecchi fatti, uomini e cose del periodo della monarchia, e forse anche dei tempi anteriori, avevano un fondamento storico, non diciamo nei particolari, ma certamente nei generali; di cui non mancavano del tutto le testimonianze estrinseche, come la riunione dei *Sabini coi Romani*, la *distruzione d'Alba*, ed una serie di fatti, che sarebbe facile moltiplicare. Perciocchè la tradizione di Roma primitiva abbonda di fatti, veri talvolta nell'essenziale, ma non ugualmente nella origine ad essi assegnata, nelle circostanze da cui sono accompagnati e nelle conseguenze, che se ne dedussero. Spesso la memoria di un fatto esisteva, accertata eziandio talvolta da documenti di natura più o meno credibile: ma se ne ignoravano le cause genetiche, i particolari, e l'anello che lo legava a fatti anteriori o posteriori di tempo. Ebbene s'inventarono, e codeste invenzioni si chiamano *miti etiologici*, che hanno appunto per fine di dichiarare e coordinare fra loro in modo sistematico e prammatico quegli avvenimenti, empiendo le lacune, che fra quelli esistevano, indicandone l'origine e il vero significato per quanto era possibile.

§ XIX. La favola di *Tarpeja* ad esempio, il tempio di *Giove statore*, i *prata mucia*, la via di *Orazio Coclite*, la statua di *Atto navio* col rasojo, i particolari dell'*apparizione della Sibilla in Roma*, del *ratto delle Sabine*, e in generale le minute particolarità delle tradizioni e degli antichi avvenimenti, apparten-

gono a codesti *miti etiologici*, o come causa o come effetto, numerosissimi nella primitiva storia di Roma. Infra i quali, pare che si abbiano a classificare le *quaestiones di Plutarco*, e secondo alcuni la successiva redazione in 80 libri degli annali massimi, provocata dalla necessità di dare una forma prammatica alla storia primitiva di Roma.

Abbondano nella primitiva storia di Roma anche miti etimologici, che si propongono di spiegare l'origine storica e genetica dei nomi e delle famiglie, dandone una dichiarazione spesso arbitraria. Così, ad esempio, *Silvius*, perchè nato in una selva; *Capitolium*, dal capo di Olo; *Servius*, perchè figlio di schiava; *Scaevola*, perchè mancino; *Cocles*, perchè monocolo; *Tarquinius*, perchè oriondo di Tarquinia; *Brutus*, perchè imbecille, ecc.; miti etimologici, che occorrono spesso nei nomi delle famiglie romane, senza che possa affermarsi che abbiano fondamento di verità. Ammesso questo sistema, diviene facilissimo formare dei miti etiologici, spiegandone i particolari, e inventando le circostanze, che legano fra loro in forma prammatica gli avvenimenti, accertati nei generali.

§ XX. Tutte codeste interpretazioni, dichiarazioni ed aggiunte concorrono a dare un carattere evidentissimo d'incertezza ai fatti, ai quali in alcun modo si riferiscono, specialmente nei particolari, nelle cause genetiche e nelle conseguenze attribuite ai medesimi, senza che perciò possa dirsi che siano al tutto privi di fondamento e di ogni credibilità. Perciocchè il mito etiologico ed etimologico si distinguono dal semplice mito in ciò che non sono una creazione gratuita, spontanea o meditata della fantasia, ma una dipendenza più o meno plausibile di un fatto o di una tradizione, di una istituzione, di uomini illustri o di monumenti, accertati o credibilissimi nei generali, ma che volevansi eziandio dichiarare nei particolari, e collegare fra loro in ordine sistematico in modo di dare a tutto il racconto l'aspetto e la forma di vera storia prammatica, come la abbiamo in Dionisio, od in Livio, ed in Plutarco, senza curarsi soverchiamente della verità dei particolari. Ma, ammettendo pure in teoria e nei generali la verità storica di molti fatti, nella pratica tuttavia rimarrà sempre un problema difficilissimo e talora impossibile a risolversi, il determinare il criterio, con cui distinguere e separare il mito etiologico ed etimologico dal fatto storico, e segnare i limiti, che li separano. Il che, malgrado gli incontestabili grandi progressi della scienza, presenta tuttavia difficoltà gravissime di cui alcune per avventura insormontabili.

Ciò non ostante è innegabile e consolante ad un tempo, che la critica storica di quel periodo oscurissimo di Roma, continuata parecchi secoli dell'età moderna dai cultori della romana antichità, ha già diradato in buona parte le tenebre che l'avvolgevano. E quantunque non siano ancora arrivati al punto di poter dire l'ultima parola su tutto quel periodo, è però un fatto che in alcune parti conseguirono notevoli risultamenti, che diverranno sempre maggiori per la tendenza comune ai dotti di tutta Europa di occuparsi di quell'argomento. Ma per quali vie, con quali mezzi e procedimenti potè la critica moderna ottenere tali progressi? La domanda mi sembra inchiudere una quistione abbastanza grave ed importante per meritare di essere accuratamente studiata, ciò che mi propongo di fare in altre letture.

Il Socio Cav. Ermanno Ferrero legge la seguente sua

BREVE INTRODUZIONE

AD UNA

NARRAZIONE DEI PRIMI TEMPI

DEL REGNO DI BERENGARIO I

È mio desiderio di presentare in tempo non lontano all'Accademia una narrazione dei primi tempi del regno di Berengario I, frammento di più ampio lavoro, a cui da qualche tempo sto attendendo. Ho stimato necessario di far precedere la mia lettura da una breve introduzione per potere stabilire qualche principio atto a chiarire alcuni punti, che in essa lettura saranno trattati.

Torino, 5 Marzo 1882.

L' impero di Carlomagno, diviso fra i figli di Ludovico il Bonario, fu di nuovo riunito nell'anno 885 da Carlo il Grosso. Questi nell' 876, alla morte del padre Ludovico il Germanico, i cui tre figli se ne erano spartiti i dominii, aveva ottenuto con regio titolo l'Allamannia; nell' 879 ebbe il regno d'Italia, che suo fratello Carlomanno, allora in fin di vita, due anni innanzi aveva riunito al regno di Baviera. Nell' 881 fu incoronato imperatore; nell'anno seguente, per la morte del fratello Ludovico, ebbe gli altri paesi della Germania, toccati a costui nella spartizione dello Stato paterno od ereditati dal fratello maggiore Carlomanno. Finalmente, essendo perito sul finire dell'884 Carlomanno re di Francia, nipote di Carlo il Calvo, i Franchi oc-

cidentali chiamarono a succedergli Carlo il Grosso, in vece di Carlo il Semplice, fratello del morto sovrano e giovanetto di pochi anni.

Ma questa riunione dell'impero carolingico non poteva essere di lunga durata. La vasta mente di Carlomagno aveva concepito l'idea grandiosa di riunire il mondo germanico, di ordinarlo e disciplinarlo, giovandosi dei resti della civiltà romana e risuscitando l'unità dell'impero. La sua mano robusta ebbe la forza di raccogliere e di tenere insieme elementi eterogenei, che, lui morto, si andarono disgregando, mentre fra essi, sebbene ancor confusamente, già si disegnavano le nazionalità francese, tedesca ed italiana. Lo stato morale e sociale di quei tempi ripugnava inoltre da qualunque unità politica; quindi la società si frantumò, il vassallaggio crebbe e si svolse a detrimento dell'autorità monarchica, favorito altresì dalla debolezza dei successori di Carlomagno e dalle lotte parricide e fratricide, che funestarono la dinastia dei Carolingi.

Quando Carlo il Grosso riunì, salvo la Borgogna, i paesi, che avevano obbedito al bisavo suo, la forza dissolvente era talmente cresciuta che l'incapacità dell'ultimo imperatore carolingico non potè essere se non la causa occasionale del definitivo smembramento dell'impero. Carlo il Grosso era uomo pio (1) e d'indole buona, ma debole di corpo e di mente. Grave infermità, che i contemporanei attribuirono a diabolici malefizii, lo travagliava da parecchi anni, e lo faceva cadere in convulsioni e delirii, affievolendone le facoltà mentali (2). La sua pietà stessa era eccessiva; prima ancora di essere assunto alla regia dignità, già egli sospirava la quiete claustrale. Come tutti i deboli, si lasciava dominare dagli altri: pusillanime, ondeggiante, non seppe

---

(1) Il monaco Augiense, continuatore di Ercanberto, lo chiama « mansuetissimum Carolum » e « clementissimus Carolus » (*Mon. Germ. hist.*, Script. II, p. 329 e seg.). — « Fuit vero hic christianissimus princeps, Deum » timens, et mandata eius ex toto corde custodiens, ecclesiasticis sanctio- » nibus devotissime parens, in eleemosynis largus, orationi et psalmorum » melodiis indesinenter deditus, laudibus Dei infatigabiliter intentus, omnem » spem et consilium suum divinae dispensationi committens ». REGINONE, *Chron.*, a. 888, in *Mon. Germ. hist.*, Script. I, p. 598.

(2) *Ann. Fuldenses*, pars III, a. 873, in *M. G. H.*, SS. I, p. 385; *Ann. Xantenses*, a. 873, *M. G. H.*, SS. II, p. 235; INCMARO, *Ann.*, a. 873, *M. G. H.*, SS. I, p. 495.

mai ricorrere a mezzi un po' energici per riparare ai mali, che all'interno e dal di fuori travagliavano il suo Stato. Incapace a tener in freno i vassalli e a difendere l'impero dai Normanni e dagli Slavi, egli patteggia vilmente coi nemici. Ai Normanni cede la Frisia, e, quando nell'886 essi cingono di assedio Parigi, che si difende eroicamente, Carlo, il quale ha raccolto un esercito, allontana i pirati del nord col danaro, e permette a loro di recarsi a devastare la Borgogna, dove dall'879 regna un cognato di Carlo il Calvo, Bosone, da cui era stata condotta in moglie una figliuola dell' imperatore Ludovico II.

Del malcontento contro l'imperatore cominciarono a provare gli effetti l' arcicancelliere Liutvardo, vescovo di Vercelli e suo fidato consigliere, e l'imperatrice Ricarda. Carlo, avendo riunito a Kirchheim nel giugno dell' 887 un'assemblea di grandi, laici ed ecclesiastici, dovette licenziare il suo ministro (1). Anche l'imperatrice, per cause, che non bene conosciamo (2), lasciò o fu costretta a lasciare il consorte, e si ritirò nel monastero di Andelau nell' Alsazia, da lei edificato, dove in opere di pietà trasse il rimanente dei suoi giorni (3).

L'imperatore, ammalato (4), convocò una dieta da tenersi a

(1) « Deposuit ne esset archicapellanus, multisque beneficiis ab eo sublatis, » ut haereticum et omnibus odiosum cum dedecore de palatio expulit », (*Ann. Fuld.*, IV, a. 887). Liutvardo era « maximus consiliator regii palacii » (*Ann. Fuld.*, V, a. 887), che l'imperatore « supra omnes qui erant in regno suo » exaltavit » (*Ann. Fuld.*, IV, a. 887), « virum sibi percharum et in admi- » nistrandis publicis utilitatibus unicum consiliarium » (REGINONE, *Chron.*, a. 887). L'odio degli Alamanni contro Liutvardo fu la causa della sua caduta (*Ann. Fuld.*, V, a. 887).

(2) REGINONE (*Chron.*, a. 887) attribuisce l' allontanamento di Ricarda all'accusa di adultero amore per Liutvardo. L'imperatrice offrì di provare col giudizio di Dio non solo la sua innocenza, ma la verginità conservata durante il matrimonio. Anche Carlo protestò di non avere mai avuto con lei commercio carnale. Cf. GAGERN, *Arnulfi imperatoris vita ex annalibus et diplomatis conscripta*, Bonnae, 1837, p. 40 e segg.; WENCK, *Die Erhebung Arnulfs und der Zerfall des karolingischen Reiches*, Leipzig, 1852, p. 19 e seguenti.

(3) Ricarda « religiosa femina » (REGINONE, *ibid.*) fu poi adorata come santa. Intorno a lei si formò una pia leggenda. Vedi GRANDIDIER, *Histoire de l'église de Strasbourg*, Strasbourg, 1776, t. II, p. 210.

(4) « His ita gestis, imperator corpore et animo coepit aegrotare ». REGINONE, a. 887. — « Imperator magna infirmitate aggravatur ..... mox vero » Caesar gravissima infirmitate detentus est ». *Ann. Fuld.*, V, a. 887.

Triburia verso la metà del novembre 887. Questa fu il segnale della sedizione. I Carinzii ed i Bavari offrirono il regno ad Arnolfo duca di Carinzia, figlio illegittimo di Carlomanno, già re di Baviera e d'Italia, e di una nobile di nome Liutsvinda. Ad Arnolfo, che si era acquistato rinomanza, difendendo la marca orientale contro gli Slavi, si unirono tosto i Franchi orientali, poco dopo i Sassoni e i Turingi, ultimi gli Allamanni, su cui Carlo il Grosso aveva avuto il suo primo dominio, e i quali egli aveva continuato a favorire (1). Il misero Carlo, abbandonato da tutti, insino dai suoi servi, nodrito dall'arcivescovo Liutberto, arcicancelliere, mandò il suo figlio illegittimo Bernardo (2) con doni dal nipote Arnolfo, che al principe spodestato concesse alcune terre. Carlo sopravvisse soltanto poche settimane alla sua caduta: a' dì 13 di gennaio dell' 888 chiuse i suoi giorni a Neidingen. I contemporanei dimenticarono i suoi torti, ammirando la rassegnazione, con cui sopportò i suoi infortunii, e non dubitarono

(1) Come un moto spontaneo dei capi di questi popoli è narrata la elezione di Arnolfo dagli *Ann. Vedastini*, a. 887, *M. G. H.*, SS. II, p. 203, dal continuatore V degli *Annales Fuldenses* e da Reginone. Il continuatore IV degli annali di Fulda attribuisce l'iniziativa della ribellione ad Arnolfo, eccitato dalle parole dello scacciato Liutvardo.

Il primo giorno di regno di Arnolfo sembra sia stato il 10 di decembre. Del giorno seguente si hanno due diplomi datati da Forchheim. Vedi BÖHMER, *Regesta chronologico-diplomatica Karolorum*, Frankfurt, 1833, p. 103.

(2) Questi era figlio di una concubina ed in età ancora tenera. Il padre avea voluto farne legittimare i natali dal papa Adriano III. Ma questi, recandosi all'assemblea di Worms, morì per istrada (*Ann. Fuld.*, IV, a. 885). Non sappiamo se Carlo il Grosso abbia avuto in mente di tentare in altro modo di far riconoscere come suo successore questo figlio illegittimo, a cui erano di ostacolo la età troppo giovanile e la oscurità della madre, mentre la genitrice di Arnolfo era « nobilissima quidem femina sed non legaliter... » desponsata » con Carlomanno (contin. di ERCANBERTO, *M. G. H.*, SS. II, p. 330). Forse nella dieta di Triburia avrà inteso Carlo di trattare della istituzione di Bernardo come erede. Un altro giovanetto di stirpe carolingica era Ludovico, figlio di Bosone, re della Bassa Borgogna dopo l'879, morto l' 11 di gennaio 887, e di Ermengarda, figlia di Ludovico II imperatore. Carlo il Grosso nella dieta di Kirchheim lo riconobbe come suo vassallo; ma non è chiara l'intenzione dell'imperatore di adottarlo, che si volle dedurre dal continuatore V degli *Ann. Fuld.* (a. 887). Si parlò anche (ma dopo la sua morte) di una visione avuta da Carlo, da cui sarebbe stato indotto a pensare all'adozione di Ludovico (*Histoire de l'Académie des inscriptions*, t. XXXVI, p. 220 e segg.).

che la corona dell' eternità non premiasse lui, che sì pazientemente aveva tollerato la perdita della corona terrena (1).

L'esempio della Germania, che aveva eletto un re nazionale, fu imitato dalle altre parti dell'impero carolingico. Nella Bassa Borgogna a Bosone, morto sul principio dell' 887, era succeduto il figlio Ludovico, detto poi il cieco, che nell' 890 ebbe titolo regio, e resse il paese compreso press'a poco tra la Saona, il Rodano, il Giura e le Alpi. L'Alta Borgogna, cioè il territorio a un di presso racchiuso fra il Giura, le Alpi Pennine e la Reuss, fu eretto in regno da Rodolfo, nipote di Corrado, fratello di Giuditta, seconda moglie di Ludovico il Bonario. Una parte dei Franchi occidentali acclamò re Odone conte di Parigi, che gagliardamente aveva difeso questa città contro i Normanni. Egli non era congiunto per parentela con la dinastia carolingica, della quale in Francia rimaneva il giovanetto Carlo il Semplice, fratello di Carlomanno morto, siccome abbiam detto, nell' 884. Anzi non apparteneva nemmeno alla schiatta dei Franchi occidentali. Anche l' Italia potè provvedere alle proprie sorti, eleggendosi un sovrano. Ma è necessario di stabilire anzi tutto che cosa s'intendesse per Italia e da quale potestà si poteva compiere la elezione di un sovrano.

---

(1) « Quod autem circa finem vitae dignitatibus nudatus, bonisque omnibus spoliatus est, tentatio fuit, ut credimus, non solum ad purgationem, sed, quod maius est, ad probationem: siquidem hanc, ut ferunt, patientissime toleravit, in adversis sicuti in prosperis gratiarum vota persolvens, et ideo coronam vitae, quam repromisit Deus diligentibus se, aut iam accepit, aut absque dubio accepturus est ». REGINONE, a. 888. Cf. *Ann. Ved.*, a. 887; *Ann. Fuld.*, V, a. 887: « Dum honorifice Augensi eclesia sepelitur, coelum apertum multis cernentibus visum est, ut aperte monstraretur, qui spretus terrenae dignitatis ab hominibus exuitur, Deo dignus coelestis patriae vernula mereretur feliciter haberi ». Non merita fede la versione degli annali Vedastini e di Erimanno Augiense (*Chron.*, a. 888, *M. G. H.*, SS. V, p. 109) che Carlo sia stato strangolato dai suoi. — La morte di Carlo il Grosso è da Reginone indicata come avvenuta il 12 di gennaio; ma altre testimonianze consigliano ad assegnarla al giorno appresso. Cf. DÜMMLER, *De Arnulfo Francorum rege*, p. 29, nota 2.

Intorno alla caduta di Carlo il Grosso ed all' elezione di Arnolfo vedi GAGERN, *Arnulfi imperatoris vita ex annalibus et diplomatis conscripta*, Bonnae, 1837; WENCK, *Die Erhebung Arnulfs und der Zerfall des karolingischen Reiches*, Leipzig, 1852; DÜMMLER, *De Arnulfo Francorum rege*, Berolini, 1852; id., *Geschichte des ostfrankischen Reiches*, vol. II, Berlin, 1865.

Che cosa s'intendeva per regno d'Italia? Carlomagno, vinti i Longobardi nel 773 e 774, alla loro dominazione sostituì la propria, ed al titolo di re dei Franchi congiunse quello di re dei Longobardi. Ma il regno dei Longobardi (come si disse ancora nel secolo IX ed anche nel X) o regno in Italia od italico (denominazione già adoperata nel secolo VIII e vie più in uso nel IX (1)) rimase separato dal regno dei Franchi, e, se Carlomagno ed altri suoi successori lo ebbero insieme con altri dominii, l'unione fu personale non istatuale.

La conquista di Alboino aveva spezzato l'unità politica dell'Italia; nè essa fu rifatta dalla conquista franca, la quale non si stese se non sui paesi dell'Italia superiore e centrale occupati dai Longobardi. Il ducato longobardo di Benevento, non ostante gli sforzi di Carlomagno, di Pippino, suo figlio, e di Ludovico II, continuò di fatto a godere dell'indipendenza, che già era riuscito ad avere sotto gli ultimi monarchi longobardi. L'esarcato di Ravenna e la Pentapoli, tolte a' Greci da Liutprando e da Astolfo e a questo tolte da Pippino, per le relazioni particolari stabilitesi tra i re franchi e i pontefici non fecero propriamente parte del regno italico di Carlomagno.

Il regno italico, al tempo dello sfasciamento dell'impero carolingico, era compreso nei seguenti confini (2). Le Alpi limitavano ad occidente questo regno, poichè la valle di Susa, già dei Franchi, era stata ad esso riunita dopo l'806, ma prima dell'827. Ignoriamo però se la valle di Aosta, già compresa nella Borgogna, poi unita all'Italia nell'855 o nell'859 (3), vi appartenesse ancora nell'888, o piuttosto se non fosse stata

(1) Veggasi l'utile studio del prof. A. ROLANDO, *Geografia politica e corografia dell'Italia imperiale nei secoli* IX *e* X, pubblicato nello *Archivio storico italiano*, serie IV, 1880, tomo V, p. 231-282.

(2) Per la conoscenza della geografia dell'Italia in questo periodo vedi (BERETTA) *De Italiae medii aevi dissertatio chorographica*, in MURATORI, *Rer. Ital. script.*, t. X; MURATORI, *Antiq. Ital. medii aevi*, diss. II; ROLANDO, *diss. cit.*

(3) TERRANEO, *Dei primi Conti di Savoia e della loro signoria sulla valle d'Aosta*, dissertazioni edite dal ch. BOLLATI nella *Miscellanea di storia italiana*, serie II, t. XVII, Torino, 1877, p. 657 — Occorre intendere che val d'Aosta fu *politicamente* unita al regno italico nell'uno o nell'altro di questi anni; poichè già prima, cioè nell'839, nella spartizione dell'impero fra i suoi figli, fatta da Ludovico I imperatore, a Lotario fu assegnato il regno italico e parte della Borgogna con la valle aostana.

congiunta di nuovo con la Borgogna al tempo della fondazione del regno di Bosone (1). A nord e a nord-est le Alpi cingevano il regno italico, nel quale pertanto erano compresi il Trentino e la penisola istriana.

Sulla spiaggia dell'Adriatico rimaneva esclusa dal regno italico la laguna veneta. Ne era pure escluso il territorio dell'antico esarcato, compreso fra il Po e la Marecchia e stendentesi dall'Appennino toscano e dal confine fra il Modenese e il Bolognese insino al mare. La Pentapoli poi (dalla Marecchia sino verso il Musone) sembra sia stata unita al ducato di Spoleto, e con ciò al regno italico, negli ultimi tempi della dominazione carolingica (2). Dalla Marecchia sin verso il Frigno si protendeva la spiaggia dell'Adriatico compresa nel regno italico. Una linea tirata dalle foci della Marta al confluente del Tevere e del fiumicello Paglia segnava press' a poco il confine meridionale del regno verso il Tirreno.

Tali erano i limiti del regno italico, il quale pertanto, sotto la signoria franca, era ridotto in confini alquanto più angusti che al tempo dei Longobardi. Ma i principi franchi, i quali dominarono sul reame italico, cinsero quasi tutti, dopo Carlomagno, la corona imperiale, ed ebbero per conseguenza un alto dominio sovra altre parti della penisola, che non facevano parte di esso regno. Queste nell'888 consistevano nell'antico ducato di Roma e nell'esarcato posseduti dal pontefice, nel ducato di Venezia e ne' principati di Benevento, Capua e Salerno, sorti nell' 851 dalla divisione del principato (già ducato) di Benevento. Sui possessi donati al Papa da Pippino, di cui Carlomagno confermò la donazione, quest'ultimo già come patrizio, poi più precisamente ed ampiamente come imperatore, ebbe un dominio eminente, la cui importanza andò ognora diminuendo sotto i suoi successori. La repubblica veneta, contro la quale s'erano infranti gli sforzi di Pippino, figlio di Carlomagno, riconobbe, ma più di nome che di fatto, la sovranità imperiale. Il duca di Benevento aveva bensì riconosciuta la supremazia di Carlomagno, quando

(1) Però il Vescovo di Aosta non compare fra i segnatarii dell'atto di elezione di Bosone del 15 di ottobre 879 (*M. G. H.*, Legum I, p. 547).

(2) Cf. Rolando, p. 239 — Nell'anno 874 la Pentapoli era ancora separata dal ducato spoletano (Vedi il *Chronicon Casauriense*, in Muratori, *Rer. It. scr.*, t. II, pars II, col. 806).

questi non era che re d'Italia, ma è probabilissimo che nella supremazia dei successori di Carlomagno talora riconosciuta dai principi beneventani s'intendesse l'alta sovranità imperiale, piuttosto che quella de' re d'Italia. La Puglia e la Calabria appartenevano all'imperatore di Oriente; la Sicilia era stata occupata dai Mussulmani; e la Sardegna e la Còrsica più di nome che di fatto dipendevano dal monarca carolingico.

Ora quale potere doveva procedere all'elezione di un sovrano nel reame italico, quando questo rimase senza capo per la caduta di Carlo il Grosso?

Presso le genti germaniche primitive la elettività mista con la ereditarietà era il principio regolante la successione al trono. L'assemblea della nazione determinava con la elezione quale dei membri della famiglia, tenuta come depositaria del regio potere e presso alcuni popoli ancor rivestita di carattere religioso, dovesse essere il re. In mancanza di successibili procedeva ad una nuova scelta fra i nobili. Dopo la conquista presso alcuni popoli prevalse il principio ereditario, come presso i Franchi, specialmente nella Neustria, rimanendo così l'approvazione dell'assemblea come una semplice formalità, finchè almeno vi erano eredi certi. Presso i Longobardi anche l'ereditarietà fu il principio, sebbene di maggior momento fossero l'approvazione e l'elezione dell'assemblea, e vigesse la consuetudine che anche le donne non fossero escluse dalla corona, e quindi si consolidasse da personaggi assunti al trono la propria autorità sposando qualche donna della famiglia regia. Sino ad Ansprando, proclamato nel 712, la regia dignità trapassò giusta questo principio ne'discendenti, maschi e femmine, della famiglia dei Letingi (1). Ansprando inaugurò una nuova dinastia, che non ebbe lunga durata. Non vi appartennero se non egli, che regnò soltanto tre mesi, Liutprando, che governò trentadue anni, e Ildebrando, già associato

(1) Clefi era di altra famiglia; ma suo figlio Autari sposò Teodelinda, nipote di Guaco, re longobardo della stirpe dei Letingi. Agilulfo fu scelto a marito e re da Teodelinda col consenso dei Longobardi. Gundeberga, sua figlia, fece passare la corona a suo marito Ariovaldo e poi al secondo marito Rotari. Morto il figlio di questo, Rodoaldo, è chiamato a succedere Ariperto, figlio di un fratello di Teodelinda. Grimoaldo consacra la sua usurpazione sposando una sorella dell'ucciso Godeberto. Cf. SCHUPFER, *Delle istituzioni politiche longobardiche*, Firenze, 1863, p. 215 e segg.

da Liutprando e il cui regno da solo non superò il breve spazio di sette mesi. Ma noi ci troviamo nel periodo della decadenza del reame longobardo. L'antica tradizione si va spegnendo. I duchi più potenti aspirano alla corona. Rachi, duca del Friuli, ed il fratello Astolfo regnano l'un dopo l'altro. Desiderio, duca d'Istria, che deve la sua elezione più al Papa che al suo popolo chiude la serie dei re longobardi. Se fosse continuata avremmo forse avuto anni tempestosi di contrasti e di usurpazioni per il possesso dell'autorità regia da parte dei duchi, la cui potenza andava crescendo, indebolendosi i vincoli, che li univano al monarchico potere.

Carlomagno non distrusse, come abbiam detto, il regno longobardo; ai principi nazionali sostituì la signoria degli Heristall, ma tenendo separato il regno italico dal franco. Conservò le assemblee di quest'ultimo regno, però v' introdusse, a somiglianza delle diete franche, un nuovo elemento, quello ecclesiastico. Nella decadenza della monarchia longobarda le assemblee diventarono aristocratiche; non v'intervennero più se non i supremi ufficiali del regno. Nei primi tempi della dominazione franca, alle diete italiche prendono parte i grandi ecclesiastici e laici, ed altri cittadini senza distinzione di origine franca o longobarda. Ma anche in Italia come nella Francia, le diete, col declinare della monarchia carolingica, assunsero un aspetto maggiormente aristocratico, e non risultano più se non composte di prelati e di nobili (1). Carlomagno non si fece riconoscere da niuna assemblea come re in Italia; nè i suoi successori, sino alla morte di Ludovico II, ebbero d'uopo dell'approvazione della dieta italica allorchè salirono al trono. In fatti nell'anno 781, Carlomagno, venuto in Italia per la terza volta, vi condusse il secondo ed il terzo de' suoi figliuoli, Carlomanno e Ludovico, e a Roma dal pontefice Adriano li fece consacrare re, quegli d'Italia, questi di Aquitania. Al primo, che aveva soltanto cinque anni, fu mu-

---

(1) *Pippini capitulare*, a. 782-786, *M. G. H.*, LL. sect. II (Hannoverae 1881, p. 191): « Qualiter complacuit nobis Pippino excellentissimo regi gentis » Langobardorum, cum adessent nobis cum singulis episcopis, abbatibus et » comitibus seu et reliqui fideles nostros Francos et Langobardos qui nobis » cum sunt vel in Italia commorantur ». — *Ludovici II imp. conv. Ticinensis III*, a. 855, *M. G. H.*, LL. I, p. 435: « Dum conventum fidelium no- » strorum convocaremus et simul episcoporum et nobilium nostrorum con- » sultu ..... ».

tato nome ed imposto quello dell' avo Pippino (1). Nel memorando giorno del Natale dell'800, dopo l'acclamazione e l'incoronazione di Carlomagno a imperatore, il papa Leone III lo unse con l'olio santo, ed unse pure il re d'Italia Pippino (2). Con la ricostituzione dell'impero l'Italia continuò ad essere uno Stato dipendente da Carlomagno, che lo teneva per diritto di conquista, e lo amministrava per mezzo di suo figlio Pippino. Ma il titolo imperiale, sostituito a quello di patrizio (titolo, che per Carlomagno aveva designato più efficace e meno indeterminata autorità di quanto non avesse espresso per il genitore Pippino), significò alto dominio su Roma ed altre parti d'Italia escluse dal regno italico. Anzi la vacanza della sede imperiale bizantina essendo stata il giuridico pretesto della incoronazione di Carlomagno, il nuovo imperatore ereditò que' diritti di supremazia sull'Occidente, che i Cesari di Costantinopoli, dopo la rovina dello impero occidentale, avevano preteso di avere. Diritti, i quali nel fatto non avevano più a quel tempo alcuna corrispondenza, ma che tuttavia significavano come l'idea dell'unità imperiale romana ancor durava, non ostante più di tre secoli di fondazioni e di rovine di monarchie barbariche, in mezzo ai ruderi dell'atterrato impero.

Nell' 806 in un' assemblea generale dell' impero tenuta a Thionville, Carlomagno provvide alla sua successione, dividendo l' impero fra i tre suoi figliuoli ed assegnando al più giovane Ludovico l' Aquitania, la Guascogna, una parte della Borgogna e la valle di Susa; al secondogenito Pippino l'Italia, la Baviera e una parte della Germania al di qua del Danubio; al primogenito Carlo il rimanente, cioè la Francia propriamente detta, una parte della Borgogna con val d'Aosta e la Germania transdanubiana. Ove poi uno d' essi cessasse di vivere, Carlo provvide come si dovesse dividere fra i superstiti la porzione del defunto, e rispetto ai dominii di Pippino stabilì che, se questo fosse il primo a morire, Carlo e Ludovico si ripartissero i possessi del fratello nella seguente maniera. « Dall'ingresso d'Italia per Aosta » abbia Carlo Ivrea, Vercelli, Pavia e indi giù per il Po sino

(1) *Ann. Laureshamenses*, a. 781, *M. G. H.*, SS. I, p. 31; Einardo, *Ann.*, a. 781, *M. G. H.*, SS. I, p. 161; *Chron. Moissiacense*, a. 781, *M. G. H.*, SS., I, p. 297.

(2) Anastasio Bibliotecario, *Leo III.*

» a'confini de' Reggiani, e Cittanuova e Modena sino a' confini
» di San Pietro. Queste città coi loro sobborghi e territorii e
» coi comitati ad esse appartenenti, e tutto ciò, che fu già del
» regno di Pippino e si trova a sinistra di chi va verso Roma,
» spetti insieme col ducato di Spoleto, siccome già abbiam detto,
» a Carlo. Quanto poi del predetto regno dalle dette città e
» comitati giace a destra di chi va a Roma, cioè la parte ri-
» manente della regione transpadana col ducato di Tuscia sino
» al mare australe e sino alla Provenza, lo abbia Ludovico in
» aumento del suo regno (1) ». In questa divisione, in cui il principio franco della spartizione territoriale è applicato allo stesso regno italico, e per la quale, come tributo d'onoranza, l'imperatore richiese la papale approvazione, si tace di Roma e degli altri possessi pontificii; giacchè questi dovevano dipendere solamente da colui, che aveva la corona imperiale. Carlomagno previde pure il caso, in cui il popolo volesse eleggere il figlio di uno di questi fratelli come successore al regno paterno, e dispose che sì fatta elezione dovesse avere l'approvazione degli zii.

Ma i provvedimenti dell'imperatore riuscirono vani; conciossiachè nell' 810 morisse Pippino e nell'anno seguente Carlo seguisse il fratello nella tomba. Rimase solo Ludovico, che il padre dichiarò erede di tutto lo Stato, e che nell' 813, in una dieta ad Aquisgrana, fece riconoscere come imperatore e quindi come suo socio nell'esercizio del supremo potere (2). Carlomagno non chiese per il figliuolo la papale approvazione, nè stimò necessaria la incoronazione fatta dal pontefice (3). Il Papa e il popolo romano a lui Carlomagno avevano conferito la imperiale dignità:

---

(1) *Divisio imperii*, a. 806, *M. G. H.*, LL. I, p. 140 e segg. Cf. Einardo, *Ann.*, a. 806.

(2) Ludovico fu pure allora incoronato. I cronisti franchi narrano in modo diverso la cerimonia, alcuni dicendo che Carlomagno diede in mano al figlio la corona, altri che egli stesso gliene cinse il capo ed altri che gli ordinò di levarla dall'altare e di porsela in capo. *Ann. Laurissenses minores*, *M. G. H.*, SS. I, p. 121; Einardo, *Ann.*, a. 813; *Chron. Moissiac.*, a. 813; Tegano, *Vita Hludow. imp.*, 6, *M. G. H.*, SS. II, p. 592; Astronomo, *Vita Hludow. imp.*, 20, *ibid.*, p. 617. Cf. Ermoldo Nigello, *Eleg. carm.*, II, v. 55 e segg., *M. G. H.*, SS. II, p. 279 e seg.

(3) Il Muratori (*Ann.*, a. 813) crede che Carlomagno abbia chiesto prima al Papa l'approvazione per far eleggere imperatore il figlio. Ciò non risulta da nessuna testimonianza antica.

il loro potere costituente era cessato: la trasmissione del potere imperiale si doveva ora compiere con le stesse norme, con cui si compieva la trasmissione della corona regia dei Franchi. Come per questa era necessaria l'approvazione dell'assemblea de'Franchi, così l'assemblea generale dell'impero aveva il potere di riconoscere l'imperatore. La papale unzione di Pippino e dei due suoi figli Carlomagno e Carlomanno nel 754 aveva confermato con religiosa cerimonia il diritto degli Heristall alla corona franca, diritto, che già la volontà della nazione aveva stabilito. Ma in appresso più non era mestieri del riconoscimento papale; e, se nel 781 Carlomagno aveva fatto consacrare i suoi figliuoli Pippino e Ludovico, ciò probabilmente egli fece, noi crediamo, per dare col principio religioso fondamento a quei nuovi Stati, che dovevano sorgere entro il suo impero. E a tale proposito si osservi come per il primogenito Carlo, a cui propriamente toccava succedere nel regno franco, e al quale sarebbe stata trasmessa la dignità imperiale, non abbia il padre reputato necessaria sì fatta cerimonia.

Pippino, morendo, aveva lasciato un figlio illegittimo di nome Bernardo. Carlomagno, dopo aver tenuto un placito ad Aquisgrana, lo mandò nell' 812 in Italia, e poscia, nella menzionata assemblea dell'813, lo fece riconoscere come re (1). Questo riconoscimento non si fece in una dieta italica, ma in un'assemblea generale dell' impero; giacchè il regno di Bernardo non era che parte di quel gran tutto costituente l' impero carolingico.

Pochi mesi dopo l' assemblea di Aquisgrana, Carlomagno morì (28 gennaio 814). Il papa Stefano IV, conoscendo la debole indole di Ludovico, a cui la storia diede i nomi ugualmente meritati di pio e di bonario, gli offrì d'incoronarlo imperatore, e nell' ottobre dell' 816 compiè a Rheims con grande pompa questa cerimonia (2), la quale, ripetiamo, nel concetto di Carlomagno, era assolutamente inutile, e la quale doveva poi originare una pretensione dei papi feconda di tanti guai nelle relazioni fra la potestà pontificia e la imperiale (3).

---

(1) *Ann. Lauriss. min.*, a. 812; Einardo, *Ann.*, a. 812.

(2) Einardo, *Ann.*, a. 816; Tegano; 16, 17; Astronomo, 26. Cf. Ermoldo Nigello, *Eleg. carm.*, II, v. 425 e segg.

(3) « Quello splendido momento dell'assemblea di Aquisgrana (813) era » un avvertimento, che Carlomagno dava a tutti i suoi successori. Se i suoi

Nel luglio dell'anno seguente (817), in una dieta generale, Ludovico procedette alla divisione dell'impero fra i suoi figliuoli Lotario, Pippino e Ludovico, nominando il primo imperatore e suo collega, ed assegnando a Pippino l'Aquitania ed a Ludovico la Baviera (1). Questo atto scontentò Bernardo, il quale continuava a reggere l'Italia, forse perchè la Baviera, già appartenente a suo padre, era stata data allo zio Ludovico, forse perchè, non badando alla sua nascita illegittima, aveva potuto vagheggiare la dignità imperiale, come figlio di un fratello maggiore dell'Augusto regnante. Il desiderio degl' Italiani di sottrarsi dalla dipendenza franca già li aveva spinti a moti subito dopo la morte di Carlomagno; questo desiderio favorì il malcontento di Bernardo, ma l'impresa andò fallita, il figlio di Pippino ebbe orribile punizione, e perdette la vita (818) (2).

Nell' 822 Lotario fu mandato da suo padre in Italia, e nell'anno seguente fu incoronato imperatore dal papa Pasquale I in Roma (3). Così il diritto, che i Papi accampano al conferimento della suprema autorità temporale, vie meglio si esplica, sebbene la elezione dell'imperatore sia ancora attribuzione della dieta generale dell' impero.

Nelle contese fra Ludovico il bonario e i suoi figliuoli, cagionate dalla nascita di Carlo il Calvo, che all' imperatore fu procreato dalla seconda sua moglie Giuditta, e per il quale dimostrò preferenza, che offese gli altri figli, Lotario continuò ad avere il dominio dell' Italia, a cui aggiunse una parte della Borgogna con la valle d'Aosta, nell' 839, nella spartizione dei do-

---

» fiacchi eredi ne avessero saputo comprendere il significato, la storia del » papato e quella dell'impero facilmente avrebbero potuto mutarsi da quello » che furono. Ma noi vediamo che l'elezione di Aquisgrana si perdette senza » lasciar traccia in mezzo alla corrente delle idee in quella età memorabile » accolte ». GREGOROVIUS, *Geschichte der Stadt Rom im Mittelalter*, Buch V, Kap. I, § 2.

(1) *Divisio imperii*, a. 817, *M. G. H.*, LL. I, p. 198 e segg. La carta di divisione stabiliva che se qualcuno dei figli di Ludovico « decedens legitimos » filios reliquerit, non inter eos potestas ipsa divitatur: sed potius populus » pariter conveniens, unum ex eis quem dominus voluerit, eligat ».

(2) EINARDO, *Ann.*, a. 817; 818; TEGANO, 22, 23; ASTRONOMO, 30; ANDREA DA BERGAMO, *Chron.*, 8, *M. G. H.*, SS. III, p. 234.

(3) EINARDO, *Ann.*, a. 823; ASTRONOMO, 36; ENARDO FULDENSE, *Ann.*, a. 823, *M. G. H.*, SS. I, p. 358.

minii del fratello Pippino, morto nell'anno precedente (1). Trapassato poi l'imperatore padre nell'840, Lotario, come imperatore, pretese dominare i fratelli Ludovico e Carlo. Riarse la guerra civile, si combattè sanguinosamente a Fontanet (841). Lotario fu vinto e l'unità dell'impero disfatta. Il trattato di Verdun (843) pose fine alla guerra fratricida, e con esso fu stabilita una nuova ed importantissima divisione dell' impero. A Lotario rimase l'Italia ed una lunga striscia separante i dominii dei fratelli, la quale ad occidente era segnata da una linea corrispondente press' a poco ai corsi del Rodano, della Saona e della Schelda, e ad oriente era limitata da una linea, che seguiva il Reno, lasciando però a destra i territorii di Vormazia, Spira e Magonza, ma traversante un po' più sotto il fiume e terminante alla foce del Weser. Tutta la parte, che stava all'ovest fu di Carlo il Calvo; quella posta ad est appartenne a Ludovico, che fu detto il Germanico (2). Salvo la porzione aggiunta a Lotario, la quale ebbe effimera durata, noi vediamo già apparire le prime delimitazioni delle moderne nazionalità della Francia, della Germania e in parte anche dell'Italia. Il titolo imperiale rimase a Lotario, ma esso non indicava più sovranità alcuna sui regni dei fratelli. Quindi fu da questo istante interamente disciolta la unità dell' impero di Carlomagno; togliendosi la supremazia imperiale, èra spezzato l' ultimo anello, che nelle anteriori divisioni teneva ancora riunite le varie parti dell' impero, con lo stabilimento di una suprema autorità sui possessori di esse. Lotario, a cui il trattato di Verdun, aveva riconosciuto l' alto dominio su Roma (3), sebbene tale sovranità fosse quasi più nominale che reale, mandò in questa città nell' 844 il figlio suo primogenito Ludovico, forse da lui già designato re d' Italia. Il papa Sergio II, la cui elezione compiuta senza l' approvazione dell' imperatore, era stata cagione della venuta di Ludovico, offrì al giovane principe d' incoronarlo re d' Italia. Accettò Ludovico, e il pontefice, senza alcun diritto, pose sul capo del figlio di Lotario la regia corona (4). Credendo di aver in questo modo conseguito la sovranità di Roma, Ludovico pretese dai maggio-

---

(1) *Divisio imperii*, a. 839, *M. G. H.*, LL. I, p. 373.
(2) Prudenzio, *Ann. Bertin.*, a. 843, *M. G. H.*, SS. I, p. 439.
(3) Reginone, *Chron.*, a. 842.
(4) Anastasio Bibliotecario, *Sergius II;* Prudenzio, *Ann.*, a. 844.

renti della città il giuramento di fedeltà. Il Papa si oppose, e il re si dovette contentare che tale giuramento fosse fatto a suo padre (1). Così fallì il notevole tentativo di ridurre Roma sotto la potestà del re d'Italia. Nell'850 poi, essendo ancor vivo Lotario, Ludovico II riceveva da papa Leone IV la corona imperiale (2). Non abbiamo memoria che Ludovico sia stato precedentemente eletto dall'assemblea dell'impero, la quale, dopo la divisione territoriale e l'introduzione del principio che la imperiale dignità più non significasse la supremazia espressa sotto Carlomagno e Ludovico I, certamente non poteva più essere composta dagli ottimati di tutto il territorio carolingico, ma non pertanto doveva comprendere quelli dell'Italia e del dominio oltramontano. Ma vi è da credere che il riconoscimento dell'assemblea precedesse l'incoronazione pontificia; giacchè cinque anni dopo vediamo Lotario dividere, prima di morire, in una dieta i suoi dominii fra i tre suoi figliuoli e confermare a Ludovico II il titolo d'imperatore e il dominio italiano, spartendo quello d'oltralpe in modo che il secondogenito Lotario ebbe la parte settentrionale, appellata perciò Lotaringia, e il più giovane Carlo la meridionale o Provenza (3).

Ludovico II fu malcontento di sì fatta divisione; se non che, mal suo grado, dovette ad essa acconciarsi (4). In tal modo fra impero e regno italico fuvvi allora sotto l'aspetto territoriale non grande differenza, rimanendo però, ben inteso, dal secondo separate sempre quelle terre, che sopra abbiam menzionato, sulle quali l'imperatore non il re aveva supremazia. Forse col tempo avrebbero finito col confondersi, e, quel che è maggiormente importante di un titolo più eccelso dato al sovrano d'Italia (5), essa avrebbe potuto avere una dinastia di principi proprii, se la estinzione della stirpe di Lotario non avesse reso l'Italia e la corona imperiale mira dell'ambizione di altri sovrani carolingi, e il ra-

(1) Anastasio, *ibid.*

(2) Prudenzio, a. 850.

(3) Reginone, a. 855. Cf. Prudenzio, a. 855.

(4) Prudenzio, a. 856.

(5) Noi vediamo Ludovico II designato talora col titolo d'*imperator Italiae* (p. es.: « Hludowicus..... Italiae vocatus imperator » Incmaro, *Ann. Bertin.*, a. 863, *M. G. H.*, SS. I, p. 459. — Cf. *Hludow. iun. et Hludow. Karoli f. conv. Furonensis*, a. 878, *M. G. H.*, LL. I., p. 545: « De regno vero quod » Hludowicus imperator Italiae habuit... »).

pido spegnimento dei discendenti di Carlomagno non avesse sotto Carlo il Grosso riprodotta l'unità dell' impero, disfatta la quale, la nostra patria non si trovò in condizione di consolidare e conservare un regno nazionale.

Morto Ludovico II senza prole maschia nell' 875, sorsero a pretenderne la successione i due suoi zii, Carlo il Calvo e Ludovico il Germanico, che già si erano divisi nell'870 la successione del nipote Lotario, morto nell'869 (1). Il primo era favorito dal pontefice Giovanni VIII, uomo di fermi propositi, ambizioso e cupido d'innalzare la potestà pontificia sulla temporale. Ludovico il Germanico aveva l'appoggio dell' imperatrice vedova Angilberga. Due cose distinte erano scopo delle brame dei due principi, la corona italica e la imperiale. La prima non poteva più essere data, come abbiamo osservato, dall'assemblea generale dell'impero, dacchè la unità imperiale era cessata; quindi dalla dieta italica, composta di ottimati italiani, doveva di nuovo essere esercitato l'antico diritto, taciuto sino allora sotto la signoria di principi franchi. Ed Angilberga tentò appunto di fare proclamare il sovrano, da lei caldeggiato, re d'Italia in una dieta di grandi riunita a Pavia. Se non che in questa dieta trovandosi con forze uguali anche i partigiani di Carlo, nulla potè essere stabilito (2). Ludovico ricorse allora alle armi, e spedì in Italia i suoi figliuoli Carlo, detto poi il Grosso, e Carlomanno. Carlo il Calvo lo prevenne, scese in Italia, e, cacciati dalla penisola con le armi e con l'oro i nipoti, si recò a Roma, dove Giovanni VIII nel Natale di quell'anno 875 lo incoronò imperatore (3). Ecco adunque, senza contrasto, l'impero divenuto un dono del pontefice ed affermato come principio di pubblico diritto che la volontà papale sia sufficiente a conferire sì fatta potestà. Quale distanza dai tempi di Carlomagno, quando il grande imperatore confondendo l'impero con la monarchia franca, faceva in modo di rendere trasmissibile con le norme del vecchio diritto germanico quel supremo

---

(1) INCMARO, *Ann.*, a. 870 — L'altro figlio dell' imperatore Lotario, Carlo re di Provenza, era morto nell'863. I suoi dominii erano stati divisi tra i due suoi fratelli, l' imperatore Ludovico II e Lotario re di Lotaringia (INCMARO, a. 863).

(2) ANDREA DA BERGAMO, *Chron.*, 18.

(3) INCMARO, *Ann.*, a. 875; *Ann. Fuld.*, III, a. 825; REGINONE, *Chron.*, a. 874, 877; ANDREA, *Chron.*, 18. Si ha un diploma di Carlo il Calvo del 29 settembre 875, datato da Pavia: *anno successionis Hludowici primo*.

potere, che l'alleanza della nazione franca e del papato avevano stabilito con la mescolanza del concetto romano dell'universalità dell'impero e di quello cristiano dell' universalità della Chiesa! Ma già Ludovico II aveva adulterato il concetto dell' impero di Carlomagno, e in una lettera dell'871 scritta a Basilio, imperatore d' Oriente, aveva derivato la potestà imperiale dalla imposizione delle mani e dal crisma, ond'egli e i suoi antecessori erano stati unti dai pontefici, e solo fugacemente aveva accennato ai Romani come sorgente della imperiale autorità, tacendo affatto della elezione compiuta nell' assemblea dell' impero (1). Poco dopo la incoronazione imperiale di Carlo il Calvo, una dieta riunita a Pavia (febbraio 876), composta di maggiorenti e prelati italiani (undici fra quelli e diciannove di questi), alla cui testa stava Ansperto, arcivescovo di Milano, tenuto conto che, per l'intervento degli Apostoli e per mezzo del Pontefice, Carlo aveva ottenuto la dignità d'imperatore, lo nominarono protettore, signore e difensore di loro tutti, e lo elessero re del regno italico (2).

Carlo, ritornato in Francia, in un' assemblea di prelati di Francia a Pontigon (giugno-luglio 876), alla quale assistevano due legati pontificii, si fece riconoscere il titolo imperiale e la regia dignità italica (3). Nell'877, Giovanni VIII in un concilio

(1) *Chron. Salernit.*, 107, *M. G. H.*, SS. III, p. 521.

(2) « Gloriosissimo et a Deo coronato, magno et pacifico imperatori, domino nostro Karolo perpetuo Augusto, nos quidem omnes episcopi, abbates, » comites, ac reliqui qui nobiscum convenerunt Italici regni optimates, quorum » nomina generaliter subter habentur inserta, perpetuam optant prosperitatem » et pacem. Iam quia divina pietas vos beatorum principum Apostolorum » Petri et Pauli interventione, per vicarium ipsorum, domnum videlicet » Iohannem summum pontificem et universalem papam spiritualemque pa» trem vestrum, ad profectum Sanctae Dei Ecclesiae nostrorumque omnium » invitavit, et ad imperiale culmen Sancti Spiritus iudicio provexit, nos » unanimiter vos protectorem, dominum, ac defensorem omnium nostrum » eligimus, cui et gaudenter toto cordis affectu subdi gaudemus, et omnia » quae nobiscum ad profectum totius Sanctae Dei Ecclesiae nostrorumque » omnium salutem decernetis et sancietis, totis viribus, annuente Christo, » concordi mente et prompta voluntate observare promittimus ». *Karoli II conventus Ticinensis*, *M. G. H.*, LL. I, p. 528 e segg.

(3) INCMARO, *Ann.*, a. 876. — « Sicut domnus Iohannes apostolicus et » universalis papa primo Romae elegit, atque sacra unctione constituit, om» nesque Italici regni episcopi, abbates, comites, et reliqui omnes qui cum » illis convenerunt, domnum nostrum gloriosum imperatorem Karolum Au-

tenuto a Roma confermò la dignità imperiale di Carlo, proclamando per un'antica reminiscenza che con l'assenso dei vescovi, del senato e del popolo romano egli aveva eletto e confermava l'imperatore; e i vescovi risposero: « chi hai eletto noi eleggiamo (1) ». Carlo venne in Italia in quell'anno, e s'incontrò presso Vercelli col Papa; ma, spaventato dall'annunzio che il nipote Carlomanno re di Baviera si appressava con forte esercito, ripassò le Alpi, e morì subito dopo (6 ottobre) (2). Frattanto un'assemblea, congregata a Pavia, diede a Carlomanno la corona d'Italia (3), ed egli scrisse pure a Giovanni VIII per avere quella dell'impero (4). Ma questi, riuscito a fuggire in Francia, dopo aver meditato di dare la corona imperiale a Ludovico il Balbo, figlio di Carlo il Calvo, e di fargli altresì ottenere la italica, pensò di far acquistare l'una e l'altra a Bosone, che già, con titolo ducale, aveva governato l'Italia sotto Carlo il Calvo. Accompagnato da Bosone, il Papa fece ritorno in Italia, e tentò, ma inutilmente, di far congregare una dieta a Pavia con l'apparente pretesto di trattare di affari ecclesiastici, ma in realtà per brigare la deposizione di Carlomanno e la elezione di Bosone (878) (5). Questi, quando vide che nulla eravi da sperare in Italia, ritornò in Provenza, dove non tardò a fondare un proprio regno (879).

Carlomanno era gravemente infermo, e i due suoi fratelli Ludovico il giovane e Carlo il Grosso già si preparavano a dividersene la successione. Giovanni VIII tentò ancor una volta di sottomettere la regia elezione in Italia al beneplacito papale, e scrisse al più potente fra i prelati italiani, all'arcivescovo di Milano, Ansperto, convenire per la grave infermità di Carlomanno, di procedere ad una nuova elezione e doversi eleggere colui, che

---

» gustum unanimi devotione elegerunt sibi protectorem ac defensorem esse, » ita et nos .... iussu eiusdem domni et gloriosi Augusti convenimus, » pari consensu ac concordi devotione eligimus et confirmamus ». *Karoli II synodus Pontigonensis*, *M. G. H.*, LL. I, p. 533.

(1) *Concil. Rom. I*, in Labbe, *Conc.*, t. XI, c. 297.

(2) *Ann. Fuld.*, III; Incmaro; Reginone, a. 877.

(3) Sembra che il primo giorno di regno di Carlomanno in Italia sia stato il 13 di ottobre. Vedi Lupi, *Codex diplom. Bergomatis*, t. I, Bergomi, 1784, p. 887; Fumagalli, *Codice diplom. Sant'Ambr.*, Milano, 1805, p. 460; Böhmer, *Reg. Karol.*, p. 89.

(4) Vedi Giovanni VIII, *Ep.* 63, in Labbe, t. XI, c. 48.

(5) *Ann. Fuld.*, III; Incmaro, a. 878. Cf. Giovanni VIII, *Ep.* 92, 119, 125, 126, 127, 128.

dal Pontefice sarebbe stato scelto all' impero (1). Non si curò Ansperto dei papali desiderii, perciò nacque tra lui e Giovanni aperta inimicizia. Intanto Carlo il Grosso scendeva nella penisola, ed era riconosciuto re d' Italia (novembre 879 (2)). Pochi mesi dopo (marzo 880) Carlomanno finì di vivere. Giovanni, riuscitogli vano il tentativo di costituire il papato in Italia suprema autorità politica, da cui dipendessero regno ed impero, dovette adattarsi a porre sul capo di Carlo il diadema imperiale (febbraio 881) (3).

Dalle cose anzidette si possono dedurre queste conseguenze, necessarie per comprendere la vera natura della elezione di Berengario I e dei suoi competitori:

1° La dignità imperiale unita alla dignità regia franca essersi separata dopo Lotario ed essere definitivamente divenuta attribuzione del Papa la elezione ad essa.

2° Il regno italico, unito ma non confuso con la monarchia carolingica, aver ricuperato con Ludovico II la propria autonomia, e dopo la morte di questo principe aver le diete italiche esercitato di nuovo il diritto della elezione dei sovrani in Italia.

3° Impero e regno italico essere due cose distinte, tanto per il diverso modo di elezione dei titolari, quanto per la potestà spettante rispettivamente all' imperatore ed al re. Tuttavia essere assunti alla dignità imperiale coloro, che già posseggono il regno italico (Ludovico II, Carlo il Grosso, poi i competitori di Berengario, Guido e il figlio Lamberto e Ludovico re della Bassa Borgogna e lo stesso Berengario), ma ciò non essere giuridicamente necessario, come si deduce dall'esempio di Carlo il Calvo, incoronato dapprima imperatore, poi eletto re, avendo in quest'ultima elezione molto peso la imperiale dignità precedentemente conseguita. Anzi avere tentato, ma non essere riuscito Giovanni VIII a rendere la regia elezione dipendente dalla scelta dell'imperatore fatta dal Papa.

---

(1) « Et ideo nullum absque nostro consensu regem debetis recipere. Nam » ipse qui a nobis est ordinandus in imperium, a nobis primum atque po- » tissimum debet esse vocatus et electus ». *Ep.* 155.

(2) Incmaro, a. 879. È incerto il giorno, in cui Carlo il Grosso principiò a regnare in Italia. Cf. Böhmer, *op. cit.*, p. 94.

(3) *Ann. Vedast.*, a. 882; Reginone, a. 881. — Anche la data dell'incoronazione imperiale di Carlo è incerta. Cf. Böhmer, p. 95.

4° La riunione dell'impero sotto Carlo il Grosso aver fatto rivivere l'antica idea dell'unità imperiale disfatta col trattato di Verdun e quindi della supremazia dell'imperatore su tutto il territorio carolingico, anche sulle parti obbedenti a principi proprii. Quindi spiegarsi con questa considerazione le pretensioni successive di Arnolfo ad una supremazia su tutto il territorio già di Carlo il Grosso e la sua incoronazione imperiale, come pure i sogni ambiziosi di Guido di Spoleto.

5° Le assemblee italiche, quando esercitano di nuovo il diritto di elezione dei sovrani, non essere più composte se non dei maggiori signori e di prelati, cosicchè la regia corona diventa cagione di lotte, che finiscono col far perdere al regno italico la sua indipendenza.

6° Nelle elezioni, che avvennero nelle provincie dello sfasciato impero di Carlo il Grosso non essersi dimenticato il principio della ereditarietà, ammettendosi però come titolo la discendenza da femmine (come per i re eletti nell'Alta e nella Bassa Borgogna Rodolfo e Ludovico) e non curandosi (come per Arnolfo in Germania) i natali illegittimi. Sola eccezione la elezione di Odone tra i Franchi occidentali, contrastata però da Guido duca di Spoleto, congiunto probabilmente coi Carolingi, e poi dal carolingio Carlo il Semplice. Anche per l' Italia vale il medesimo principio, e congiunti coi Carolingi sono Berengario I e i suoi competitori, Ludovico citato (forse Guido e Lamberto), e Rodolfo II di Borgogna, e poi i successori Ugo e Berengario II.

Vien letta dal Socio Barone Gaudenzio CLARETTA la seguente **Memoria**

SULLE LIBERALITÀ

COMPIUTE DAGLI AVIGLIANESI

DE THOET

Ciambellani e Guardasigilli

DEI PRIMI CONTI DI SAVOIA

NEI SECOLI XII E XIII

Affine di poter meglio apprezzare il valore degli atti di liberalità di una famiglia, se oggidì a quasi nissuno nota, tanto più degna che ne sia rinfrescata la memoria, egli è mestieri di considerare un istante la condizione del nostro Stato, e nei tempi, argomento di questa dissertazione, ed in altri spettanti persino all'età che gli storici definiscono moderna.

In mezzo ad un reticolato di feudi e retrofeudi, di terre immediate, cioè dipendenti direttamente dal principe, e più o meno libere, più o meno privilegiate, sorgevano bensì alcune grosse terre che aveano cominciato a vivere indipendenti al dettame dei loro magistrati ed alle quali od Imperatori o Re, mediante compenso, avevano confermato la loro indipendenza. Ma questo era solo quasi in via d'eccezione, e la maggior parte dei borghi e villaggi erano soggetti a baroni, ecclesiastici e laici.

Egli è pur noto, come tutti questi baroni fossero nei loro feudi altrettanti principi, potendo stabilire leggi, impor balzelli, eleggere giudici e castellani.

Che se a poco a poco i feudi vennero avvinti a leggi ed a convenzioni i loro possessori, allorquando eglino non partivansi da quelle; allorchè avevano posto le mani loro, giunte entro quelle del Sovrano, e datogli il bacio di fedeltà e giurato di servirgli

in guerra determinati giorni ogni anno, osservata l'astensione dal punire alcuni delitti più gravi, di competenza della giustizia del principe, erano poi nel resto padroni assoluti. E se non tutti erano tiranni, l' eccezione non fa regola, perchè, volendolo, potevanlo essere; e ciò solo è sufficiente a compiangere un' età divenuta ancor più miseranda, allorchè appunto nei tempi descritti s' aggiunsero a sconvolgerla le deplorevoli fazioni di parte.

Nell' ordine sociale poi, a questi baroni od ecclesiastici o laici ed ai nobili, che erano coloro i quali se non possedevano ancora feudi, potevano quanto prima conseguirli, e per antica condizione del casato o per uffici maggioreggiavano, tenevano dietro i borghesi, che quai cittadini di grosse terre, o già libere o suddite, ma dotate dai principi di alcune prerogative, godevano senza dubbio di certa libertà, e prendendo parte ai consigli od essendo ascritti ad un'arte, potevano per quei tempi vivere in condizione invidiata.

Ma scendendo giù, noi c'incontriamo tosto in un ordine di persone sopraffatte da servitù: adduco gli esempi di quelli che chiamavansi censuari, che tenevano bensì dai borghesi, baroni o prelati l'utile dominio di terre per cui rispondevano annualmente un censo od in denaro od in natura, ma erano oltraciò tenuti a servizi personali.

E che dire dei poveri tagliabili, ultimo grado di quella classe, che erano i servi della gleba affissi ad un podere e privi di personalità giuridica?

La sola parola tagliabile, proveniente dalla latina *talliabilis*, indica abbastanza la dolorosa condizione di coloro che appartenevano a quella classe. Non basta ancora, poichè aggiungevasi talora tagliabile *ad misericordiam*, cioè a mera discrezione del padrone, indizio questo di servitù plenaria, assai bene espressa dal presidente d'Oncieu nel suo trattato *des mains mortes* che li definì *servi non minus dicuntur quam curvi et incurvabiles et curvati ad opus*, proprio come il ramo d'un albero che sia destinato capricciosamente ad assumere una forma diversa dalla sua naturale, ravvisando in questa mano prepotente il signore, il padrone, e nell'umile e fragile ramo il povero servo che doveva lasciarsi piegare al capriccio di un altro uomo.

Tale era la miserevolissima condizione dei servi della gleba incapaci di testare, privi della facoltà di contrar matrimoni eccetto che con tagliabili, soggetti a quell'istesso padrone.

Egli è vero che se riusciva taluno di essi a fuggirsi da quelle terre ingrate ov'erano nati ed a toccar il suolo d'un paese franco, dimorandovi un anno ed un dì, od arrolandosi al gonfalone di un'arte, non potevano più venir ricondotti in servitù, ma è facile riconoscere che questa condizione migliore sol si potesse raggiugnere da pochi e solamente in via d'eccezione, tali e tante essendo sempre le attrattive a rimanersi ciascuno nel luogo suo natio, per quanto matrigna siagli la natura.

Ora, dopo questo breve preambolo che vale a porci in rilievo le benemerenze della famiglia che è argomento di questa nostra dissertazione, possiamo agevolmente discorrere degli avviglianesi De Toet o Toetti, nome che nei documenti dei tempi presi ad esame doveva o per colpa degli autori o degli amanuensi subire quattro o cinque trasformazioni erronee. Essi appartenevano ad una delle più antiche famiglie di Avigliana, com'è noto, sede antica dei Marchesi di Torino, che, o per cautela o per diffidenza solevano abitare sulla più eminente bicocca, che sopraggiudica quella città, ed i cui ruderi ancora oggidì ci attestano un'età irrevocabilmente trascorsa.

La denominazione loro di De Thoet verosimilmente proveniva da qualche regione, ed una n'esiste ancor oggi così denominata nelle fredde ed alpine valli del Moncenisio, unica memoria di quel casato anche al volgo familiare.

Per fortuna che i documenti ci pongono in grado di tessere questa breve Memoria, la quale ci darà notizie di ben maggior momento su quella illustre Famiglia, da secoli estinta.

Il primo cenno di essa sale al finir dello stesso secolo undecimo od ai primi del seguente, non avendo il Guichenon, che pel primo pubblicò il documento, ricordato l'anno in cui esso emanava.

La carta di cui si tratta consiste in una donazione fatta dal conte di Savoia Umberto II il Rinforzato all'abbazia d'Alta Cresta, stata fondata dai celebri Conti di Gruières in una valle presso le sorgenti della Broie. La sua data se non può ascriversi al secolo undecimo, non dovette oltrepassare l'anno 1103, poichè in questo morivasi quel Conte (1).

Ora a quell'atto noi troviamo sottoscritto Pietro De Toetto, che chiamando I, diremo stipite da noi conosciuto della sua il-

(1) *Preuves*, pag. 28.

lustre famiglia, non dovendo opporre la menoma difficoltà lo scambio del nome fatto dal Guichenon, *De Rovet*, invece di *Toet*, pecca che con frequenza si ravvisa nella lezione dei documenti da lui data.

Ma il documento in questione ci rivela altresì che quel Pietro *De Thoct* era investito del delicato ufficio di guardasigilli del Conte di Savoia, come lo indicano queste espressioni: *Petrus De Rovet* (sic) *qui hanc cartam sigillavit.*

E trattandosi del primo a noi conosciuto che abbia esercito quell'uffizio presso la Famiglia di Savoia, sieno consentite qui alcune parole sulla natura di quella carica e sulle sue incombenze.

Se più tardi, cioè nel secolo XIV, si ha memoria ch'essa era tenuta dal cancelliere stesso del principe, come chiaramente lo denota il conto di Giovanni Gerbais dottor di leggi, cavaliere e cancelliere di Savoia, *militis et cancellarii Sabaudie*, il quale nel dar ragione delle spese provenienti dal piccolo e grande suggello, ci rivela che *absente cancellario sigillabantur tam de signeto Domini quam de sigillis consilii appellationum et iudicature Sabaudie* (1), diversa fu la consuetudine nei tempi di cui parliamo.

Invero se nulla ripugna ad asserire, e possa ritenersi del paro cosa logica che il personaggio chiamato ad autenticare gli atti del principe coll'apposizione del suo suggello fosse il suo cancelliere, non solamente non trovo nei documenti dell'età sincrona indicazione alcuna che quell'uffizio fosse da questo esercitato, ma, come vedremo, era esso inerente ad una carica speciale alla quale spettava.

Invece, come or dicemmo, cominciando dalla serie regolare dei vari cancellieri, che s'inizia con Laidetto Beggiami nel 1290 (sebben sin dal 1191 già s'abbia notizia del *notario comitis*), troviamo un conto di Romeo Canale *chancellier et receveur des droits des sceaux du prince;* troviamo che nel 1378 *Nicoletus Ruffi, secretarius et clericus domini item Petrus Probi clericus et secretarius domini tenuerunt sigillum ante dictum Romeum de Canali* (2).

Non s'aspetta a questa Memoria d'intertenerci con troppa diffusione nè sui sigilli nè sugli uffiziali preposti ad averne la cura,

(1) PROMIS, *Sigilli dei principi di Savoia*, p. 6.
(2) GALLI, *Cariche del Piemonte*, III, pag. 16.

e basteranno alcuni cenni generali. Ricorderò anzitutto che un sigillo, se con dubbio, ascritto alla celebre nostra principessa Adelaide di Susa, senza fallo riferibile all'anno 1078 (1) ci prova che sin dai primi tempi della Monarchia Sabauda fosse stabilito l'uffizio del guardasigilli. E tale era l'uso praticato nelle Corti degli altri Principi. Il Ducange ci riferisce un brano di lettera dell'anno 1180 che dice: « *Cum in Sicilia essent sigillarius et doctor Regis Guillelmi II tum pueri* . . . e dopo che già all'anno 1174 . . aveva scritto: *Quoad instantiam et sollicitudinem Gerardi de Guestivis notarii et sigillarii mei dedi.*

Così del paro presso il d'Acheri all'anno 1191 leggesi: *Quidam qui iverant submersi sunt, inter quos Rogerus Malus Catulus Regis sigillifer cum cuius etiam corpore sigillum postea est inventum* (2).

Nè suppongasi che a quei giorni d'istruzione privilegiata, riservata e circoscritta a scarso numero di persone l'ufficio di sigillifero fosse di semplice menante. La varietà dei suggelli, l'uso promiscuo or dell'uno or dell'altro, la natura degli atti che richiedevano un colore diverso nella cera su cui veniva impresso, la confidenza inerente a quell'uffizio esigevano persone di certa coltura e di modi convenevoli quali s'addicono a chi doveva di continuo stare a lato del principe.

Alcuni esempi spiegheranno meglio il fatto.

Trattandosi, a cagion d'esempio, di concessioni di maggior momento eravi usanza di appendere il suggello in cera ad un cordoncino di seta, e quando quell'uso invalse, ci spiega il Ducange, che *charta falsi arguebatur quod sigillum ei affixum seu agglutinatum esset.*

Richiedevasi, dissi ora, che il guardasigilli fosse bene informato del colore di cui doveva essere tinta la cera per certi atti; così a cagion d'esempio, mentre vi furono tempi nei quali la cera gialla fu prerogativa dei re soli, che non guari usarono i nostri principi, i quali s'astennero pure da quella tinta in nero od azzurro, o di color misto (3), solevasi di regola generale far uso di quella verde, nei diplomi od atti che avessero a durare in perpetuo; della rossa in quelli che riferivansi a Comuni e ad

(1) Promis, l. c., p. 4.
(2) *Spicilegium etc.*
(3) Promis, luogo citato.

università, cioè corporazioni di arti. La cera bianca poi era riservata a certi atti, e quasi d'uso esclusivo ai conti di Poitou, nel modo che più tardi fu applicata all'Ordine supremo di Santo Spirito in Francia (1), come all'Ordine Gerosolimitano quella tinta in nero.

Nè credasi poi che fosse lecito a chiunque a quei giorni di far uso d'un suggello. I soli nobili che avessero raggiunta l'età di ventun anno, o fossero stati insigniti dell'onore altissimo della cavalleria, ovvero che si fossero ammogliati potevano avervi diritto. Così tale privilegio avevano i vescovi e gli abati, sino a che a mano a mano propagossi, e passò nell'uso comune.

Ma bastino questi cenni per attestare che di certo momento era l'uffizio del quale era stato investito Pietro De Thoet, la cui condizione stessa ci è mallevadrice a persuadercene.

Il primo atto in cui abbiamo riscontrato il Pietro De Thoet si fu del 1103. Ora, percorrendo il periodo di quasi cinquant'anni ci si presenta nuovamente altro Pietro della stessa famiglia. E siccome per quanto si distinguesse quell'età per casi speciali di longevità, tuttavia ne pare che si tratti qui di altra persona, poichè questa stessa persona che compare in atti seguiti nella metà del secolo XII, la si vede pure in documenti del principio del secolo seguente, ond'è che ammettendone l'identità, bisognerebbe considerarla vissuta in un periodo impossibile a concepirsi.

Questo Pietro adunque che chiameremo II, ebbe lo stesso ufficio di guardasigilli tenuto dal Pietro I, o suo padre o suo zio. Esso fu presente nel 1150 ad un atto di liberalità che il conte di Savoia Umberto III (il beato) fece a pro di quell'abbazia d'Alta Cresta, che dicemmo già favorita nel 1103 dal suo antecessore Umberto II, ed a cui egli donava il luogo di Tinières presso il castello di Chillon (2). E qui non più leggesi l'erroneo *Petrus de Rovet* secondo la lezione del Guichenon, ma bensì il legittimo *Petrus Thouet qui hanc cartam sigillavit.* E *Petrus del Touet,* che è sempre il medesimo, compare pure nello stesso anno 1150 teste ad una curiosa carta in cui si fa menzione di un prestito fatto dal celebre monistero di S. Maurizio d'Agauno nel Vallese al conte Amedeo III nell'atto di

(1) Ducange.

(2) Cibrario e Promis, *Documenti, monete e sigilli*, ecc., p. 62.

partire per Gerosolima col santo re Luigi IX *ad debellandas nationes barbaras* (1) di una tavola d'oro stimata assai. Col qual atto, per qui almeno accennarlo, Amedeo vescovo di Losanna, il Sugero della Savoia, a cui il conte Amedeo or ora accennato nel partir per la crociata aveva raccomandato di vegliare agli interessi del suo figlio, guarentiva quei monaci del loro mutuo.

Nell'atto però in questione il nostro Pietro compare solo qual testimonio, anzi essendo in esso accennato qual cancelliere un tal Riccardo, rimarrebbe legittimata l'opinione póc'anzi manifestata della distinzione dei suoi due uffizi.

Coll'errata indicazione di *Petrus del Trovet* egli è pure accennato nell'importante collezione di documenti specialmente riferentisi a Susa e che ha per titolo *Ulciensis ecclesiae chartarium* (2). Ivi all'anno 1151 viene riferita una donazione del conte Umberto III alla chiesa di S. Lorenzo d'Oulx ed all'anno seguente altra dello stesso Conte di Savoia che le diede una terra presso Orbiano nell'agro segusino (3). Forse fu Pietro de Thoet *cambellanus* e non *Petrus de Boret castellani*, secondo la lezione del Rymer, quegli che fece parte dell'ambasciata composta del Marchese di Monferrato, di Gaufrido, di Berlione di Piossasco ed alcuni altri, distinti colla qualità di *milites*, cavalieri, che nel 1178 intervennero a Montferrand nell'Alvernia al congresso con Enrico II d' Inghilterra a cui Umberto III prometteva di dare la sua figlia Alice pel figlio suo Giovanni senza Terra (4). E nulla ripugna a crederlo, non ostandovi nè la qualità del Thoet nè la cronologia.

Non è còmpito nostro di raunar qui tutti i documenti in cui vi possa essere cenno di questa famiglia, poichè sarebbe impresa

(1) Guichenon, *Preuves*, p. 40.

(2) Nella pubblicazione per cura dell'abate Jacopo Bernardi del codice Peralda che corregge le mende del cartario d'Oulx, e che vide la luce nel volume XX della *Miscellanea di Storia italiana*, si corresse la lezione *De Tovet* in *De Toveto*, ma non si badò all'altra variante che nello stesso cartario subì quel nome, scritto *del Trovet*.

(3) Pagine 62 e 63.

(4) « Foedera, conventiones, litterae et cuiusvis generis acta publica inter Reges Angliae et alios quoscumque Imperatores, Reges, etc. ». T. I, p. 34. Conviene avvertire che la lezione dataci dal Rymer è spropositatissima, nè meglio si appose il fedele suo seguace Wurstemberg nel suo tomo IV del *Peter der Zweite*.

di lieve risultato, non men che opera poco agevole, inquantochè seguendo i De Thoet, per l'uffizio di cui erano insigniti, la persona del principe, si trovavano di frequente presenti agli atti da lui promulgati. Accennerò quindi ai soli di maggior momento, e da cui si possa estrarre qualche notizia acconcia all'argomento.

Un documento del 1179, che è una donazione fatta a S. Lorenzo d'Oulx da Tagliaferro, cioè Guglielmo conte di Vienna ed Albione, ci riferisce fra i testimoni uno della nostra famiglia colla falsa lezione di *Otimarus De Torenc*, che io credo *De Thoet* (1).

Nel 1191 poi troviamo Pietro II testimonio all'atto assai importante con cui il conte Tommaso di Savoia rinunziava alle consuetudini di occupare lo spoglio dei Vescovi d'Aosta all'epoca della loro morte (2). Nel 1212 era pur presente all'atto con cui lo stesso conte Tommaso rinunziava a Valperto, vescovo pur d' Aosta, ogni diritto che avesse o potesse avere sul feudo tenuto da Ugo signor di Bard dalla chiesa Augustana (3).

E questo secondo documento ha per noi importanza singolare, imperocchè ci viene ad attestare o meglio confermare l'uffizio dal nostro Pietro II tenuto alla Corte di Savoia, cioè di ciambellano. Quindi è, che nessun altro che il nostro Pietro è il *Petrus de Thovenco cambellanus*, qual leggesi nell'atto della donazione che il conte Tommaso di Savoia fece nel 1209 di Giaveno all'abbazia di S. Michele della Chiusa (4).

Nè senza qui voler procedere ad una seconda dissertazioncella sull'uffizio di ciambellano, basterà, a chi fosse per dubitare che questo avesse a distinguersi da quello del guardasigilli, avvertire che propriamente, come spiega il Ducange, fra le varie incombenze di colui che allora denominavasi ciambellano *annuli regii privati quem sigillum secreti vocabant custodia incubuit.*

E sebbene, come osserva quest' autore, *cambellanus nostris idem qui Romanis cubicularius vel praepositus sacri cubiculi diversus a camerario penes quem erat cura camerae seu thesauri regii*, tuttavia fra le sue incombenze eravi precisamente quella di tenere la custodia dei suggelli principeschi. E scorgesi

(1) Pag. 48 del Cartario d'Oulx. Variante sfuggita anche all'editore del codice Peralda succitato.

(2) *Monumenta Historiae Patriae chartarum*, I, p. 981.

(3) Ib. p. 1192.

(4) GUICHENON, *Preuves*, T. IV.

che la nostra Corte seguiva l'uso delle altre vicine: ed adduco l'esempio di quella di Borgogna, presso cui in una carta del 1188, nella quale il re Ugo donava alla chiesa d'Oulx la decima delle vigne d'Exilles, compare un tal *Majerius camerarius qui sigillavit* (1).

E che quel di ciambellano fosse bello e lucroso impiego, lo vedremo progredendo innanzi.

Ma prima d'ogni altra cosa m'affretto a rendere noti i documenti che m'hanno dato la spinta a tessere questa Memoria, nell'esordir della quale ho procurato di delineare a larghi tratti la miserevole condizione popolare ed anche sociale dell'età di cui ragioniamo.

In quei tempi barbari ancora in cui i pensieri dei dominanti erano rivolti al ferro, ai castelli, alle rocche turrite, allo studio dei modi più acconci a tenere i popoli avvinti e soggetti al dominio di quei che allora si potevano proclamar ben felici d'imperare agli altri, il mezzo più efficace ad agire sui costumi era la religione.

Infatti, il sentimento delle idee religiose, per quanto potessero queste essere mistiche e poco adatte alle rozze menti di guerrieri e feudatari, era pure il più capace a muovere la fantasia che ama spaziare nei campi del mondo invisibile e spesso vedere ed udire cose sovra natura mirabili. E di qui traggono origine quelle repentine conversioni, quelle tante fondazioni di chiese e monisteri, quei lunghi e pericolosi pellegrinaggi a tutti noti. Ond'è che la fede religiosa avendo ferma radice nel cuor di quei principi e signori, anche allorquando le azioni loro talvolta malamente si conformavano ai suoi dettami, poteva operare in certi momenti cose straordinarie.

Or veniamo al caso nostro. Negli anni di cui discorriamo regnava fra noi un principe di pietà sublime, Umberto III che i suoi sentimenti di abnegazione aveva dimostrato, non solamente colla sua propensione alla vita monastica, ma sì ancora coll'esercizio delle virtù più singolari e con liberalità di vario genere a chiese e monisteri dei suoi Stati, le quali, com' egli diceva, servivano ad alleviare le gravi cure dell'animo e favorire il conseguimento delle gioie dell'eterna chiarezza.

(1) *Ulciensis ecclesiae chartarium*, p. 44.

E l'abbazia d'Alta Cresta sovra menzionata, i cui monaci furono i primi a piantare i famosi vigneti di Lavaux al Desaley, Altacomba, Oulx, S. Maria di Susa, Abbondanza, S. Orso d'Aosta e Aulps ebbero ad esperimentare largamente la liberalità di quel principe.

Ora egli è palese che le azioni ed i costumi dei principi influiscono molto su quelli delle classi inferiori, quindi non reca meraviglia che alcuni dei familiari del conte Umberto seguissero eguale esempio nella vita loro privata.

Tali furono i nostri De Thoet, ciambellani e guardasigilli dei primi Conti di Savoia. Che ragguardevole si fosse la condizione loro e per conseguenza l'uffizio esercitato lo prova la qualità loro equestre, insigne a quei dì e che ben si argomenta anche dal posseder essi in feudo la terra di Villar Almese, *Villare ad Maesam*, dal nome del fiumicello che ne bagna le radici.

Il professore Casalis, che ne discorse nel volume 25 del suo Dizionario, mentre ricorda che quel luogo è rammentato in un diploma Ottoniano del 1001 ed in una carta di S. Giusto del 1029, mentre dice, che veggonsi ancora i ruderi di un edifizio che secondo la tradizione locale sorgeva ai tempi del gentilesimo, e che sopra un'eminenza s'innalza una torre antichissima, mentre accenna all'infeudazione che nel 1333 ne fece il conte Aimone di Savoia alla famiglia Provana da Carignano, omette poi affatto i feudatari suoi anteriori ed assai più antichi che vi signoreggiarono in età più remota. E dico ben più remota, poichè se il primo atto conosciuto della signoria dei Thoet è del secolo dodecimo, puossi facilmente argomentare che già da qualche tempo quella famiglia dominasse in quelle circostanze, se pur non partecipò coi Sala, i quali poi a lei successero nel dominio di quella terra.

Il documento inedito, che a loro accenna, è del dodici dicembre del 1176, l'anno memorabile per l'Italia che aveva in quel mese di maggio umiliato a Legnano il Barbarossa. In quel giorno il Pietro de Thoet, ch'abbiam di sovra designato II, addiveniva ad un atto d'insigne liberalità inverso i suoi sudditi che scioglieva dal vincolo servile della *tagliabilità*.

È uno degli atti di simil genere de' più antichi che ci sieno rimasti e che ben merita un ricordo. Ecco le semplici parole con cui il De Thoet compieva la sua munificenza a pro dei terrazzani di Villaralmese: *Ego Petrus de Thouet statuo et sta-*

biliter confirmo omnes homines qui habitant in Villario vel possident aut deinceps habitaturi vel possessuri erunt in perpetuum esse liberos et absolutos ab omni vinculo exactionis pro remedio anime mee et heredum meorum et pro quindecim libris forcium quas inde recepi ut a presenti die supradicti homines ex integro libere et quiete permaneant ita ut taillam nec ullam exactionem tribuant... (1) ».

Testimonio all'atto fu anche un altro membro di quella famiglia, cioè Evrardo, di cui si ha parimente notizia in un atto dell'otto luglio 1178, in cui Anselmo del Villar donava sè con una vigna alla chiesa di S. Maria di Susa (2). Qui si potrebbe obbiettare da taluno trattarsi nel documento dell'esenzione dalla sola taglia reale, da non confondersi colla personale, potendo la prima lasciar in qualche modo libere le persone. Ma la conferma di questa liberalità, come vedremo, fatta da altri di quella famiglia, lascia supporre che altresì alle persone, che erano non affatto libere, essa si estendesse. Arrogi che in altro documento, del 1285, il castellano d'Avigliana, qual commissario del conte Filippo di Savoia poteva provare nelle informazioni assunte sui tempi antichi di quei paesi che appunto i terrazzani di Villaralmese erano affetti di condizion servile, come lo denotano queste espressioni : *Item quod homines qui habitant in fine Avilliane apud Villaneram et qui consueverunt stare apud Villarium Almesii sunt laboratores et cultores terrarum et inniobiles.* Arrogi ancora che quanto quivi possedevano era da essi tenuto *in villaniam a dominis de Villario et ita non erant vassalli sed homines* (3). Insomma quegli abitanti, se non servi affatto, potevano essere censuari, stato inferiore a quello del libero proprietario.

Il Pietro, che come dissi abbiamo chiamato II, se raggiunse ancora i primi anni del secolo XIII, non ripugnando il credere, ch'egli, qual vedemmo presente ad atti seguiti nel 1150, ancor potesse nel 1202 comparir in una carta ove vien rappresentato creditore di diciassette lire inverso l'abbazia di S. Giusto di Susa (4), doveva indi a poco seguire la sorte comune, come ce lo prova un atto del 1214.

(1) Documento n. I.
(2) *Ulciensis ecclesiae chartarium*, p. 112.
(3) Documento n. IV.
(4) *Ulciensis ecclesiae chartarium*, p. 75.

In mancanza di documenti abbiam asserito che dal Pietro I de Thoet potesse esser nato un altro Pietro. A dir vero questo ripugnerebbe alla consuetudine volgare, secondo cui il nome del padre si rinnovava quasi sempre soltanto nei nipoti, ma che in questa famiglia si facessero eccezioni alla regola generale lo indica il documento del 1214 a cui or ora abbiamo accennato. Invero in esso si fa menzione di Pietro De Thoet, figlio per l'appunto di altro Pietro, che nella serie nostra dovrebbe denominarsi III.

L'atto seguì nel castello di Avigliana il venti settembre del detto anno, ed è la ratifica o conferma della liberalità, nel 1176, conceduta dal Pietro II e dalla sua consorte Ambrosia; che facevano il figliuol suo Pietro III e la consorte di questo Raibalda.

Con questo nuovo atto di munificenza inverso i loro sudditi di Villaralmese gli egregi feudatari liberavano quei terrazzani, non solamente dalla taglia, di cui dicemmo nel primo documento, ma sì ancora dichiaravanli liberi da qualsivoglia prestazione e fideiussione per ragione di matrimonio o dei figli loro, e che non potessero essere astretti mai a fideiussione alcuna contro il loro volere.

Tanta poi era l'autorità che il munifico donante voleva dare a quell'atto, che vincolava al medesimo non solamente se stesso, ma la consorte ed il figlio e la nuora ancora, imponendo la pena di mille soldi di moneta paesana da sborsarsi al Conte di Savoia da chi fosse per contravvenirvi.

E prevedendo ancora il caso che quel Conte ricusasse di accettare quella somma, veniva fatta facoltà a quei sudditi di potersi rivolgere persino al Sommo Pontefice ed a qualunque podestà laicale.

Ed affinchè in alcun modo quell'atto di liberalità non potesse venir impugnato, stabilivasi all'esempio del primo del 1176 il compenso per parte dei beneficati di quaranta lire segusine (1).

Che questo compenso debba ritenersi ammesso per tal oggetto, nè procedesse da amor di mero lucro, si può anche argomentare da altre liberalità, onde questa famiglia ebbe a segnalarsi di quei giorni.

Invero il dieci aprile del 1221 Pietro III essendo a Villeneuve nel cantone di Vaud concedeva alla celebre abbazia di

(1) Documento n. II.

S. Maurizio d'Agauno l'esenzione dal diritto ch'egli aveva facoltà di percepire od in natura od in danaro per qualsivoglia prestazione a ragion del sigillo del Conte di Savoia.

Non basta: sei anni dopo lo stesso Pietro, camminando sulle tracce avite, il sei febbraio del seguente 1228 anche *pro remedio animae suae et antecessorum suorum*, donava a Guigone preposito della chiesa Ulcense esenzioni uguali da ogni diritto e percezione a lui competente pel sigillo ad apporsi a qualunque concessione che i Conti di Savoia fossero per fare a quella prepositura (1).

Quindi è che dopo queste due liberalità che poterono essere conosciute dall'editore del cartario d'Oulx, era anch'egli in grado di affermare « *ex his verbis haud obscure coniicimus magni scribae dignitatem tunc temporis Tovetam familiam haereditario veluti iure occupavisse* (2).

E che la dignità di ciambellano e guardasigilli infeudata alla nobile famiglia dei Thoet si fosse lucrosa assai, come già avemmo ad indicare, lo si prova dai vantaggi che le erano annessi presso altre Corti principesche, e che fra il silenzio dei documenti nostri possiamo conghietturare propri altresì a quella di Savoia.

Addurrò alcuni esempi: spettava, verbi grazia, al ciambellano la proprietà del letto arredato, dal principe sposo usato nella prima notte nuziale; aveva egli diritto sul mantello, gualdrappa e sulla cavalcatura usata dalla principessa nel dì in cui faceva l'ingresso in città. E ben si sa quanto ricche fossero le bardature equestri, doviziose per velluti e guarnite di pietre preziose, e quali stoffe ornassero i letti principeschi di quei giorni.

Ond'è che con quei mezzi la nostra famiglia poteva largamente disporre dei benefizi che percepiva a pro delle persone o degli stabilimenti cui volesse beneficare.

Pietro III era ancor vivo nel 1230 in cui fu presente all'atto di donazione fatto dai monaci di S. Maurizio al conte Pietro I di Savoia del famoso anello di quel santo, già simbolo delle investiture ai Re di Borgogna, ch'era d'oro ad uno zaffiro ovale, sul quale stava inciso un guerriero a cavallo, e che, com'è noto, andò perduto negli sconvolgimenti del 1798. Nè può muovere qui difficoltà la nuova trasformazione del suo nome in *Petrus*

(1) *Ulciensis ecclesiae chart.*, p. 99.
(2) Ibidem.

De Thovez sotto cui si maschera il legittimo *Petrus De Thoet* (1); fa però d'uopo notare qui, dubbia doversi ritenere l'autenticità di tal documento, poichè nel 1250 era vescovo di Losanna Giovanni e non Amedeo.

Nel 1262 il nostro Pietro già era uscito di vita, come n'è prova un documento, non meno dei precedenti onorevolissimo alla famiglia Thoet.

Invero Giovanni suo figlio, mosso dagli stessi sentimenti degli avi, il dodici ottobre di quell'anno sotto il portico di S. Vincenzo del Villare, assistito dal suo curatore e dalla sua madre confermava le precedenti liberalità, esenzioni e franchigie fatte ai sudditi di quel borgo (2).

Ed è in questo documento che si fa cenno dei signori della Sala feudatari antichi del Villaralmese, successori dei Thoet, se pur non furono gli stessi, che smesso quel nome, forse di una regione o feudo loro, s'attennero a quel di Sala, come pare si potrebbe arguire da un documento di molto interesse che per mancanza di spazio duolmi di non poter pubblicare (3). Ed è pure da questo documento che ricavasi essere i De Thoet originari di Avigliana.

---

(1) GUICHENON, *Preuves*, p. 73.

(2) Documento n. III.

(3) In questo documento che è del 1287 leggesi fra le deposizioni di testi autorevoli fatte al cospetto del castellano la seguente... *Item quod Johannes et Peretus de Sala et Petrus frater quondam dicti Johannis eorumque predecessores necnon Johannes de Monte Varnerio vir Alixote filie quondam dicti Petri sunt et fuerunt homines dicti domini comitis et de iurisdictione eiusdem et consueuerunt ac tenentur coram ipso domino comite necnon castellano et iudice Auillianae. Item quod ipsi Johannes et Perretus de Sala et dictus Petrus quondam eorumque pater dominus Petrus de Toueto condam oriundi sunt et fuerunt de Auilliana et hoc publice notum est ibidem*...... Provincia di Susa, mazzo VIII. Colla denominazione Sala, questa nobile famiglia ci lasciò memorie che salgono forse prima ancora del 1186, in cui s'ha notizia di Guido e Rodolfo. Cfr. *Ulciensis ecclesiae chartarium*, p. 43. Il codice di Ugone Peralda, edito dall'abate Bernardi, nel citato volume XX della *Miscellanea di storia italiana*, corregge erroneamente il cartario d'Oulx nella lezione giusta De Sala sostituendovi il De Salla, errato; del cui nome esiste ancor memoria nella regione di Giaveno chiamata oggidì *La Sala*. Ritrovo poi che il 10 aprile del 1350, nel castello di Rivoli, Antonio fu Pietro della Sala veniva investito dal Conte di Savoia dei suoi feudi, e che due giorni dopo egli prestava omaggio a quel Conte della terza parte del feudo dei Thoet col terzo della dodicesima parte di Caselette. *A. S. Protocollo Rainaudi.*

In quanto al nostro Giovanni De Thoet, essendo il quindici agosto del 1278 in Avigliana, addiveniva ad una convenzione con Teobaldo di Cors castellano di quella terra pel conte Filippo di Savoia, in forza della quale egli col suo nipote Perroneto, ove fra un anno prossimo e nel caso che Urieto od Enrieto sire di Rivalta non potesse provare che i diritti e le ragioni tenute da Gioffredo d'Aiguebelle nel Villaralmese fossero della giurisdizione di esso Urieto, doveva prestare l'omaggio di fedeltà al Conte di Savoia ed ottenerne l'investitura (1).

Pietro già era morto nel 1293, poichè ai diciannove ottobre di esso, Perroneto fu Umberto della Sala prestava giuramento di fedeltà al castellano di Avigliana Ugone Isoardo cavaliere, per tutti i diritti già spettanti nel Villare all'estinto Pietro di Thoet.

E questa è l'ultima notizia ch'io abbia rinvenuta di questa nobile e benemerita nostra famiglia subalpina.

Or ricapitolando diremo, che mentre questa Memoria ci ha rivelato i più antichi ciambellani e guardasigilli conosciuti dei Principi di Savoia che tennero parecchie generazioni in retaggio quell'uffizio (2), ci pose in grado di commendare le benemerenze egregie della famiglia De Thoet inverso i suoi vassalli. E notisi essere questa prerogativa assai singolare per quei tempi, tanto più ove si volesse addurre qualche paragone. Invero mentre nel 1560 ancora un suddito fedele e leale se vuoi, e senza dubbio duce intrepido non dubitava di suggerire al più valoroso dei nostri Principi, di condannare al remo ed alla schiavitù quanti figli e donne di Valdesi potessero venirgli in mano (3), un altro suddito degli stessi principi invece quattro secoli innanzi faceva quanto stava in lui per liberare da vincolo servile nelle persone e nelle robe i suoi dipendenti.

---

(1) Archivio di Stato, provincia di Susa.

(2) Esso, per quanto modificato, durò sino al gennaio 1849, in cui secondavasi la proposta della sua abolizione, sulla considerazione che il Principe « capo e duce del suo popolo, doveva rimuovere d'intorno da sè quelle fogge e costumanze feudali, quegli ordini, titoli ed offici, eredità del basso impero, che coll'obbietto loro smarrirono anche ogni significazione, ed indarno ricordano età irrevocabilmente trascorse ». Quindi un Real Decreto metteva la falce negli uffizi di gran ciambellano, gran mastro della guardaroba, gran falconiere, di gentiluomo di bocca e di altri minori.

(3) Come esporrò fra non molto in un mio nuovo lavoro già compilato, sull'età di Emmanuele Filiberto.

Ho qui accennato al secolo XVI e già ben inoltrato, ma si ponga mente che ancor sullo scorcio del susseguente, nel 1699 pubblicavasi in Anneci, dizion sabauda, un curioso opuscoletto, or rarissimo, intitolato: *Traité des tailliables et mains mortables très-utile et nécessaire à tous ceux qui font profession de la pratique iudiciaire et même aux seigneurs et à ceux qui se veulent affranchir par spectable Gaspard Bally avocat au souverain Sénat de Savoie vu et corrigé par le souverain Sénat.*

Lode adunque ripetuta, nel conchiudere, alle nobili ed umanitarie ispirazioni della famiglia che formò argomento di questa breve Memoria, la quale se per la tenuità sua e per ricordarci forse cose di tempo così lontano potrebbe venir noverata fra quelle intempestive indagini, che secondo l'autorità del Sulmonese *leves capiunt animos*, tuttavia lascia la fiducia che per lo scopo morale che si spera aver raggiunto nel pubblicarla, possa anche trovar chi sia per definirla non affatto inutile.

DOCUMENTI.

I.

Immunità da ogni taglia conceduta da Pietro De Thoet agli uomini del Villaralmese.

Presso il Villaralmese 12 *dicembre* 1176.

Archivio di Stato di Torino — Provincia di Susa (1). Marzo VIII.

Anno dominice incarnationis millesimo centesimo septuagesimo sexto idus decembris indictione nona regnante domino Frederico imperatore quoad salutem animarum pertinere monstratur animo nos decet libenti statuere et laborantium desideriis congruum impertiri suffragium. Quapropter ego Petrus de Touet statuo et stabiliter confirmo omnes homines qui habitant in Villario vel possidentes aut deinceps habitaturi vel possessuri erunt in perpetuum esse liberos et absolutos ab omni vinculo exactionis pro remedio animae meae et heredum meorum et pro quindecim libris forcium quas inde recepi ut a presenti die supradicti homines ex integro libere et quiete permaneant ita vt taillam nec vllam exactionem tribuant. Si quis vero contra hoc indultum quod futurum esse non credo ire temptauerit aut statutum istud infringere quesierit componat pro pena auri optimi libram vnam. Et quod repetierit vindicare non valeat sed presens hec carta diuturnis temporibus firma permaneat atque persistat inconuulsa cum stipulacione subnixa. Et hec omnia iurauerunt firmiter tenere supradictus Petrus de Touet in perpetuum.

Actum est hoc apud Villarium. Signa testium Aymo sacerdos Robaldus Gastaldus de Sancto Ambroxio Bermundus de Cha-

(1) In copia autentica su pergamena eseguita nel 1283 per servizio del Conte di Savoia, d'ordine di Ugo Isoardi, cavaliere, castellano d'Avigliana.

merlet Ebrardus de Thouet, Vmbertus Caneuarius Petrus Rufus Petrus Brunardus Hu: Dauid Anselmus de Villario Petrus de Roma Johannes Francesius. Ego Johannes notarius sacri palacii interfui et hanc cartam scripsi feliciter.

II.

Nuova concessione consimile fatta agli stessi abitanti da Giovanni fu Pietro De Thoet.

Sotto il portico di S. Vincenzo del Villare 12 *ottobre* 1262.

(Luogo citato).

Anno dominice natiuitatis millesimo ducentesimo sexagesimo secundo indictione quinta die mercurii duodecima octobris in porticu Sancti Vincencii de Villario presentibus domino Alberto Porte dicti Vilarii Almexii et Bertoleto de Solerio Johannes filius domini Petri de Thoueto quondam per se suisque aut. curatoris sui domini Vgonis et domine Beatrise Alaxie eius matris ibi presencium laudauit concessit et adprobauit Petro de Solerio stipulanti et recipienti suo nomine et omnium hominum de Vilario predicto et omnium qui possident et possidebunt in dicto Vilario a predicto Johanne et eius sorore Veronice omnes bonos mores quos habuerunt vsque ad hodiernam diem et vniversam libertatem quam dicti homines et possidentes in dicto Vilario habent et habebant prout ex instrumentis continetur eis datam et concessam a dominis et dominabus quondam de Sala et omnia suprascripta et eciam quod in instrumentis suprascriptis continetur. Dictus Johannes autem predicta et dictus Vgo et domina Alaxia predicta actendere et obseruare corporaliter iurauerunt eorum nomine et Veronice predicte. Et ego Dominicus Varenius notarius hanc cartam quam abreuiauerat Petrus Vigla quondam notarius auctoritate domini Vmberti de Balma scripsi et compleui nihil addens vel minuens quod sensum mutet et me subscripsy.

III.

Patti fra Giovanni fu Pietro de Thoet, e Peronetto suo nipote e Teobaldo di Cors castellano di Avigliana secondo cui al verificarsi di determinate condizioni i Thoet sarebbero tenuti a prestar omaggio di fedeltà al Conte di Savoia pel feudo di Villaralmese.

Avigliana 15 *agosto* 1278.

(Luogo citato).

Anno domini millesimo ducentesimo septuagesimo octauo indictione sexta die dominico decimoquinto mensis augusti coram testibus infrascriptis pacta et conuentiones infrascripta et infrascriptas dominus Thebaudus de Cors milex Auilliane castellanus nomine illustris viri domini Philippi comitis Sabaudie ex vna parte et Johannes filius quondam domini Petri de Toueto et Peronetus eius nepotes ex altera fecerunt contraxerunt et pari consensu habuerunt videlicet quod dictus dominus castellanus promisit bona fide dicto Johanni Peroneto quod de cetero non emet nec emere faciet pro se nec per dominum comitem Sabaudie iura et rationes que et quas dominus Jofredus de Aquabella habebat et consueuit habere et tenere in Vilario Almexii tali pacto adhibito inter ipsos quod si Vrietus de Ripalta vel alii probare poterit infra annum vnum proximum quod dicta iura et res erant de feudo ipsius Vrieti vel alterius bene quidem sin autem quod abinde in antea dictus Johannes et Peronetus recognoscant dicta iura et res esse de feudo dicti domini comitis Sabaudie id his facere teneantur fidelitatem dicto castellano nomine dicti domini comitis Sabaudie idem his facere teneatur fidelitatem dicto castellano nomine dicti comitis Sabaudie et dictus castellanus teneatur ipsos investire de predictis sine aliquo precio inde accepto et specialiter cum dictus castellanus adserat res predictas esse de feudo domini comitis supradicti.

Actum est hoc Auilliane testes fuerunt vocati et rogati Richardus Grossus et Dominus Antonius de Castello et Francisco! filio! Jacobi Boche.

Et ego Broccus notarius palatii (1) interfui rogatus et hanc cartam tradidi et scripsi.

IV.

Deposizioni testimoniali al cospetto del castellano di Avigliana a rischiarimento della condizione antica e di quei giorni dei Signori e vassalli del Villaralmese e circostanze.

Avigliana, 20 *luglio* 1285.

(Ibidem).

Anno domini millesimo ducentesimo octuagesimo quinto indictione decimatertia die veneris vigesima mensis iulii intrantis cum questio seu causa verteretur coram domino Joanne d'Aliuardo iurisperito delegato ab illustri viro domino Philippo comite Sabaudie inter dominum Vgonem de Mascot (2), militem castellanum Auilliane procuratorio nomine ipsius domini comitis ex vna parte et Henricum de Ripalta (3) ex altera occasione questionis vertentis inter dominos Villarii Almexii et homines qui habitant in Villanera cuius cognitionem utraque pars dicebat ad se pertinere in qua quidem questione facte fuissent positiones ab vtraque parte. Idcirco dictus dominus Joannes delegatus vt supra ad instantiam et requisitionem dicti domini Hugonis de Mascot procuratoris nomine vt supra precepit mihi notario infrascripto veluti persone publice quatenus autenticarem et in formam publici in-

---

(1) Lo stesso che nel 1286 rogò l'atto dei famosi comizi tenutisi a Giaveno. V. Datta, *Storia dei Principi d'Acaia.* Tomo II, p. 2 e seg. Nel qual tomo a pag. 13 leggesi erroneamente all'anno 1239. *Actum in Auilliana in sala domini Petri de Coneto* a vece di *Thoeto*.

(2) Così sta scritto nel documento, si badi però che nell'altro documento del 1283, a due soli anni di distanza, si legge Ugo Isoardi.

(3) Od Ulrico sire di Rivalta, come promiscuamente soleva chiamarsi. Cfr. il mio lavoro *Sugli antichi Signori di Rivalta*, ecc., 1878.

strumenti redigerem tenorem positionum infrascriptarum ita vt in posterum firmitatem obtineant publici instrumenti. Tenor quarum talis est. Ponit et non negat probare intendit dominus Hugo de Mascot miles Auilliane castellanus procurator illustris viri domini Philippi comitis Sabaudie procuratorio nomineque sui in causa quam Henricus de Ripalta ei mouet. In primis quod dictus dominus comes est iudex ordinarius totius terre sue quam habet in Lombardia a Montecenisio citra non credit. Item quod eius baronia (1) et terra se extendit a Montecenisio citra usque Caselletas credit Henricus terram predictam sicut protenditur a Duria citra esse de dicta baronia. Item credit Caselletas esse de dicta baronia alia contenta vltra Duriam non credit. Item quod villa Villarii Almexii est constituta infra dictos terminos negat prout ponitur. Item quod Verneta seu terra que appellatur Vernetum in territorio Villarii Almesii tenetur a domino comite supradicto non credit vt ponitur. Item quod illa verneta seu terra que appellatur vernetum in dicto territorio se extendit a ripa fluminis Durie vsque ad viam que descendit de Sancto Laurentio versus Albispinum et versus culatam et per Bramasanum descendendo vsque ad fines Avillianae pendet. Item quod de predictis et quolibet predictorum est vox et fama publica in Auilliana et Villario et locis circumstantibus non credit ut ponitur. Item quod Joannes et Perotus de Sala et Petrus de Sala pater quondam Alixote vxoris Joannis de Monteuernerio modo et antecessores eorum a tanto tempore citra cuius contrarium non extat memoria fecerunt et facere consueuerunt rationem coram castellano Auilliane seu eius iudice et quod inde est fama in Auilliana non credit de rebus de quibus est questio. Item quod homines qui habitant in fine Auilliane apud Villaneram et qui consueuerunt stare apud Villarium Almesii sunt laboratores et cultores terrarum et inniobiles credit quod fuerunt non credit quod nunc. Item quod quidquid predicti homines habent et tenent si quid tenent et possident quod tenent absque eo quod tenent in feudum ab aliquo non credit sed credit ipsos nihil tenere in Villario. Item quod

(1) Nel citato documento del 1287 che, come dissi, per mancanza di spazio non mi è dato di pubblicare, la baronia definivasi a questo modo: *Interrogatus quid est baronia, dicit, quod habere plures villas et congregaciones gencium que faciant pacem et guerram pro eo qui dominus est earum et qui vadant in caualchatam quando dominus baronie mandat eis.*

quidquid predicti homines habere et tenere et possidere consueuerunt in Villario predicto quod tenere et possidere consueuerunt absque eo quod tenent et possident in feudum ab aliquo ita quod sint vassalli credit quodque· tenere consueuerunt tenebant in villaniam a dominis de Villario et non in feudum nobile et ita non erant vassalli sed homines. Item ponitur quod dictus Henrietus iam sunt anni viginti tres et plus habebat vassallos alios quam illos de Sala siue de Toueto, quos ipse nunc asserit esse suos vassallos credit quod habet et habebat istos et alios de isto feudo et alio. Item quod dominus Jofredus de Aquabella habebat et tenebat et possidebat vel quasi et tenuit et possedit homines domos et possessiones et iura in Villario et territorio et quod illa tenuit et possedit vel quasi spatio decem annorum et plus non credit.

Item quod ea que dictus Joffredus habebat et tenebat et possidebat in dicto Villario quod tenebat et possidebat adeo franco et nobili modo et cum tanta iurixdictione sicut tenebat dominus Petrus de Thoueto quondam id quod ipse dominus Petrus tenebat in Villario et territorio pendit. Item quod dictus dominus Joffredus mortuus est iam sunt viginti anni et triginta elapsi credit de viginti annis. Quas positiones ego notarius infrascriptus de precepto dicti domini Joannis de Aliuardo iudicis delegati auctenticavi et in publicam formam redegi ad instantiam et requisitionem predicti domini Hugonis procuratorio nomine vt supra.

Actum in Auiliana ante domum Broci notarii testes interfuerunt vocati et rogati dominus Dalphinus de Corbita iurisperitus. Johannes Chaberti de Termagnone notarius et Jacobinus Vacherius de Avilliana notarius.

Et ego Hugo Possonerii de secusia aule imperialis notarius hanc cartam scripsi rogatus et his omnibus interfui.

Adunanza del 19 Marzo 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Segretario Gaspare GORRESIO, incaricato col Socio B. PEYRON di esaminare un lavoro presentato all'Accademia dal Professore Italo PIZZI e di riferirne alla Classe, legge la seguente sua Relazione:

« Il lavoro del Prof. ITALO PIZZI comprende il testo Zend e la versione italiana d'un inno a Tistrya, un commento con note parte filologiche, parte storiche che concernono e chiariscono il testo. L'inno a Tistrya, che è il tema del lavoro del PIZZI, è uno degli inni più rimarchevoli e più importanti del Khorda-Avesta, ossia del piccolo Avesta che tradusse in tedesco lo Spiegel: ei celebra la lotta di Tistrya, Genio stellare dator di pioggia e di fecondità contro Apaosha, Genio malefico dell'arsura e della sterilità; e la vittoria del primo sul suo nemico.

Questa lotta dei due Genii si trova diffusa e variamente espressa tanto nell'Oriente quanto nell'Occidente presso i popoli Indo-Europei. È la lotta d'Indra e di Vritra nelle tradizioni mitiche dell'India, la lotta di Apollo e di Pythone nella Grecia, d'Ercole e di Caco nelle vetuste tradizioni greco-italiche, di Sigurd e del serpente Fafnir nell'Edda, di Sigfrido nei Niebelungen che atterra ed uccide il dragone e si bagna nel sangue di lui ecc.

Tale lotta aveva poi una grande e vitale importanza nelle contrade Eraniche dove nacque l'inno, e dove l'ardente arsura faceva considerare come Genio sovranamente benefico il largitore delle pioggie fecondatrici.

L'Autore tradusse e commentò l'inno a Tistrya con molta e scelta erudizione, ed espose non di rado nel commento e nelle note idee e vedute sue proprie.

L'Autore aggiunse al testo Zendico dell'inno, quale si trova nel Khorda-Avesta, il testo Pehlvico del Bundehesh che descrive la battaglia di Tistrya col Daeva Apaosha come una lotta primordiale, in cui Tistrya combatteva come alleato di Ahura-Mazda (Ormuzd) e tradusse il testo del Bundehesh; ei v'aggiunse inoltre il testo Parsi di un passo del Minokhired nel quale si parla dei benefizi di Tisthar (Tistrya) nel mondo. Tutto questo scritto del Pizzi è insomma un lavoro scientifico conformato ai recenti studi filologici, dettato con semplicità e chiarezza; in cui l'Autore mostra una larga conoscenza dell'Oriente Eranico e dell'antica sua letteratura, e che sarà utile ai cultori di questi studi per la conoscenza delle vetuste dottrine Eraniche non ancora abbastanza chiarite.

Il lavoro è giudicato meritevole di venir letto alla Classe »,

Udita la lettura della relazione e dello scritto del Prof. Italo Pizzi, la Classe ne approva la stampa nei volumi delle sue Memorie.

L'Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° al 31 Marzo 1882

	Donatori
Rad Iugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knjiga LVIII. U. Zagrebu, 1881; in-8°.	Acc. di Scienze ed Arti degli Slavi Merid. (Agram).
Starine na sviet izdaje Iugoslavenske etc. Knjiga XIII. U. Zagrebu, 1881; in-8°.	Id.
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, etc. Deel XL, achtste Serie, Deel I. Batavia, 1881; in-8°.	Soc. di Arti e Sc. di Batavia.
Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia, etc. Vol. IV. Batavia, 1879; in-4°.	Osservatorio di Batavia.
Statuto dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti in Bergamo. Bergamo, 1878; 1 fasc. in-8°.	Ateneo di Bergamo.
Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; December, 1881. Berlin, 1882; in-8°.	Accademia R. delle Scienze di Berlino.
Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen; Band VII. Berlin, 1881; in-8°.	Id.
Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; serie quarta, t. II, fasc. 4°.	Acc. delle Scienze di Bologna.
Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna dalla sua origine a tutto il MDCCCLXXX. Bologna, 1881; 1 vol. in-8°.	Id.
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 6 Mars 1882, n. 5, 6. Bordeaux, 1882; in-8°.	Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Accad. Americana d'Arti e Scienze (Boston).

Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences: new series; vol. VIII; whole series, vol. XVI, parts 1 and 2. Boston, 1881; in-8°.

Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).

Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc.; t. XIII, entr. 2. Buenos-Aires, 1882; in-8°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

Notices of Sanskrit Mss. by RAJENDRALÂLA MITRA etc. published under orders of the Government of Bengal; vol. V, part 2, n. XV; vol. VI, part 1, n. XVI. Calcutta, 1881; in-8°.

Museo di Zoologia comp. (Cambridge).

Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873-76, etc. — Zoölogy, vol. III, part. 9. – Report on the Echinoidea. Edinburgh, 1881; in-4°.

Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

Journal of the Academy of nat. Sciences of Philadelphia; vol. VIII, second series, part. 4. Philadelphia, 1881; in-4°.

Id.

Proceedings of the Academy of nat. Sciences of Philadelphia; January-December 1880, parts I-III. Philadelphia, 1880; in-8°.

Società filosofica americana di Filadelfia.

Transactions of the American philosophical Society, held at Philadelphia, etc.; vol. XV, new ser., part. 3. Philadelphia, 1881; in-4°.

Id.

Proceedings of the American philosophical Society held at Philadelphia, etc., vol. XIX, n. 107-108. Philadelphia, 1880-81; in-8°.

Società numism. ed archeol. di Filadelfia.

Report of the Proceedings of the numismatic and antiquarian Society of Philadelphia, for the year 1881; with necrological notices. Philadelphia, 1882; 1 fasc. in-8°.

Società Olandese delle Scienze (Harlem).

Natuurkundige Verhandelingen der Hollandscke Maatschappij der Wetenschappen; 3.de Verz., Deel IV, 2.de Stuk. Haarlem, 1881; in-4°.

Soc. di Medicina e Stor. naturale di Heidelberg.

Verhandlungen des Naturhistorisch-Medicinischen Vereins zu Heidelberg; neue Folge, III Band, 1 Heft. Heidelberg, 1881; in-8°.

Unione di Storia e antichità di Leisnig.

Mittheilungen des Geschicts- und Ulterthums Verein zu Leisnig im Königreiche Sachsen; VI Heft, etc. von Dr. C. M. MÜLLER. Leisnig, 1881; in-8°.

R. Soc. Astron. di Londra.

Monthly Notices of the R. Astronomical Society of London; vol. XLII, n. 4. London, 1882; in-8°.

Società geolog. di Manchester.

Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XVI, parts 9-12. Manchester, 1881; in-8°.

Museo nazionale del Messico.

Anales del Museo Nacional de México; t. II, entrega, 4, 5. México, 1881; in-4°.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. XV, fasc. 3-5. Milano, 1882; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Determinazione della latitudine dell'Osservatorio di Brera in Milano e dell'Osserv. della R. Università in Parma, per mezzo dei passaggi di alcune stelle al primo verticale; per il Dr. Michele RAJNA (n. XIX delle Pubblicaz. del R. Oss. di Brera). Milano, 1881; in-4°. — R. Oss. di Brera in Milano.

ASSOCIAZIONE METEOROLOGICA ITALIANA. — Bollettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; serie seconda, vol. I, n. 11. Torino, 1881; in-4°. — Osservatorio del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri.

Nouveaux Mémoires de la Société des Naturalistes de Moscou; t. XIV (X de la collection), livraison 2. Moscou, 1881; in-4°. — Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca.

Bulletin de la Société imp. des Natur., etc. année 1881, n. 2. Moscou, 1881; in-8°. — Id.

Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli; Giugno 1881. Napoli, 1881; in-4°. — Società Reale di Napoli.

Resoconto delle adunanze e dei lavori della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli, ecc.; t. XXXV, fasc. 4. Napoli, 1881; in-4°. — R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli.

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 2e série, t. I, 1 livrais. Nouvelle-Orléans, 1882; in-8°. — La Direzione (Nuova-Orleans).

Metropolitan Museum of Art; — twelfth annual Report of the Trustees of the Association, 1882. New York, 1882; 1 fasc. in-8°. — Museo Art. di Nuova York.

Revista Euskara; año quinto, n. 1, 2; Enero-Febrero de 1882. Pamplona, 1882; in-8°. — La Direzione (Pamplona).

Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc. Septième série, t. VI, n. 1. Meulan, 1882; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

Bulletin de la Société de Géographie, etc. Août-Septembre 1881. Paris, 1881; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Société de Géographie; — Compte rendu des séances, etc.; pag. 1-76, pag. 109-146. Paris, 1882; in-8°. — Id.

Nouvelles Archives du Muséum d'histoire naturelle, etc.; deuxième série, t. III, 2 fasc. Paris, 1880; in-4°. — Museo di Storia naturale (Parigi).

Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St.-Pétersbourg, 7e série, t. XXVIII, n. 4. — Accad. Imperiale delle Scienze di Pietroborgo.

Accademia Imp. delle Scienze di Pietroborgo. — Bulletin de l'Académie des Sciences de St.-Pétersbourg; t. XXVII, n. 2. St.-Pétersbourg, 1881; in-4°.

Ministero d'Agr. Ind. e Comm. (Roma). — Annali dell'Industria e del Commercio; – 1881 – n. 39 –: Commissione centrale dei valori per le dogane. Roma, 1881; in-8°.

Id. — Annali dell'Industria e del Commercio; - 1881 –: Atti del Congresso del credito fondiario. Roma, 1882; in-8°.

Id. — Movimenti della navigazione nei porti del Regno; parte 2ª, anno X, 1880. Roma, 1882; in-8°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). — Transunto della R. Acc. dei Lincei, ecc. Serie terza, vol. VI, fasc. 7, 8. Roma, 1882; in-4°.

R. Comitato geol. d'Italia (Roma). — Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; Nov. Dic. 1881, n. 11-12. Roma, 1881; in-8°.

Società degli Spettr. Ital. (Roma). — Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XI, disp. 1. Roma, 1882; in-4°.

Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma). — Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XXXIII, Sess. VII del 20 Giugno 1880. Roma, 1880; in-4°.

Id. — Accademia Pontif. dei Nuovi Lincei; anno XXXV, Sess. II, 15 Gennaio; e Sessione III, 19 Febbraio 1882. Roma, 1882; 2 fasc. in–16°.

R. Acc. di Medic. di Torino. — Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; Gennaio-Febbraio 1882, n. 1-2. Torino, 1882; in-8°.

Il Club alp. ital. (Torino). — Rivista alpina italiana; Periodico mensile del Club alpino italiano; vol. 1, n. 2.

Osservatorio dell'Università di Upsal. — Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal; vol. XII, année 1880; par le Dr. H. Hildebrand Hildebrandsson. Upsal, 1880-81; in-4°.

R. Istit. Veneto (Venezia). — Memorie del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; vol. XXI, parte 3ª. Venezia, 1882; in-4°.

Id. — Atti del R. Istituto Veneto, ecc., serie quinta, t. VIII, disp. 3. Venezia, 1882; in–8°.

Istituto Geol. di Vienna. — Jahrbuch der K. K. geologischen Reichsanstalt; n. 2 und 3, April-September 1881. Wien, 1881; in–8°.

Id. — Verhandlungen der K. K. geologischen Reichs., etc. 1881, n. 8-15. Wien, 1881; in-8°.

Reports on the total Solar eclipses of July 29 1878, and January 11 1880; issued by the U. S. Naval Observatory. Washington, 1880; in-4°. — Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).

Annual Report of the Comptroller of the Currency to the third session of the forty-sixt congress of the U. S. - December 6, 1880. Washington, 1880; 1 vol. in-8°. — Id.

Smithsonian Contributions to Knowledge; vol. XXIII. Washington, 1881; in-4°. — Istituto Smitsoniano (Washington).

Smithsonian Miscellaneous Collections; vol. XVIII-XXI. Washington, 1881; in-8°. — Id.

A Memorial of Joseph Henry. Washington, 1880; 1 vol. in-8°. — Id

Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. BONCOMPAGNI; t. XIV, Aprile 1881. Roma, 1881; in-4°. — Il Sig. Principe B. BONCOMPAGNI.

La Toscana industriale e agricola; Rivista di scienze fisico-naturali applicate alle arti, ecc., Direttore Prof. Dott. P. E. ALESSANDRI; anno IV, n. 1, 2. Prato, 1882; in-8°. — La Direzione

The american Journal of Science; editors James D. and E. S. DANA, and B. SILLIMAN, etc.; vol. XXI, n. 121-126; vol. XXII, n. 127-131. New Haven, 1881; in-8°. — Gli Editori.

Bullettino del vulcanismo italiano; Periodico geologico ed archeologico, ecc., redatto dal Cav. Prof. M. S. DE ROSSI, Ottobre-Dicembre 1881; Roma, 1881; in-8°. — La Redazione.

Tre capitoli della *Metafisica* di Aristotele intorno al concetto di sostanza; Interpretazione e commenti del Prof. Giambattista BARCO. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — Il Socio GIAMB. BARCO.

Del senso e dei sensibili; Saggio di interpretazione di un opuscolo di Aristotele, del Prof. Giambattista BARCO. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Un Codice del secolo XV contenente il Carme di Claudiano « *in Rufinum* » descritto dal Dott. G. B. BARCO. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Di alcuni luoghi del libro « *Intorno al Sublime* » attribuito a Cassio Longino; Osservazioni del Dott. G. B. BARCO. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

Sintesi di varii acidi organici per mezzo della elettrolisi dell' acqua e di varie soluzioni acide e alcaline con elettrodi di carbone; Nota preliminare dei Dottori A. BARTOLI e I. PAPASOGLI. Pisa, 1880; 1 fasc. in-8°. — Gli Autori.

Nuovi documenti su Tommaso Campanella tratti dal carteggio di Giovanni Fabri per cura di Domenico BERTI. Roma, 1881; 1 fasc. in-gr. 8°. — Il Socio Comm. DOMENICO BERTI.

L'Autore. Lo scrivere dei popoli antichi e moderni disaminato nella sua origine, natura, progressione e affinità del P. Giacomo BOTTAU. S. Pier d'Arena, 1881; 1 vol. in-16°.

L'A. Prolusione al corso di Geografia letta nella R. Università di Genova il 6 Febbraio 1882 dal Dott. Prof. Gaspare BUFFA. Genova, 1882; 1 fasc. in-4°.

Gli Autori. I gamasi italiani; Monografia per G. CANESTRINI e R. CANESTRINI. Bologna, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. Sur quelques décompositions en carrés; par E. CATALAN. Rome, 1882, 1 fasc. in-4°.

Gli Autori. Den Narske Nordhars-Expedition 1876-1878. – III. - Zoologi. - Gephyrea; ved D. C. DANIELSSEN ag Johan KOREN, med 6 plancher og 1 Kart. Christianir, 1881; in-4°.

L'A. Di un *Aes Signatum* scoperto ad Orvieto; Osservazioni del P. Leopoldo DE FEIS B. Genova, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. Bullettino di Archeologia cristiana, del Comm. Giovanni Battista DE ROSSI; terza serie; anno VI, n. 2, 3. Roma, 1881; in-8°.

L'A. Nota relativa ad alcuni preziosi oggetti archeologici tratti da scavi nell'isola di Cipro dal Cav. Alessandro PALMA di CESNOLA, e dal medesimo donati al Museo craniologico della R. Accademia di Medicina di Torino; del Dott. Prof. Alberto GAMBA. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. Ricerche di Vetulonia, per I. FALCHI, R. Ispettore degli scavi a Campiglia marittima. Prato, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. Alcuni cenni sul progetto di ponte in ferro a travate rettilinee sul fiume Po, in sostituzione dell'attuale ponte sospeso Maria Teresa; per l'Ing. GIVOGRE Savino. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas, publicado pelo Dr. Francisco GOMES TEIXEIRA; vol. III, n. 6. Coímbra, 1881; in-8°.

L'A. Roma nella memoria e nelle immaginazioni del medio evo, di Arturo GRAF; vol. I. Torino, 1882; in-16°.

L'A. Observations météorologiques faites par l'expédition de la *Véga* du Cap Nord à Yokohama par le détroit de Behring, réduites par H. Hildebrand HILDEBRANDSSON. Stockholm, 1882; 1 fasc. in-gr. 8°.

L. A. HUGUET-LATOUR. The Canadian antiquarian and numismatic Journal, published quarterly by the numismatic and ant. Society of Montreal; vol. V, n. 4; vol. VI, n. 4; vol. IX, n. 4. Montreal, 1877-81; in-8°.

Annuaire de Ville-Marie; origine, utilité et congrès des institutions catholiques de Montréal (4 livrais. du II vol., n. 21). Montréal, 1880; 1 fasc. in-16°. — L'A. Huguet Latour.

Sulla condizione civile degli stranieri; Cenni storico-giuridici del Dr. Vladimiro PAPPAFAVA. Trieste, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Il R. Liceo-Ginnasio *Gioberti* nell'anno scolastico 1880-81. — Di alcune fonti della Storia dei Longobardi di Paolo Diacono; Saggio di critica storica di Costanzo RINAUDO, ecc. Torino, 1882; 1 fasc. in-4°. — Il Prof. C. Rinaudo.

Sulla morfologia del cervello embrionale umano, del Prof. G. ROMITI (Estr. dal proc. verb. della Soc. Tosc. di Sc. nat., Gennaio 1882); 1 fasc. in-8°. — L'A

Il voto limitato nelle elezioni politiche; Ragionamento di Guido ROSSI. Firenze, 1882; 1 fasc. in-16°. — L'A.

Sopra alcuni marmi scritti, e particolarmente sopra una lapide *opistografo-cristiana*, dissepolti nelle rovine dell'antica Inteurelio, del Prof. G. ROSSI. Genova, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Lanificio ROSSI: — Relazione del Consiglio d'Amministrazione sulla gestione 1881 (IX esercizio) all'Assemblea generale degli azionisti del 5 Marzo 1882. Milano, 1882; 1 fasc. in-8°. — Lanificio Rossi.

La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Comm. P. B. SILORATA; vol. II, disp. 91, 92. Roma, 1882; in-4°. — Il Traduttore.

Canon of Sines to fifteen places etc. by Edward SANG. Edimburgh, 1880-81; 2 vol. in-4°, MS. — L'A.

Osservazioni astronomiche e fisiche sull'asse di rotazione e sulla topografia del pianeta Marte, fatte nella R. Specola di Brera in Milano coll'equatoriale di Merz; Memoria seconda di G. V. SCHIAPARELLI. Roma, 1881; 1 fasc. in-4°. — L'A.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVII, DISP. 5ª (*Aprile* 1882)

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Aprile 1882.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 16 Aprile 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio GENOCCHI presenta un volume stampato che contiene la *Correspondance inédite de* LAGRANGE *et* D'ALEMBERT *publiée d'après les manuscrits autographes et annotée par* Ludovic LALANNE, e che forma il Tomo XIII delle Opere del Lagrange pubblicate a Parigi per cura dell'illustre matematico J. A. SERRET. Il medesimo Socio dichiara di fare omaggio di questo volume all'Accademia per incarico che gliene hanno dato gli scienziati or nominati SERRET e LALANNE e con essi l'editore sig. GAUTHIER-VILLARS, avvertendo che sebbene l'Accademia riceva già in dono dal Ministero dell'Istruzione Pubblica di Francia un esemplare della edizione delle Opere del Lagrange, hanno tuttavia creduto i due scienziati e l'editore di offrirle questo esemplare separato: « Cet envoi (dicono essi nella lettera scritta al Genocchi) est indépendant de celui fait d'ordinaire par le Ministère de l'Instruction publique ».

Il carteggio contenuto nel volume che si presenta è tratto dai manoscritti che si conservano nella Biblioteca dell'Istituto di Francia. Si compone di 93 lettere indirizzate dal D'Alembert al Lagrange e di 79 indirizzate dal Lagrange al D'Alembert; comincia con una lettera del D'Alembert scritta il 27 settembre 1759 dopo la pubblicazione del primo volume delle *Miscellanea*

taurinensia , e finisce con altra dello stesso D'Alembert fatta scrivere il 27 settembre 1783, un mese e due giorni prima della sua morte, e da lui soltanto sottoscritta con queste parole *Tuus D'Alembert.* Quasi ad ogni pagina si veggono annotazioni pregevolissime del signor Ludovico Lalanne che porgono intorno alle persone e ai fatti ricordati nel carteggio notizie molto utili ; e alla fine un indice compilato dallo stesso Lalanne espone un sunto del contenuto di ciascuna lettera.

Questo carteggio offre molto interesse per le importanti particolarità che rivela intorno alla vita del Lagrange e di altri uomini celebri del suo tempo. Vi apparisce da un capo all'altro l'alta stima e l'affetto sincero che legava i due autori se anche trovavano a ridire in qualche punto speciale dei loro lavori ; e vi spicca soprattutto l'indole mite e tranquilla del Lagrange e l'animo suo sommamente modesto e benevolo. Il D'Alembert lo afferma giudice non meno competente in letteratura che in matematica, e fra molte altre sue cose una volta gli manda un suo discorso sulla poesia ove sembra non apprezzare ne' poeti fuorchè certi meriti da lui individuati ; il Lagrange non dimentico della sua origine italiana gli risponde : « permettez que je vous demande grâce pour nos poëtes italiens , et surtout pour mon poëte favori, l'Arioste, qui n'a guère ni l'un ni l'autre de ces mérites ».

Vuol anche ricordarsi che circostanze notevoli risultano dalle stesse lettere intorno alla chiamata del Lagrange all'Accademia di Berlino ; alle sue relazioni col marchese Caraccioli ambasciatore della Corte di Napoli e poi Vicerè di Sicilia, e all'invito che questi gli fece per passare all'Accademia Napoletana, e a cui si riferisce la lettera comunicataci nel 1872 dal nostro Presidente Conte SCLOPIS. Una delle prime lettere accenna ad un fatto poco noto cioè alla parte avuta dal Lagrange in una edizione delle Opere di Leibnizio fatta a Ginevra nel 1768 per cura di Luigi Dutens, alla quale il Lagrange avrebbe dovuto aggiungere una prefazione. Oltre a discussioni scientifiche, e a certi particolari dei diversi concorsi vinti dal Lagrange presso l'Accademia delle Scienze di Parigi, si trovano esposte le dispute del D'Alembert col Clairaut, e quelle del D'Alembert e del Lagrange con Daniele Bernoulli, e col Fontaine il quale era stato un tempo amico del Lagrange e poi lo censurò aspramente e senza ragione. Sono altresì mentovati e sempre con circostanze utili a conoscersi gl'illustri ma-

tematici Eulero, Condorcet, Laplace, Lambert, Bernoulli juniore, Ab. Bossut, Borda, e altresì, con colori poco favorevoli, Castillon, Lalande, il P. Frisi, il P. Boscovich.

Aggiunge il Genocchi che un esemplare del medesimo volume fu anche a lui offerto dagli stessi Donatori a cui se ne professa gratissimo, e che gli consta per alcune lettere del principe B. Boncompagni, del signor Aristide Marre, e del signor Serret, avere il Boncompagni per mezzo del signor Marre fatto pratiche a Parigi consigliando gli accennati doni; laonde sente il debito di manifestare qui ai medesimi la sua gratitudine.

Il Socio Cav. Prof. Angelo Mosso legge la seguente sua Nota:

APPLICAZIONE DELLA BILANCIA

ALLO STUDIO

DELLA CIRCOLAZIONE DEL SANGUE NELL' UOMO.

Per studiare lo spostamento che può subire il sangue nelle varie parti del corpo, ho costrutto una grande bilancia fatta in modo che un uomo si potesse coricare comodamente sopra il suo giogo. Perchè la bilancia fosse stabile portai il centro di gravità molto in basso per mezzo di una palla di ferro mobile sopra una spranga metallica piantata perpendicolarmente sull'asse di rotazione del giogo.

Il nostro corpo, messo in equilibrio sul giogo di una bilancia, può paragonarsi ad un vaso aperto pieno di liquido, basta una inclinazione di pochi millimetri del suo asse longitudinale, perchè il sangue passi rapidamente da una parte all'altra, dalla testa nelle gambe e viceversa.

Per evitare che le minime inclinazioni del giogo facessero traboccare la bilancia, ho dovuto impiegare una palla di ferro del peso di 25 kilogrammi, messa all'estremità di una spranga metallica lunga circa un metro, impiantata sull'asse di rotazione.

Per dare alla bilancia quel grado di sensibilità che era necessario ai miei studi, potevo avvicinare od allontanare dai coltelli per mezzo di una vite la palla di ferro di 25 kilog.; una penna applicata all'estremità del giogo scriveva sopra la carta di un cilindro rotante le oscillazioni della bilancia.

Lo scopo per cui ho costrutto questa bilancia era essenzialmente quello di studiare i mutamenti della circolazione sanguigna per effetto del respiro.

Quando applichiamo intorno al torace uno strumento che per mezzo di un lungo tubo di gomma elastica scrive sul cilindro rotante i movimenti del respiro, si vede che ad ogni inspirazione la bilancia si inclina fortemente verso i piedi.

La contrazione del diaframma produce un ostacolo alla circolazione venosa addominale e le gambe aumentano di peso.

Quando la respirazione è unicamente toracica succede una aspirazione del sangue dalle parti superiori del tronco.

Facendo una profonda inspirazione, si accumula il sangue nei polmoni; è per questa ragione che molti soffiando hanno le vertigini. Ho determinato il tempo che trascorre secondo le varie circostanze prima che il sangue, accumulatosi nei polmoni per mezzo della inspirazione, ritorni nelle gambe.

Le emozioni, il sonno, l'azione delle sostanze medicamentose, del caldo e del freddo producono dei mutamenti nella distribuzione del sangue, che possono facilmente studiarsi per mezzo della bilancia, senza dover come prima applicare degli strumenti alla superficie del corpo, i quali disturbano sempre in modo apprezzabile la circolazione del sangue.

Il Socio Comm. Prof. Alfonso COSSA presenta e legge la seguente Memoria del sig. Ingegnere Mario ZECCHINI, Assistente al Laboratorio chimico della Stazione Agraria di Torino,

SULLA

MAGNETITE COMPATTA

DI COGNE (Valle d'Aosta).

Tra i minerali di ferro di cui è ricca la miniera di Cogne nella Valle d'Aosta, presenta un grande interesse, sotto il punto di vista petrografico, la magnetite compatta che trovasi nel filone denominato *Licone*.

Un campione di questa roccia, non ancora studiata da alcuno, mi venne cortesemente offerto dal Prof. Cossa, invitandomi ad eseguire nel suo laboratorio le ricerche chimiche e microscopiche di cui riassumo i risultati in questa nota.

Sulle condizioni di giacitura di questa roccia trascrivo testualmente le indicazioni che l'egregio Prof. M. Baretti ebbe la cortesia di trasmettermi:

« L'esame comparativo di varii allineamenti mi pose in grado di riconoscere che i differenti giacimenti di ferro magnetico nel Comune di Cogne, a partire dalla base della Punta della Creia, si dirigono quasi da E. ad O. Questa direzione può presentare delle variazioni, però poco sentite, a cagione dei rigonfiamenti e restringimenti della massa serpentinosa che racchiude il minerale.

Un primo fatto da notare è che l'affioramento serpentinoso ferrifero non presenta mai delle soluzioni di continuità, per lo meno nei punti della montagna che non sono ricoperti da rottami di frane o di morene. Partendo dall'Est si incontra anzitutto un giacimento abbandonato, quantunque vi sia ancora molto ferro, detto di *Carlo Muta;* dove la serpentina è mescolata con

talco ed amfibolo. Discendendo ad Ovest, una lunga distesa di rottami copre la roccia, ma a meno di 800 metri di distanza si ritrova la serpentina per una larghezza di più di 60 metri (visibili) e ricchissima di minerale di ferro, e precisamente ai filoni di *Licone* e *Farcoz*.

La serpentina da Licone continua sempre in massa potente sino al filone di *Colonna*, e discende sempre ad Ovest con potenza sempre crescente fino a monte di *Montsalé* dove si trovano le traccie di un'antica lavorazione. Di là discende nella *Valle dell'Arcina* coperta da un'enorme frana, e la massa è aperta da gallerie per l'estrazione del ferro magnetico. La direzione continua verso Ovest, traversando il torrente *Grauson*, e riappare sul lato destro della valle dove sono aperte altre gallerie. La massa serpentinosa sul fianco di *Cimilian* è rotta in grossi pezzi, e proseguendo la sua strada si ricopre di un mantello morenico al terrazzo di Cimilian. e riappare al poggio del *Châtelard;* là nuovamente si nasconde per riapparire ancora una volta ferrifera al torrente *Tarambel.*

Convien però notare che la formazione serpentinosa si fa sempre più piccola dall'Arcina al Tarambel, come da Licone al filone di Carlo Muta. Ma tra Licone e l'Arcina il suo sviluppo è realmente grandioso ».

Da questa descrizione del deposito metallifero si scorge come il filone di Licone, da cui è tratto il campione da me esaminato, si trova precisamente nella parte più centrale di esso, e dove ha il maggiore sviluppo.

La roccia magnetitica esaminata ha colore grigio-cupo, è compatta e presenta una struttura omogenea a grana finissima.

Sotto i colpi del martello si divide facilmente in piastre a superficie piane spalmate da macchie verdi-ocracee. La sua frattura è scagliosa.

Trattata con acido cloridrico si discioglie in massima parte, lasciando un residuo di colore bianco-verdognolo che è formato da poca silice amorfa (proveniente molto probabilmente da scomposizione di silicati) e da un ammasso di cristalli minutissimi quasi incolori, che esaminati al microscopio polarizzante, presentano i caratteri di una sostanza trimetrica.

Le ricerche per determinare la quantità di materie insolubili

contenute nella roccia, furono eseguite sempre nello stesso modo, cioè facendo bollire la roccia ridotta in minuti frammenti con acido cloridrico puro diluito con acqua ed avente una densità di circa 1. 13, finchè erasi disciolto tutto il minerale metallico.

Si ebbero i risultati seguenti:

a. *Roccia pura, cioè senza macchie ocracee.*

			Residuo insolubile
I	con grammi	44. 850	6. 01 per cento
II	»	4. 817	6. 18 »
III	»	0. 794	6. 07 »
IV	»	0. 305	6. 12 »
V	»	0. 397	6. 09 »

b. *Roccia con spalmature di serpentino.*

I	con grammi	8. 105	7. 45 per cento
II	»	5. 272	7. 62 »

I suesposti risultati, mentre provano la perfetta omogeneità della roccia, lasciano sospettare che essa non risulti, come succede nella maggior parte dei minerali metallici, da un agglomeramento irregolare di ferro ossidulato con una ganga costituita da uno o più minerali; ma che invece il minerale ferrifero del filone Licone di Cogne sia costituito da un silicato ben definito da cui si è a poco a poco ed in modo uniforme separato e deposto il minerale di ferro; ossia che questa roccia rappresenti una serpentina in cui il minerale magnetico ha preso tale estensione da invadere tutta la massa.

Questa mia supposizione trovò piena conferma nei risultati dell'esame microscopico della roccia.

Riducendola anche in lamine molto sottili essa appare quasi completamente opaca, e soltanto si possono osservare delle lamelle di color rosso costituite da ematite. Trattando con precauzione i preparati microscopici con acido cloridrico, dopo alcun tempo il minerale metallico scompare affatto, e le sezioni sottili, pur conservando i loro primitivi contorni, sono ridotte ad un tessuto

alveolare costituito da minutissimi cristalli perfettamente trasparenti ed identici a quelli precedentemente osservati nel residuo insolubile, ottenuto trattando i frammenti della roccia con acido cloridrico.

Nei preparati però riesce molto meglio marcata la forma dei cristallini che è prismatica, e si possono più facilmente constatare col microscopio polarizzante le direzioni delle estinzioni caratteristiche delle sostanze trimetriche.

Pertanto la roccia del filone Licone ha una costituzione affatto simile a quella che il Prof. A. Cossa ha descritto per i nuclei e le granulazioni di magnetite disseminate nella serpentina di Verrayes (*Ricerche microscopiche e chimiche su roccie e minerali d'Italia*. Torino, 1881, pag. 119).

Non è cosa troppo ardita l'ammettere che i nuclei e le granulazioni di magnetite aumentando di numero ed anastomizzandosi tra loro possono cangiare le serpentine ricche di magnetite in roccie che a prima vista presentano l'aspetto di un vero minerale metallico.

Qualche cosa di analogo si è già osservato nelle pirrotiti nichelifere della Valsesia studiate dal Prof. Cossa e dal Professore Stelzner, le quali, quantunque abbiano l'apparenza di un vero minerale metallico, risultano invece costituite da peridotiti completamente imbevute da pirrotite.

Peso specifico della roccia. — Le determinazioni del peso specifico eseguite sulla porzione della roccia priva di spalmature di serpentino diedero i seguenti risultati:

I	con grammi	5. 9750	4. 728 a + 12° C.
II	»	4. 2355	4. 737 a + 13° »
III	»	5. 6535	4. 730 a + 13°. 5 »

Densità media: 4. 73.

Composizione chimica della roccia. — Porzione della roccia ridotta in scheggie sottili venne immersa in una soluzione leggermente acida di solfato di rame e riscaldata per qualche tempo alla temperatura di 50 gradi circa. Dopo il riscaldamento, e nemmeno dopo parecchi giorni di contatto colla soluzione cuprica, non ho potuto riscontrare traccia di rame ridotto.

Questo risultato negativo prova che nel campione del minerale da me studiato non si trovano traccie di ferro allo stato metallico, che qualche volta si riscontra associato ai minerali di ferro nelle roccie serpentinose.

La roccia ridotta in polvere e calcinata in tubo chiuso non dà luogo a separazione di zolfo, nè a sviluppo di anidride solforosa. Trattata con acqua regia non si osservò nella soluzione indizio della formazione di acido solforico.

Per il che bisogna ammettere che il minerale magnetifero di Cogne non contiene pirite, pirrotina, od altro solfuro metallico. Questo risultato è importante perchè prova che il cobalto ed il nichelio, trovati da me in questa roccia, sono intimamente associati al ferro ossidulato, e non provengono da miscuglio di quantità anche piccole di solfuri metallici.

I saggi qualitativi eseguiti su questa roccia hanno dimostrato che essa contiene dell'acqua, ossido ferroso, ossido ferrico, magnesia, anidride silicica, piccole quantità di calce e di ossido di cobalto, e traccie non determinabili d'ossido di nichelio, di cromo e di manganese.

La presenza quasi costante di piccole quantità di ossidi di nichelio e di cromo nelle serpentine e nei minerali di ferro, che in questo sono impegnati, è un fatto già conosciuto. Ciò che rende veramente interessante la composizione della serpentina ferrifera di Cogne è la presenza del cobalto in quantità superiore a quella del nichelio e del cromo, che costituisce un fatto finora non osservato, almeno nelle serpentine italiane.

Per quanto si riferisce alla determinazione quantitativa del ferro contenuto nella roccia allo stato di ossido ferroso, ho proceduto nel modo seguente:

Sciolsi la roccia polverizzata nell'acido solforico diluito e non nell'acido cloridrico, ed in una atmosfera di anidride carbonica: nella soluzione determinai l'ossido ferroso con una soluzione titolata di permanganato potassico, di cui ogni centimetro cubo corrispondeva a grammi 0. 00972 di ossido ferroso.

Da due determinazioni ottenni i seguenti risultati:

		Ossido ferroso	Per cento
I con grammi	1. 032	0. 1866	18. 083
II »	0. 674	0. 1219	18. 098
		Media	18. 09 .

Per determinare la quantità totale del ferro contenuto nella roccia, si trattò la soluzione cloridrica della roccia stessa, dopo averne eliminata completamente la silice solubile, con acido nitrico per perossidare completamente il ferro. Quindi si precipitò l'ossido ferrico con cloruro ammonico ed ammoniaca. Il precipitato ottenuto fu nuovamente ridisciolto e precipitato per separare completamente la magnesia e gli ossidi di cobalto e nichelio.

I risultati ottenuti furono i seguenti:

			Ossido ferrico	Per cento
I	con grammi	0. 794	0. 743	93. 57
II	»	0. 305	0. 285	93. 44
III	»	0. 397	0. 372	93. 70
			Media.	93. 57 .

Sottraendo da questa quantità 20. 10 corrispondenti a 18. 09 per cento di ossido ferroso trovati nell'antecedente determinazione, risulta che la roccia analizzata contiene il 73. 47 per cento di ossido ferrico.

Per la determinazione del cobalto si adoperarono grammi 5. 272 di minerale; dopo di averlo separato completamente dal ferro, si ottennero grammi 0. 012 di ossido salino di cobalto ($Co_3 O_4$) corrispondenti a grammi 0. 0112 di ossido cobaltoso (Co O); quantità equivalente a 0. 212 per cento.

Le traccie di nichelio furono separate dall'ossido di cobalto mediante il nitrito potassico.

Ecco i risultati dell'analisi complessiva della roccia:

Acqua	0. 60
Silicati insolubili, e silice libera . .	5. 54
Ossido ferroso	18. 09
Ossido ferrico	73. 47
Magnesia	1. 65
Calce	0. 55
Ossido di cobalto	0. 21
Ossidi di nichelio e di cromo . .	traccie
	100. 11 .

Il residuo insolubile nell'acido cloridrico fu ripetutamente trattato con una soluzione bollente di carbonato di sodio per separare completamente la silice libera proveniente dalla decomposizione di parte del silicato magnesiaco che forma la trama della roccia.

Il residuo insolubile così depurato presentava la seguente composizione:

Acqua	11. 87
Anidride silicica . .	43. 15
Ossido ferroso . .	4. 10
Magnesia	40. 31
Calce	traccie
	99. 43 .

Questa composizione si approssima assai a quella dei silicati magnesiaci cristallizzati, ed aventi la composizione normale del serpentino, che si trovano associati a quello detto amorfo in varie serpentine delle Alpi occidentali.

Il Socio Cav. Prof. Andrea NACCARI presenta e legge la seguente Memoria del signor Dott. Giovanni GUGLIELMO.

SULL'USO DELL'ELETTROMETRO

NELLA

MISURA DELLA RESISTENZA DEI LIQUIDI

COL METODO

di MANCE e con quello di WHEATSTONE

E SULLA RESISTENZA

DI ALCUNE SOLUZIONI ALCOOLICHE DI POTASSA.

Avendo da qualche tempo dovuto occuparmi spesso di determinazioni di forze elettromotrici e resistenze di coppie e voltametri col metodo di Mance, pensai di usare questo metodo per la determinazione della resistenza dei liquidi e specialmente delle soluzioni alcooliche di sali diversi, sulle quali si sa assai poco.

Questo metodo era già stato proposto dal Lodge (1), ma non pare che egli lo abbia applicato, nè egli diede norme pratiche per evitare le cause d'errore e per avere grande sensibilità e precisione.

Le prime esperienze non essendo riuscite molto bene, credetti di non poter ottenere sufficiente precisione, e che dopo il perfezionamento e la semplificazione introdotti in queste ricerche per opera specialmente del Kohlrausch, meglio valesse il far uso delle correnti indotte.

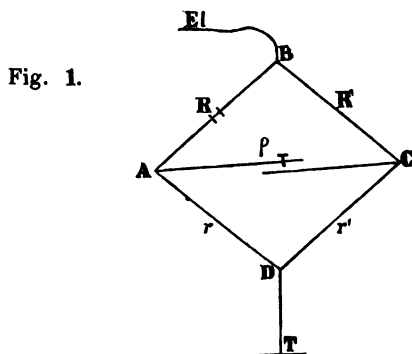
Disposi perciò per eseguire le esperienze con tali correnti e coll'elettrodinamometro, ma, forse per mancanza d'un conveniente apparecchio d'induzione (i rocchetti di Ruhmkorff che avevo a mia disposizione o davano poca sensibilità o avrebbero potuto danneggiare l'elettrodinamometro), non ottenni risultati soddisfacenti. Notai di più che oltre all'incomodo proveniente dalla irre-

(1) LODGE, *Phil. Mag.* (5), III, 515, 1877. — *L'elettricista*, I, p. 275.

quietezza del rocchetto centrale dell'elettrodinamometro, fatto maggiore dalla poca stabilità del locale, ottenevo, ripetendo più volte l'inversione del commutatore, deviazioni abbastanza diverse. Non so se ciò dipendesse dall'uso delle correnti indotte in genere, oppure da quelle che ottenevo io cogli apparecchi di cui potevo disporre.

Quindi, considerato meglio il metodo del Mance, lo applicai con qualche opportuna modificazione, e parmi con sufficiente risultato. Forma oggetto del presente lavoro la descrizione del metodo e la sua applicazione alle soluzioni di varia concentrazione della potassa caustica nell'alcool assoluto.

1. *Sul metodo di Mance applicato alla misura della resistenza dei liquidi.* È noto che in questo metodo, se si hanno cinque reofori di resistenza R, R', r, r', ρ (fig. 1) contenenti tutti,

Fig. 1.

o almeno uno, una forza elettromotrice, si riconosce che fra le prime quattro resistenze si ha la relazione $\frac{R}{R'}=\frac{r}{r'}$, quando variando ρ da 0 ad ∞ non varia la differenza di potenziale dei punti B e D. La dimostrazione ne è stata data più volte, almeno nel caso che il reoforo con forza elettromotrice sia uno solo: ora pel principio di Helmholtz sulla sovrapposizione delle correnti, la stessa dimostrazione si può estendere al caso generale.

Se si suppone che la forza elettromotrice si trovi in r o in r' la sensibilità è piccola se r ed r' sono maggiori di R ed R'; cresce prima rapidamente poi sempre più lentamente se r ed r' divengono sempre più piccoli rispetto ad R ed R' e cresce ancora col crescere della variazione che subisce ρ; inoltre la sensibilità cresce proporzionalmente alla forza elettromotrice (nel caso che questa

sia nulla è nulla la sensibilità), ed alla sensibilità dello strumento che misura la variazione avvenuta nella differenza di potenziale.

Questo metodo si applica dunque alla misura di qualsiasi resistenza avente o no forza elettromotrice, usando tre resistenze note ed una ignota. — La variazione della resistenza del reoforo ρ si produce interponendovi un tasto che permette di chiudere o interrompere detto reoforo.

La variazione della differenza di potenziale dei punti B e D nel metodo originale del Mance veniva riconosciuta ponendo questi punti in comunicazione coi capi d'un galvanometro; il Lodge ha introdotto un perfezionamento notevole, che ne facilita l'applicazione alle coppie incostanti col separare il galvanometro dai punti B, D mediante una conveniente disposizione del tasto, non appena chiuso esso tasto: in tal caso la deviazione dell'ago sarebbe proporzionale alla quantità di elettricità effluita che dipende, a parità delle altre condizioni, dalla durata dell'intervallo fra la chiusura del reoforo ρ e la separazione del galvanometro, ma egli inoltre interrompe il circuito di questo con un condensatore le cui armature accolgono o cedono quantità di elettricità proporzionali alla variazione della differenza di potenziale indipendentemente dalla durata di detto intervallo. Inoltre si ha così il vantaggio che l'ago rimane allo zero e si può usare un galvanometro anche molto delicato. — Devo però notare che non so se l'uso del condensatore sia stato finora adottato, giacchè, sebbene il Lodge osservi che la sensibilità può crescere indefinitamente, perchè non v'hanno limiti alla capacità del condensatore e alla lunghezza del filo del galvanometro, nel fatto per ottenere una discreta sensibilità pare che occorra o un condensatore d'una capacità straordinaria o un galvanometro d'una sensibilità non comune.

Dimostrai tempo fa (1) come sostituendo al galvanometro un elettrometro a quadranti, la determinazione della forza elettromotrice e della resistenza delle coppie costanti ed incostanti si faccia contemporaneamente, in una sola operazione e con grande semplicità, e sebbene nelle presenti esperienze non abbia luogo la misura di potenziali (a meno che occorresse determinare oltre alla resistenza dell'elettrolito la polarizzazione degli elettrodi), tuttavia mi parve ancora utile l'uso dell'elettrometro.

(1) *Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino*, t. XVI. — *Nuovo Cimento*, t. IX, p. 266.

Riguardo alla applicazione del metodo, importava anzitutto d'assicurarsi che la polarizzazione, o piuttosto le sue variazioni al chiudere del tasto, fossero assolutamente senza effetto sulla variazione di potenziale accusata dall'ago dell'elettrometro. Difatti conviene notare che al chiudere del tasto la corrente cessa quasi interamente dall'attraversare l'elettrolito, ed inoltre si chiude a parte il circuito della coppia secondaria formata da esso coi relativi elettrodi, per cui cessa la forza che produceva la polarizzazione, che inoltre decresce per la chiusura del nuovo circuito: ciò produce o almeno tende a produrre nell'ago una deviazione per effetto della quale si verrebbe ad attribuire all'elettrolito una resistenza maggiore della vera. — Bisogna dunque, diminuendo la durata dell'intervallo fra la chiusura del tasto e la separazione dell'elettrometro, o aumentando la resistenza dell'elettrolito, fare in modo che tale variazione sia insensibile.

Per assicurarmi che così era in realtà, nelle condizioni delle mie esperienze, sperimentai prima con una o più coppie costanti (che naturalmente facevano parte dei reofori r ed r' di minor resistenza) e con reofori metallici, e quindi nel reoforo R' introdussi un voltametro formato da lamine di platino platinato aventi all'incirca la superficie degli elettrodi usati nel corso delle esperienze. Essendo $r = r' = 100$ ed $R = R' = 450$ U. S., ed essendo la resistenza del voltametro di circa $\frac{1}{10}$ di U. S. e quindi trascurabile rispetto ad R', la introduzione del voltametro non produsse un effetto sensibile (ossia superiore alle variazioni assai piccole che si potevano osservare anche senza il voltametro) e ciò anche quando la pila principale era di 4 Bunsen, nel qual caso l'elettrometro accusava chiaramente la variazione di $\frac{1}{2000}$ nella resistenza di uno qualunque dei reofori. — Ora, siccome nelle mie esperienze non usai mai più di 2 Bunsen, e la resistenza da misurare era molto superiore, non credetti necessario di ricercare fino a che punto si poteva aumentare la densità della corrente sugli elettrodi e diminuire le resistenze R ed R' senza che fosse sensibile l'errore dovuto alla polarizzazione.

Bisogna ancora che le variazioni di resistenza della pila siano trascurabili, ciò che si ottiene facilmente, come fu già consigliato dal Lodge accrescendo la resistenza del reoforo in cui essa si trova.

Un inconveniente si ha in ciò, che la polarizzazione aumentando gradatamente, occorre un certo tempo prima che l'ago sia sensibilmente fermo e si possa incominciare la determinazione; nelle mie esperienze occorrevano perciò circa 5′ e la durata della determinazione era di circa 15′.

Si potrebbe rimediare a ciò interponendo nel reoforo adiacente di ugual resistenza, un altro vaso avente diversa capacità di resistenza, con due elettrodi possibilmente uguali per natura e grandezza a quelli del primo e con lo stesso elettrolito; chiamando x, y le resistenze dei due vasi con l'elettrolito, dovrebbe essere acciocchè l'ago non fosse deviato $(R + x) : (R' + y) = r : r'$; il rapporto $\frac{x}{y}$ della capacità di resistenza dei due vasi, si può determinare in una sola operazione usando, come nel caso d'un solo recipiente, un liquido di conducibilità nota e si può quindi ricavare x ed y. Del resto si potrebbe anche costruire il secondo vaso, di piccola capacità di resistenza e con forma geometrica semplice in modo da poterne calcolare la capacità di resistenza senza errore sensibile, usando un valore approssimato della conducibilità del liquido. Essendo la densità della corrente sugli elettrodi, e la natura di questi e dell'elettrolito la stessa nei due vasi, le polarizzazioni rispettive saranno almeno molto prossimamente uguali, ed agendo sull'ago in senso contrario si neutralizzeranno.

Si ha ancora il vantaggio, che, quando la polarizzazione producesse un piccolo errore nell'apprezzamento della resistenza incognita, questo errore presentandosi nei due reofori con valori prossimamente uguali e di segno contrario si annullerebbe, ossia l'ago spinto dalla variazione delle due polarizzazioni in senso contrario, non risentirebbe tale influenza. Il principio di tale disposizione del resto non è certo nuovo, giacchè fu uno dei primi artificî cui si ricorse per eliminare l'errore dovuto alla polarizzazione. Fin adesso non essendosi presentata la necessità di tale modificazione, pur riconoscendola comoda più per la prima che per la seconda delle ragioni accennate, non l'ho messa in effetto.

Finalmente un inconveniente più grave dei precedenti, e che rimane escluso usando le correnti indotte, si ha nell'alterazione dell'elettrolito per effetto del passaggio della corrente. Tale inconveniente è grave, specialmente nel caso di liquidi che per l'elettrolisi depongono sostanze isolanti, come per es. i sali di calcio, ecc. Si rimedia però facilmente a tale inconveniente usando

vasi di resistenza molto grande in modo che la intensità della corrente sia piccola (ciò che non presenta nessun inconveniente speciale; la sensibilità dipendendo solo dalla forza elettromotrice della pila, non ne verrebbe punto alterata) ed usando vasi della forma già usata da Kohlrausch e Grotrian cioè costituiti da due larghi tubi riuniti da un tubo ad U di sezione molto minore: così l'alterazione del liquido essendo piccola ed inoltre diffusa su un largo elettrodo è senza influenza sensibile (ciò di cui m'assicurai colla esperienza) sulla resistenza costituita in massima parte dal tubo più stretto.

Nel caso di sali che depongono prodotti insolubili, l'esperienza mi convinse presto che ciò era insufficiente, e conviene ricorrere ad un artificio come sarebbe circondare l'elettrodo con un largo tubo di vetro con fondo di carta pergamena (il tubo di vetro potrebbe essere sostituito dalla ripiegatura della carta), ed in questo vaso poroso mescolare una piccola quantità di un sale che impedisca tale deposizione. Così p. es. mescolando alla soluzione di cloruro di calcio un poco di cloruro di zinco disciolto, essendo la densità della corrente piccolissima, lo zinco si depone invece della calce, e d'altra parte, opponendosi la corrente all'uscita dal vaso poroso del catione che tende invece a trasportare sul catodo, ed essendo l'anione lo stesso nei due sali, non si ha da temere che il sale aggiunto esca dal vaso poroso dove l'alterazione della resistenza è trascurabile, a causa della sezione molto grande relativamente a quella del tubo stretto.

2. *Sul metodo del ponte di Wheatstone applicato alla misura della resistenza dei liquidi.* Cercando i mezzi di aumentare nel metodo ora descritto la sensibilità (del resto abbastanza grande), e di eliminare possibilmente gl' inconvenienti, pensai di introdurre nel reoforo ρ una forza elettromotrice che tende ad inviare in R ed R' una corrente contraria a quella della forza elettromotrice principale; come è noto, e d'altronde è facile a dimostrare, neppure in tal caso al chiudere del tasto varia la differenza di potenziale dei punti B e D quando sia verificata la solita relazione.

Ciò aumenta la sensibilità, ed era naturale poscia di sopprimere la pila che trovasi nel circuito $A\ B\ C\ D$, e giovarsi unicamente della pila del reoforo ρ; si è così condotti dal metodo di Mance a quello di Wheatstone, però con la modificazione di staccare il reoscopio appena chiuso il tasto e sostituire al galvanometro, che

misura le quantità di elettricità, l'elettrometro, che misura le differenze di potenziale. È evidente che questo metodo presenta non lievi vantaggi su quello del Mance, giacchè non si hanno più nè variazioni nella posizione dell'ago, nè alterazione, nè possibile riscaldamento del liquido; mi pare anche che presenti non lievi vantaggi sul metodo usato dal Kohlrausch, giacchè non richiede l'uso d'uno speciale apparecchio d'induzione, ed invece dell'elettrodinamometro, strumento il cui uso non è privo d'incomodi, ed è non molto frequente, si adopera l'elettrometro a quadranti, strumento d'un uso assai comodo che non richiede una speciale stabilità di locale; e che, con una disposizione di reofori identica o quasi a quella attuale, si presta con altrettanta facilità alla determinazione della forza elettromotrice delle coppie e di quella di polarizzazione a circuito chiuso. Credo inoltre che in questo metodo, non meno che in quello del Kohlrausch, sarebbe possibile l'uso del telefono invece dell'elettrometro.

Riservandomi di fare ulteriori studi sull'applicazione di questo metodo e sulla sostituzione del telefono all'elettrometro, dirò solo che ho fatto delle esperienze per vedere se e fino a che punto possa considerarsi come trascurabile l'influenza della polarizzazione prodotta dalla corrente che attraversa per un istante l'elettrolito. Il caso non è essenzialmente diverso da quello del metodo di Mance, e solo le variazioni della polarizzazione avvengono in senso contrario. L'elettrolito, finchè il tasto è aperto, non è attraversato da corrente e quindi non ha polarizzazione: chiudendo il tasto per un istante viene attraversato da una corrente che aumenta la polarizzazione, ed anche in questo caso essa tende a deviare l'ago, come se la resistenza del liquido fosse maggiore della vera. Per vedere fino a che punto è insensibile tale influenza usai il metodo già seguito pel metodo di Mance, cioè osservai se l'introduzione in uno dei reofori di un voltametro a lamine di platino platinate in acqua acidulata con acido solforico, di resistenza trascurabile rispetto a quella del reoforo, producesse effetto sensibile. Essendo la superficie delle lamine di circa 15 cm^2, e la resistenza calcolata del voltametro approssimativamente di 0,1 di U. S., ed essendo $R = R' = 450$, $r = r' = 100$ usando 3 coppie ad acido cromico un po' esauste, ed accusando l'elettrometro chiaramente una variazione di 0,001 nella resistenza di uno qualunque dei reofori, l'introduzione del voltametro in R non produsse effetto sensibile.

Determinai anche la capacità di resistenza del vaso di resistenza usato nelle esperienze con una soluzione neutra e nota di solfato di zinco, prima fra elettrodi di zinco amalgamato ed ottenni $152,9.10^{-5}$, quindi fra elettrodi di argento platinato e di platino non platinato che sono suscettibili di una forte polarizzazione ed ottenni $152.4;10^{-5}$. La resistenza del reoforo R e quella uguale del vaso di resistenza colla sua soluzione era di 368, 8, $r = r' = 100$, la pila era ancora di 3 coppie ad acido cromico, e la sensibilità di $\frac{1}{1500}$. Come vedesi, l'accordo è abbastanza soddisfacente, e la piccola differenza, dovuta probabilmente ad incertezza sul coefficiente per la temperatura, non può essere attribuita all'influenza della polarizzazione. giacchè essa sarebbe di segno contrario.

Ho anche fatto qualche tentativo per sostituire all'elettrometro un galvanometro, strumento che è d'un uso più semplice e più comune. Senza condensatore non s'avrebbe precisione, e d'altronde non ottenni che una sensibilità assai piccola: neppure con un condensatore della capacità di 1 microfarad e con un galvanometro comune discretamente sensibile ottenni sensibilità sufficiente; si potrà forse ottenere con un galvanometro a specchio, e con un condensatore di maggior capacità, ma allora non s'ha alcun vantaggio sull'uso dell'elettrometro.

3. *Resistenza elettrica delle soluzioni alcooliche di potassa.* Determinai col metodo di Mance la conducibilità delle soluzioni di idrato potassico nell'alcool assoluto.

R ed R' erano costituiti da due reostati di Siemens ed Halske, la cui resistenza totale era rispettivamente di 500 e 10000 U. S.; r ed r' dalle due metà d'un reostato a rocchetti costruito in Laboratorio ciascuna di 100 U. S.; la pila era sempre formata da due Bunsen, l'una inserita nel reoforo r, l'altra in r'. L'elettrometro a quadranti era quello di Mascart costruito da Carpentier, nel quale le oscillazioni dell'ago sono smorzate pressochè totalmente da due palettine che pescano nell'acido solforico concentrato. Ciò conveniva assai bene alla non grande stabilità del locale, ma il liquido, per la sua grande viscosità, opponeva sensibile ostacolo ai movimenti, tanto che occorreva non di rado di doverlo cambiare perchè la deviazione prodotta p. es. da una Daniell non prendeva il suo vero valore, se non dopo molto tempo; e similmente, ponendo i quadranti in comunicazione col suolo, l'ago

non ritornava allo zero se non lentamente e in modo imperfetto. Da ciò potrà forse venire qualche inesattezza nella misura delle piccole deviazioni e forse sarebbe stato più conveniente un elettrometro come quello di Branly, in cui si sarebbe potuto osservare anche solamente un accenno ad una deviazione in un senso.

Per avere una discreta sensibilità l'angolo della sospensione bifilare era ridotto assai piccolo, ma non quanto sarebbe stato possibile. L'ago dell'elettrometro era in comunicazione col polo d'una pila Zamboni di 350 elementi costruita nel 1870, l'altro polo comunicava col suolo; ponendo i due quadranti in comunicazione coi due poli di una Daniell s'aveva una deviazione di 110 divisioni di cui si apprezzava con facilità il decimo; questa deviazione si riduceva invece a 4 divisioni quando l'ago era in comunicazione con un polo di due Bunsen, di cui l'altro comunicava col suolo, per cui si può ritenere che la forza elettromotrice della pila secca fosse approssimativamente di 50 Bunsen. Come vedesi la sensibilità era discreta, ma non eccessiva, e non sarebbe stato difficile nè molto incomodo raddoppiarla o triplicarla usando una pila secca d'un numero doppio o triplo di elementi, e pur non volendo diminuire maggiormente l'angolo della sospensione bifilare.

L'elettrometro sebbene inizialmente fosse stato regolato come è necessario nelle misure di potenziali, presto o per flessione della mensola su cui stava o per altre cause non lo era più; così le deviazioni prodotte da una Daniell erano di 110 divisioni a destra, di 107 a sinistra, quindi spostamenti uguali dell'ago, a destra o a sinistra indicavano variazioni di potenziali non affatto uguali, ma differenti di qualche centesimo; ciò però nel nostro caso non ha influenza sensibile, che del resto sarebbe stato facile calcolare.

Per chiudere il reoforo ρ e quasi simultaneamente separare l'elettrometro usai presso a poco la disposizione già usata nella misura della forza elettromotrice e resistenza delle coppie. Un piccolo bilanciere è formato da due bracci metallici isolati l'uno dall'altro e in comunicazione uno col punto B l'altro col punto C del circuito. Il primo, che chiamerò anteriore, nella posizione ordinaria riposa su una colonnina metallica, isolata, ed in comunicazione con una coppia di quadranti dell'elettrometro, mentre l'altra coppia è permanentemente in comunicazione col suolo.

Picchiando con un'asta metallica, tenuta con manico isolante ed in comunicazione col punto A sul secondo braccio del bilanciere si chiude il reoforo $A\ C\ (\rho)$, e nel tempo stesso si stacca il braccio anteriore dalla colonnina e l'elettrometro rimase isolato. Così la durata dell'intervallo fra la chiusura del reoforo ρ e la separazione dell'elettrometro dal punto B è piccolissima e quasi inapprezzabile.

Di più la prima coppia di quadranti era, come nel caso delle coppie elettriche, in comunicazione con un'armatura di un condensatore di cui l'altra comunicava col suolo. Ciò ha per iscopo di rendere insensibili le piccole quantità di elettricità che per caso si generassero per attrito o per induzione nel moto del tasto, diffondendole in una grande capacità. Non parrebbe impossibile di costruire un tasto in cui tale irregolarità fosse insensibile, ma nel mio caso il tasto era costruito alla meglio, adattando un apparecchio destinato ad altro scopo, e l'uso del condensatore era indispensabile, e d'altronde punto incomodo: bastava $\frac{1}{20}$ della capacità totale del condensatore che era di 1 microfarad e forse sarebbe bastato assai meno perchè tale causa d'errore fosse insensibile.

I vasi di resistenza avevano la forma già usata dal Kohlrausch di due vasetti riuniti da un tubo ad U basso di sezione minore; così oltrechè gli errori dovuti alla polarizzazione, o alla alterazione del liquido per l'elettrolisi ove esistano, vengono considerevolmente ridotti, si ha anche il vantaggio che una piccola variazione nella posizione dell'elettrodo nelle varie esperienze riesce senza influenza. Il diametro interno dei vasetti era di circa 45mm., quello del tubo di 12mm., la lunghezza di questo 15 cm.

Un segno tutt'attorno al vetro indicava la profondità a cui si facevano giungere gli elettrodi.

Gli elettrodi formati da dischi, cui era saldata normalmente un' asticciuola protetta da un tubo di vetro, erano l'uno di argento, l'altro, l'anodo, di platino, acciocchè non venisse attaccato; il primo era già antecedentemente platinato, non credetti necessario di platinare il secondo. Essi erano tenuti dai tappi di sughero dei vasetti, la cui buona chiusura era guarentita inoltre da un largo tubo di gomma legato sulle giunture; nelle ultime esperienze inoltre i tappi furono esternamente spalmati con paraffina.

Per determinare la capacità di resistenza di questi vasi usai una soluzione di solfato di zinco neutralizzata facendola bollire

lungamente con carbonato di zinco in eccesso, e di tale concentrazione da avere la massima conducibilità. Non essendo ben certo della purezza del sale, credetti conveniente di determinarne la resistenza specifica col solito metodo, cioè ponendola in un tubo di vetro, di cui avevo determinato la sezione a varie altezze, fra elettrodi di zinco amalgamato di cui calcolai la distanza media, misurando col catetometro le distanze delle estremità di due diametri ortogonali di un elettrodo dalle omologhe dell'altro elettrodo, giacchè le due lamine non erano assolutamente parallele. Il tubo durante la determinazione di resistenza era naturalmente contenuto in un bagno con agitatore e termometro diviso in quinti di grado: feci tre determinazioni con diversa distanza degli elettrodi ed alle temperature di 18°,4 17°,44 e 15°,33; nella prima determinazione la temperatura variò di qualche decimo di grado, ma feci le osservazioni alternate e presi la media. Ammettendo come coefficiente per la temperatura il valore 11,9 riportato da Kohlrausch, si ha per la conducibilità della soluzione a 18°: 431,6 429,2 430,3 rispettivamente, ed il valore medio è $430,4.10^{-8}$.

Con questa soluzione determinai la capacità di resistenza del vaso usato nelle esperienze (ossia la sua resistenza quando fosse pieno di mercurio a 0°) ed ottenni $151,5.10^{-5}$; fatta la media coi due valori ottenuti con un'altra soluzione pure neutra di solfato di zinco e col metodo del Wheatstone presi il valore $152,3.10^{-5}$.

Le soluzioni di cui determinai la resistenza finora sono solamente quelle a varia concentrazione di idrato potassico nell'alcool assoluto. Questo aveva la densità di 0,79595 a 17°,0. La potassa caustica proveniva dalla casa Trommsdorff: era in un vaso sigillato che non era mai stato aperto; dopo averne tolto in ciascuna esperienza la quantità occorrente con la maggiore prestezza possibile, veniva nuovamente sigillato, ma nondimeno l'idrato potassico conteneva una quantità non indifferente di carbonato che rimaneva indisciolto.

La soluzione nell'alcool avveniva molto lentamente, ciò che probabilmente deriva da lentezza di diffusione della potassa nell'alcool: non ostante il frequente agitare, occorreva una intera mattina perchè la soluzione fosse quasi completa, ed allora veniva filtrata attraverso amianto.

Le soluzioni alcooliche di potassa e specialmente le più concentrate, come è noto, in breve si colorano in giallo che diventa sempre più carico per una alterazione dell'alcool; non sempre

potei fare la determinazione di resistenza prima che incominciasse tale alterazione, però nelle esperienze che feci con una stessa soluzione appena filtrata e 24 ore dopo, quando aveva già una notevole colorazione non scorsi nella resistenza un grande cambiamento, maggiore di quello che potesse essere attribuito all'assorbimento di quantità minime di acqua o di acido carbonico.

Le determinazioni di resistenza furono fatte a tre temperature, cioè a 0°, alla temperatura ambiente che era di circa 12°, ed alla temperatura di 30° a 35°. Per la prima il vaso di resistenza colla soluzione veniva posto nel ghiaccio per 45′ o 60′ avanti di incominciare la determinazione; per le altre veniva posto in un bagno formato da due recipienti concentrici della capacità complessiva di 8 litri, con termometro diviso in quinti di grado, di cui era nulla la correzione per lo zero, ed agitatore. Nel caso della temperatura di 30° a 35° incominciavo la determinazione chiudendo il circuito quando la temperatura mi pareva sufficientemente costante, però dovendo osservare l'elettrometro, e non volendo prolungare troppo la durata del passaggio della corrente talora avvenne che la temperatura variasse più di quello che avrei desiderato; però le variazioni non superarono 0,1 di grado e facendo le osservazioni alternate, credo d'aver ridotto abbastanza piccolo l'errore molto notevole che potrebbe derivare da una tal causa.

In ciascuna serie di determinazioni incominciavo a verificare i valori della resistenza metallica posta in R' che producevano alla chiusura del tasto, essendo $r = r' = 100$ U. S., $R = 450$, due deviazioni di segno contrario non superiori ad una divisione, e determinavo così il rapporto $r : r'$ che per qualche inesattezza del reostato relativo, o per le coppie che si trovavano appunto in r ed r', non era precisamente uguale all'unità, ed invece trovai sempre $\frac{r}{r'} = \frac{450}{452,2}$; in seguito fatto $R = 0$ vi sostituivo la resistenza incognita, e determinavo i valori di R' tali, che alla chiusura del tasto si producesse una deviazione inferiore ad una divisione in un senso e nel senso contrario, e quindi colla relazione $\frac{x}{R'} = \frac{450}{452,2}$ potevo determinare x. Per assicurarmi che le deviazioni dell'ago non fossero per qualche causa accidentale erronee, ripetevo due volte la chiusura del tasto per ciascun valore di R'.

Come dissi di già, la durata di ciascuna determinazione era di 15 a 20 minuti, ed a causa della gran resistenza delle soluzioni, l'intensità della corrente e l'alterazione del liquido dovevano essere piccolissime; non m'occupai di fare una ricerca speciale sull'errore proveniente da un passaggio prolungato della corrente, ma mi bastò di verificare che facendo passare la corrente per molte ore di seguito (essendo sempre la soluzione a 0°) non si osservasse una piccola variazione (diminuzione) della resistenza se non dopo molte ore, e non so se essa fosse dovuta ad assorbimento di vapor acqueo attraverso i larghi tappi di sughero, anzichè ad un effetto del passaggio della corrente.

La proporzione di potassa ed alcool in ciascuna soluzione era determinata col noto metodo di saturare la potassa col volume occorrente d'una soluzione titolata d'acido solforico, neutralizzando un piccolo eccesso d'acido con una soluzione titolata di idrato sodico, usando per indicatore del punto di saturazione la tintura di tornasole. La soluzione d'acido solforico era stata preparata con un noto peso di acido solforico puro che aveva la densità: 1,8561 a 0° per cui, secondo la tavola data da Bineau, ritenni che contenesse $^9/_{1000}$ di acqua.

L'analisi veniva fatta due volte; prima su una porzione di soluzione non ancora sottoposta alla misura di resistenza, e poscia su una parte della soluzione già sottoposta a questa misura. Nelle prime esperienze, o per essere i tappi di sughero un po' troppo porosi, o per maggior durata della determinazione, trovai nella prima analisi fino a $\frac{5}{1000}$ della quantità di potassa in più che nella seconda; turati i pori con paraffina, e divenuta anche minore la durata dell'esperienza, la differenza scese fino ad $\frac{1}{1500}$ sempre nello stesso senso, dipendendo ciò probabilmente dall'assorbimento di un po' d'acido carbonico nel versare da un vaso nell'altro e nel depositarsi quindi del carbonato che così almeno in parte si sottrae all'analisi. Bisogna notare ancora che specialmente nelle soluzioni più concentrate, che furono le prime studiate, il liquido era notevolmente colorato in rosso, tanto da rendere meno precisa l'osservazione del cambiamento di colore del tornasole, ed inoltre una piccola quantità di potassa poteva essersi combinata coll'acido derivante dall'alterazione dell'alcool.

A proposito della colorazione pel passaggio della corrente si può notare che essa si produceva specialmente attorno al catodo, e che cresceva notevolmente anche dopo rimesso il liquido nella propria boccia; pare quindi che debba attribuirsi non al piccolissimo eccesso di potassa trasportato verso il catodo, ma all'azione dell'aria aiutata dal nero di platino di cui era ricoperto l'elettrodo, ed all'aria in esso racchiusa. Difatti in esperienze su altro argomento con correnti più intense, dimodochè s'aveva uno sviluppo visibile di ossigeno sull'anodo, la colorazione si produsse invece molto intensa attorno a questo elettrodo.

Delle varie soluzioni determinai il peso specifico col metodo della boccetta con un tubo di Sprengel [tubo ad U affilato ai due estremi di cui uno con apertura capillare (1)] proteggendo le aperture della piccola evaporazione possibile con tubetti di vetro chiusi ad un capo. Siccome le soluzioni erano già note per le analisi fattene, ed il peso specifico ad altro non serviva che a calcolare il numero di molecole, esso fu determinato alla temperatura ambiente qualunque essa si fosse e data da un apposito bagno, e presi per coefficiente di dilatazione del vetro quello dato da Regnault e che trovasi nelle tavole usuali.

Ecco ora nella seguente tabella: nella prima linea la proporzione di potassa delle varie soluzioni, nella seconda il numero di molecole a 12°, nella terza la densità con allato la temperatura a cui fu determinata, nelle successive le resistenze osservate con la relativa temperatura. Le resistenze sono quali furono lette in R'; quindi, per avere il loro vero valore, devono essere moltiplicate per $\frac{450}{452,2}$:

°/₀	21,27 °/₀		14,42		12,61		9,24		8,625	
N_{12}	3,695		2,3647		2,032		1,445		1,338	
D	0,9730 (11°,7)		0,9192 (10°,7)		0,0008 (14°,0)		0,8755 (11°,5)		0,8688 (12°,0)	
t ed R	0°	7137,5	0°	4432,4	0°	4040	0°	3667	0°	3632
»	10°,6	4400	14°	2709,5	12°,85	2650	13,9 13,7	2455 2459	14°,3	2418
»	37° appr.	1762	39,85	1621,7	32,15	1584	33,15	1560	34,4	1523

(1) Pogg., *Ann.*, t. 150, p. 459.

$^0/_0$	5,535		3,732		1,408		18,36	
N_{12}	0,8317		0,5540		0,2034		3,12	
D	0,8431 (16°,3)		0,8303 (13°,2)		0,8113 (13°,4)		0,953 (12°,6)	
t ed R	0°	3982	0°	4752	0°	8740	0°	—
»	14°,22	2808	14°,4	3442,5	14°,3	6639	12°,3	3391
»	—	—	33°,3	2460	—	—	—	—

Vedesi come per la soluzione più concentrata che doveva essere prossimamente satura, la resistenza sia molto grande e diminuisca rapidamente, sia coll'aumentare della diluizione, sia con quello della temperatura. Crescendo la prima, la conducibilità raggiunge un valore massimo verso la soluzione che ha 9,24 di potassa caustica per cento di soluzione.

L'esperienza a cui si riferisce il valore riportato nell'ultima colonna fu la prima in ordine di tempo, essa fu una esperienza di saggio con una soluzione che preparata da circa 15 giorni era stata in questo tempo in un pallone con una gran quantità di aria, inoltre durante l'esperienza essa venne versata da uno in un altro vaso di resistenza per ottenere la sensibilità opportuna, per cui è probabile che avesse assorbito qualche piccola quantità di acqua; inoltre l'analisi non potè esser fatta con grande precisione a causa dell'intensa colorazione del liquido.

Riguardo all'influenza della temperatura vedonsi nella seguente tabella i coefficienti relativi calcolati ponendo

$$K_t = K_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) ,$$

essendo K_0, K_t le conducibilità a 0^0 e t^0; inoltre nella seconda e terza linea trovansi le conducibilità a 0^0 ed a 12^0 che è la temperatura per la quale furono calcolati i numeri di molecole. Come è noto, per numero di molecole prendesi il numero di milligrammi di sale contenuto in 1 cm^3 di soluzione diviso pel peso della molecola; fu scelta la temperatura di 12^0 perchè più prossima a quella delle varie densità e di parecchie resistenze; e per le piccole correzioni occorrenti per la riduzione delle densità a 12^0 esatti mi servii del coefficiente di dilatazione dell' alcool non essendo noto, credo, quello delle soluzioni in questione:

N_{12}	0,2034	0,5540	0,8317	1,338	1,445	2,032	2,3647	3,695	3,12
$K_0\ 10^8$	17,58	32,33	38,58	42,30	41,89	38,03	34,66	21,52	—
$K_{12}\ 10^8$	22,02	42,07	51,55	59,18	59,06	56,23	52,56	37,38	45.5
α	0,02208	0,02523	0,0273	0,03145	0,03203	0,03589	0,03857	0,04913	—
β	0,000032	0,000082	0,000147	0,000256	0,000251	0,000384	0,000489	0,000902	—

I coefficienti α e β. come rilevasi dalla tabella, vanno crescendo col crescere del numero di molecole; prendendo questi come ascisse e i coefficienti come ordinate, la curva delle α è in tutta la sua estensione rettilinea, quella delle β lo è pure ma solo fin verso la 5ª soluzione, dopo si solleva presentando una leggera convessità verso l'asse delle ascisse. Delle soluzioni 1ª e 3ª non essendo nota la resistenza che a due temperature, i valori di β furono dedotti dalla curva relativa e quindi furono calcolati i valori di α; anche essi cadono sulla retta determinata delle altre α. Anche per la soluzione di saggio, dedotto il valore di α dalla curva fu calcolata la conducibilità a 12°. ma questa, rispetto alla curva delle conducibilità, risultò di circa $\frac{3}{100}$ troppo grande; errore che non parrà troppo grande considerate le condizioni speciali in cui venne determinata.

La curva delle conducibilità rispetto al numero di molecole non è abbastanza semplice per poter essere rappresentata con una delle solite relazioni; prendendo per le soluzioni più diluite la relazione usata dal Kohlrausch: $K_{12} = \lambda N + \lambda' N^2$, relazione che nel nostro caso può valere appena per le tre soluzioni più diluite, si ha per la conducibilità molecolare $\left(\text{limite di } \frac{K_{12}}{N}\right)$, $\lambda = 127{,}53.10^{-8}$, mentre è $\lambda' = 92{,}55.10^{-8}$. Per le soluzioni acquose invece è $\lambda = 1991.10^{-8}$, $\lambda' = 270.10^{-8}$, quindi la conducibilità molecolare (bensì a 18°) è quasi 15 volte maggiore che nelle soluzioni alcooliche.

Ho anche fatto poche esperienze aggiungendo una determinata proporzione d'acqua ad alcune delle soluzioni precedenti, cioè: 29gr.,73 d'acqua a 59,61 della soluzione prima nella prima tabella, 32,66 gr. d'acqua a 52,78 della soluzione seconda, e 73.32 gr. di acqua a 22.11 gr. della stessa soluzione seconda.

La composizione delle tre soluzioni è dunque di 12,69 gr. di potassa, 46,92 di alcool, 29,73 di acqua per la prima (S_1); 7,625 gr. 45,16 e 32,66 per la seconda (S_2); 3,192 18,92 e 73,22 rispettivamente di potassa, alcool ed acqua per la terza (S_3). Nella qui annessa tabella si hanno il numero di molecole e la densità a 13°,5, la conducibilità a 0°, ed i coefficienti α e β. Le densità di queste soluzioni come anche quella di soluzione di saggio nell'alcool assoluto furono determinate più d'un mese dopo la determinazione della resistenza:

	$^0/_0$	$N_{13,5}$	$D_{13,5}$	$K_0 \cdot 10^8$	α	β
S_1	14,2	2,55	1,007	299	0,0393	0,000288
S_2	8,94	1,55	0,974	249	0,0408	0,000217
S_3	3,35	0,598	1,002	335	0,0066	0,0000125

Vedesi che l'aggiunta dell'acqua aumenta sempre la conducibilità, che rimane però sempre molto inferiore a quella delle soluzioni nell'acqua. Naturalmente aumentando la quantità d'acqua. la conducibilità dovrà raggiungere un massimo per il facilitato movimento degli ioni e quindi decrescere a causa della sempre crescente rarità di essi ioni per mezzo dei quali si effettua il passaggio della corrente.

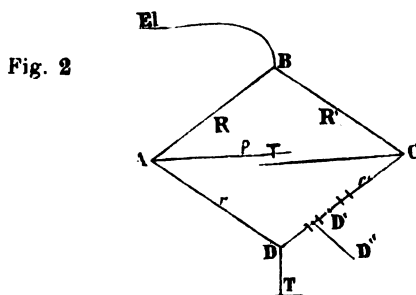
Lo studio delle soluzioni di un solo corpo non può naturalmente offrire molto campo a raffronti. Sarebbe interessante di studiare, sia le soluzioni alcooliche di altri sali, sia le soluzioni di uno stesso sale in varî solventi aventi una qualche relazione nella composizione della molecola, nel suo volume, ecc. come sarebbero i varî alcool d'una serie organica, sia anche di studiare le soluzioni in uno stesso solvente di varî sali aventi pure una relazione nella composizione, volume, peso della molecola, e tali argomenti saranno forse oggetto di uno studio speciale.

Non è improbabile che dalla conoscenza della diffusione e della resistenza elettrica delle soluzioni saline si possa giungere ad avere sulla costituzione dei liquidi nozioni un po' più precise di quelle. che si hanno al dì d'oggi.

APPENDICE

Sulla determinazione delle forze elettromotrici di polarizzazione.

Il metodo usato per la determinazione delle resistenze dei liquidi, può anche servire con poca o nessuna modificazione, alla determinazione della polarizzazione degli elettrodi. Difatti, se si pone in uno dei reofori, p. es., in r' la coppia e l'apparecchio di polarizzazione, e si regolino le resistenze in modo che sia $\frac{R}{R'} = \frac{r}{r'}$, e sia anche per semplicità $R = R'$ e quindi $r = r'$, chiamando D la differenza di potenziale dei punti B e D (fig. 2), E la

Fig. 2

forza elettromotrice della pila, ed e quella di polarizzazione si avrà: $D = \frac{1}{2}(E - e)$, da cui si potrà ricavare e se si è adoperata una pila costante, e mediante un'esperienza preliminare sia stato determinato E. Oppure si può portare il filo $D\,T$ da D in D' tra la pila e l'apparecchio di polarizzazione, ed allora, regolando la resistenza del reoforo in modo che sia nuovamente $R = R'$, $r = r'$, e che non abbia variato la resistenza totale, si avrà: $D' = \frac{1}{2}(E + e)$ e tra le due eguaglianze si può ricavare E ed e.

Si ha così la forza elettromotrice di polarizzazione, senza aprire il circuito, ciò che lascia sempre adito al dubbio che nell'intervallo per quanto piccolo d'apertura del circuito sia variata la quantità che si vuol misurare. Adottando pel tasto, ove occorra, una conveniente disposizione perchè il reoforo ρ non rimanga chiuso che per un brevissimo istante, la perturbazione causata nel passaggio della corrente per la chiusura del nuovo circuito può essere insensibile, e si possono quindi studiare le varie fasi per cui passa la polarizzazione crescendo la durata del passaggio della corrente. Essendo nota la resistenza totale è quindi nota anche l'intensità della corrente, la sua densità su ciascun elettrodo, come sono note del pari le resistenze della coppia e dell'apparecchio di polarizzazione, e ciò senza che occorra alcuna determinazione supplementare.

Nel caso che si voglia sperimentare con correnti intense, o con apparecchi di polarizzazione di gran resistenza, gioverà porre questo nel reoforo R o R', anzichè in r', giacchè è noto che per avere sensibilità devono essere r ed r' piccoli rispetto R ed R', o al più uguali.

Come saggio d'applicazione del metodo estraggo da una serie di esperienze sulla polarizzazione di elettrodi di piccola superficie, che non potei fin adesso condurre a termine, le seguenti esperienze sulla polarizzazione dello zinco nell'acqua acidulata e nel solfato di zinco, esperienze che sebbene richiedano di essere estese e completate, pure non mancano d'interesse.

Volendo determinare la polarizzazione di un solo elettrodo, sia per l'ossigeno che per l'idrogeno, usai come uno degli elettrodi una lamina di zinco di 38 cm^2 di superficie per ciascuna faccia, e per altro elettrodo un filo di zinco di 3,3 mm. di diametro coperto da un tubo di vetro e ceralacca, lasciando libero un tratto di 4,5 mm. all'estremità, cosicchè la superficie dell'elettrodo era di 55 mm^2. In tali condizioni, poichè la polarizzazione diminuisce al crescere della superficie dell'elettrodo, si può ammettere che la polarizzazione della lamina sia trascurabile di fronte a quella del filo, e ritenere che la polarizzazione dell'intero apparecchio sia composto unicamente da questa; occorrendo, si potrebbe anche fare l'opportuna correzione (1).

(1) Si potrebbe anche portare da r' in r, o da R' in R solo una parte dell'apparecchio di polarizzazione, ossia immergere nell'acqua acidulata del vol-

Nella seguente tabella trovasi la forza elettromotrice di polarizzazione dello zinco per l'idrogeno nell'acqua acidulata con acido solforico puro ad $\frac{1}{20}$ in volume; l'anodo ed il catodo erano separati da un diaframma. La pila era costituita da una Daniell. Le forze elettromotrici sono riferite a quella d'una Daniell campione (a sifone e con solfato di zinco) che produceva nell'ago dell'elettrometro una deviazione di 51,3 divisioni della scala, esse hanno il segno *meno* quando sono contrarie a quella della pila primaria:

Resistenza totale . . .	∞	827	∞	219	∞	55	∞	∞	868	33,4	∞
Resistenz. della coppia . .	—	6,25	—	4,6	—	3,7	—	—	6,3	3,1	—
Resistenza del voltametro .	—	7,25	—	4,9	—	4,0	—	—	7,7	3,6	—
F. elettromotr. della coppia	1,035	1,03	1,03	1,015	1,025	0.995	1,02	1,03	1,02	1,00	1,025
Id. del voltametro . . .	+0,01	− 0,18	− 0,24	− 0,24	− 0,03	− 0,27	− 0,02	0,0	− 0,15	− 0,31	− 0,015

La coppia ed il voltametro essendo stati preparati recentemente, ed i vasi porosi ancora imbevuti di acqua pura, la loro resistenza per un certo tempo continuò a decrescere fino ad un certo limite. Ecco un'altra esperienza in condizioni simili alle precedenti, ma con due Daniell per pila: l'acqua acidulata era nuova non bollita:

Resistenza totale . . .	∞	816	214	72,8	21,2	815	∞
» della coppia .	—	4,4	4,1	4,0	3,7	—	—
» del voltametro .	—	3,5	2,9	2,4	1,9	—	—
F. elettromotrice della pila	2,04	2,03	2,03	2,02	2,005	D come nella 2ª col.ª	2,015
» del voltametro.	+ 0,05	− 0,265	− 0,319	− 0,347	− 0,399	—	− 0,02

tametro in D' il capo del filo TD, che comunica con una coppia di quadranti dell'elettrometro o col suolo, e che prima stava ad un'estremità del voltametro. Si ha così: $D = \frac{1}{2}(E - e - \varepsilon)$ e $D' = \frac{1}{2}(E - e + \varepsilon) + A$, essendo e la polarizzazione della lamina, ε quella dell'elettrodo, che si vuole determinare, ed A la forza elettromotrice proveniente dall'immersione del filo nell'acqua acidulata, e che si può determinare a circuito aperto. Converrebbe però assicurarsi, che essa fosse veramente costante e non cambi p. es. al passaggio della costante.

Nelle seguenti esperienze la pila fu di 2 Daniell nella prima serie (A), di 5 Bunsen nella seconda (B). L'acqua acidulata era preparata nuovamente, bollita e versata ancor calda:

	A						B				
Resistenza totale . . .	∞	815,8	215,0	73,6	22,4	∞	806,5	206,4	45,4	14,86	206,4
Resistenz. della pila . . .	—	4,8	4,7	4,5	4,2	-	0,20	0,28	0,16	0,155	—
Resistenza del voltametro .	—	3,1	2,7	2,3	2,0	—	3,6	3,22	3,04	2,69	—
F. elettromotr. della pila .	2,045	2,01	2,02	2,01	1,99	2,01	1,725	1,725	1,705	1,665	D come nella 2ª col.ª
F. del voltametro . . .	+0,025	-0,239	-0,275	-0,323	-0,387	-0,03	-0,327	-0,387	-0,441	-0,456	—

Nella serie B le 5 Bunsen trovavansi 3 in r e 2 in r' per cui la resistenza indicata come pure la forza elettromotrice è quella della differenza, cioè d'una sola Bunsen. Da queste esperienze appare manifesto che la polarizzazione dello zinco per l'idrogeno nell'acqua acidulata non è nulla come voleva Exner con uno specioso ragionamento (1), ma ha un valore notevole che può giungere fino a quasi $\frac{1}{2}$ Daniell quando la densità della corrente sia abbastanza grande; niente inoltre indica che debba arrestarsi là, e che aumentando ancora la densità della corrente non aumenti la polarizzazione.

Ho eseguito delle esperienze con elettrodi pure di piccola superficie di carbone e di rame, ed i valori della forza elettromotrice della coppia (Cu_H, Zn), (C_H, Zn) per grandi densità di corrente furono presso a poco uguali a quello della coppia (Zn_H, Zn), ma l'annerimento dell'elettrodo mi fa supporre che nonostante che io interponessi fino a 3 e 4 diaframmi lasciati lungamente in grandi recipienti d'acqua, pure dello zinco trasportato dalla corrente, andasse a deporsi sul rame o sul carbone a causa della grande densità di essa.

Attendendo che altre esperienze diano spiegazione del fatto, si potrebbe congetturare che il metallo idrogeno fosse più elettro-

(1) WIED., *Ann.* VI, p. 368.

positivo dello zinco, sebbene il calore di combustione dell'idrogeno gazoso, la forza elettromotrice della coppia Pt_{II}, Pt_{0} facciano credere il contrario. In tale ipotesi si spiegherebbe il fatto del non essere lo zinco puro attaccato dall'acqua acidulata meglio che colla formazione di uno strato gazoso la cui esistenza non è provata da nulla, e che impedisce l'azione chimica. ma non il passaggio della corrente.

Nella seguente tabella si trovano i risultati di due serie di esperienze in cui la punta di zinco serviva come anodo. La pila era di 1 Daniell nella serie A, di due nella serie B:

	A				B					
Resistenza totale .	∞	833,6	30,6	∞	∞	815	114,60	44,0	22,8	114
» della coppia	—	2,8	2,4	—	4,25	4,25	4,1	4,0	3,7	3,9
» del voltam.	—	3,7	2,9	-	—	3,25	3,2	3,0	2,7	3,2
F. elettromotr. della pila	1,02	1,01	1,00	1,015	2,05	2,06	2,04	2,03	2,00	2,00
Id. del voltametro	+ 0,01	— 0,015	— 0,165	0,00	— 0,03	— 0,07	— 0,17	— 0,29	— 0,375	— 0,20

Tenuto il circuito chiuso per 10′ con resistenza totale = 114 la forza elettromotrice totale, e la resistenza si mantenne prossimamente invariata; tenendo chiuso il circuito con resistenza totale = 24 la forza elettromotrice totale decrebbe in 10′ di $\frac{1}{30}$ di Daniell, la resistenza si mantenne prossimamente la stessa.

Anche in questo caso l'intensità della polarizzazione è assai notevole per quanto una parte sia da attribuirsi al cambiamento del liquido che attorno all'anodo diviene una soluzione di solfato di zinco, e alla piccola polarizzazione della lamina per l'idrogeno.

Ecco ora i risultati di alcune esperienze sulla polarizzazione di elettrodi di zinco nel solfato di zinco. La forma e grandezza degli elettrodi era come nelle esperienze precedenti; il solfato di zinco era stato fatto cristallizzare ripetutamente, la soluzione era stata bollita a lungo con carbonato di zinco, secondo le indicazioni di Patry (1). Usando la punta di zinco come catodo e come pila 2 Daniell, ebbi i seguenti risultati:

(1) Pogg., *Ann.*, t. 136, p. 495.

Resistenza totale	∞	236,4	45,6
» della coppia . . .	—	6,3	6,1
» del voltametro . .	—	9,95	8,9
F. elettromotrice della coppia .	—	2,01	1,99
» del voltametro	0	– 0,032	– 0,034

Ripetei più volte questa determinazione ed ottenni prossimamente per la polarizzazione dello zinco come catodo gli stessi valori, qualche volta valori anche minori, purchè la soluzione di solfato di zinco fosse stata di recente bollita con carbonato; la polarizzazione fu invece molto più forte e giunse anche a 0,16 di Daniell con una soluzione che era stata bollita con carbonato varî mesi prima.

Feci anche delle esperienze sulla polarizzazione dello zinco come anodo, ma non ottenni buoni risultati, per la cristallizzazione del sale sulla piccola superficie dell'elettrodo.

In entrambi questi lavori il Chiar[mo] Prof. A. Naccari mi fu largo di consigli, e compio quindi ad un grato dovere nel porgergliene i miei più vivi ringraziamenti.

Dal Laboratorio di Fisica dell'Università di Torino,
15 Aprile 1882.

Il Socio Cav. Prof. Enrico D'Ovidio presenta e legge la Nota seguente del sig. Dott. Francesco Gerbaldi.

SUI

GRUPPI DI SEI CONICHE

IN INVOLUZIONE.

Date due coniche di equazioni locali

$$f=a_x^2=b_x^2=0 \qquad f'=a'^2_x=b'^2_x=0$$

e di equazioni tangenziali

$$(a\,b\,u)^2=u_\alpha^2=0 \qquad (a'\,b'\,u)^2=u_{\alpha'}^2=0\ ,$$

l'annullarsi dell'invariante $a_{\alpha'}^2$ significa (come è noto) che esistono infiniti triangoli scritti in f e autoconiugati rispetto a f', ed infiniti triangoli circoscritti a f', ed autoconiugati rispetto a f; analogo significato ha l'annullarsi dell'invariante a'^2_α, basta scambiare le veci delle coniche f ed f'. Due coniche che siano in tal posizione l'una rispetto all'altra furon dette *armoniche* o *in posizione unita*. Quando son nulli tutti e due gli invarianti $a_{\alpha'}^2$ e a'^2_α, è scambievole l'ufficio dell'una conica rispetto all'altra, e noi diremo *in involuzione* due coniche siffatte. Se prendiamo per triangolo di riferimento il triangolo autoconiugato rispetto ad entrambe, le loro equazioni locali e tangenziali sono

$$(1)\ \ldots\ x_1^2+x_2^2+x_3^2=0 \qquad u_1^2+u_2^2+u_3^2=0$$

$$(2)\ \ldots\ x_1^2+\omega x_2^2+\omega^2 x_3^2=0 \qquad u_1^2+\omega^2 u_2^2+\omega u_3^2=0\ ,$$

dove ω ed ω^2 denotano le radici cubiche imaginarie dell'unità: infatti le equazioni di due coniche qualunque, che abbiano il

triangolo di riferimento per triangolo autoconiugato, sono

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2=0 \qquad u_1^2+u_2^2+u_3^2=0$$
$$\lambda_1 x_1^2+\lambda_2 x_2^2+\lambda_3 x_3^2=0 \qquad \lambda_2\lambda_3 u_1^2+\lambda_3\lambda_1 u_2^2+\lambda_1\lambda_2 u_3^2=0 \ ,$$

e se tali coniche sono in involuzione si ha

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0 \qquad \lambda_2\lambda_3+\lambda_3\lambda_1+\lambda_1\lambda_2=0 \ ,$$

donde

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 : : 1 : \omega : \omega^2 \ .$$

Due coniche in involuzione godono di parecchie proprietà; per es. si può dimostrare che in ciascuna si possono iscrivere infiniti triangoli circoscritti all'altra; che i quattro punti in cui si secano sono equianarmonici sopra tutte e due; che per ogni punto del piano esiste una retta tale, che la polare del punto e il polo della retta rispetto a una qualunque delle due coniche si corrispondono fra loro come polare e polo rispetto all'altra conica; la detta retta poi non è altro che la polare del punto rispetto ad una terza conica

$$(a) \ldots \quad x_1^2+\omega^2 x_2^2+\omega x_3^2=0 \qquad u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2 u_3^2=0 \ .$$

Questa conica è nello stesso tempo inviluppo delle rette che secano in due coppie armoniche di punti le due coniche in involuzione, luogo dei punti da cui le due coppie di tangenti condotte alle stesse sono armoniche, e conica polare reciproca di ciascuna delle due dette coniche rispetto all'altra; essa è poi in involuzione con entrambe. Le tre coniche (1) (2) e (a) hanno ognuna lo stesso ufficio rispetto alle altre due e posseggono in comune uno stesso triangolo autoconiugato. La rete ed il tessuto di coniche da esse individuati sono una stessa serie di coniche. Esse possono essere tutte e tre reali, ma allora dei quattro punti e delle quattro tangenti che due di esse hanno in comune due soli punti e due sole tangenti sono reali, ed il triangolo autoconiugato rispetto a tutte e tre ha reali soltanto un lato ed il vertice opposto. Una siffatta terna di coniche fu detta *terna coniugata* dal Prof. G. Battaglini (*).

(*) *Sulle cubiche ternarie sizigetiche.* COLLECTANEA MATHEMATICA..., pag. 36. Cf. G. VERONESE, *Sopra alcune notevoli configurazioni di punti, rette e piani* ecc. Atti della R. Accademia dei Lincei, Serie III, Mem. d. cl. di sc fis., mat. e nat., vol. IX, pag. 282 e seg.

Le equazioni separate dei quattro punti comuni alle due coniche (1) e (2) sono

$$(b) \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} u_1 + \omega^2 u_2 + \omega u_3 &= 0 \\ -u_1 + \omega^2 u_2 + \omega u_3 &= 0 \\ u_1 - \omega^2 u_2 + \omega u_3 &= 0 \\ u_1 + \omega^2 u_2 - \omega u_3 &= 0 \end{aligned} \right. ,$$

e le equazioni separate delle quattro tangenti comuni alle medesime sono

$$(c) \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 &= 0 \\ -x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 &= 0 \\ x_1 - \omega x_2 + \omega^2 x_3 &= 0 \\ x_1 + \omega x_2 - \omega^2 x_3 &= 0 \end{aligned} \right. .$$

Di qui, considerando il quadrangolo iscritto ed il quadrilatero circoscritto alle due coniche (1) e (2), si vede facilmente che ogni lato del primo passa per un vertice del secondo. Ad ogni lato del quadrilatero faremo corrispondere quel vertice del quadrangolo, in cui concorrono i tre lati di questo opposti a quelli che passano per i tre vertici di quel lato.

Premesse queste cose su due coniche in involuzione, veniamo a considerare nel piano quei gruppi di coniche tali, che due coniche qualunque d'uno stesso gruppo siano fra loro in involuzione. Vedremo che un tal gruppo può constare al più di sei coniche, e studieremo la notevole configurazione piana cui esso dà luogo.

Scegliamo ad arbitrio due coniche d'un gruppo siffatto, e prendiamo per triangolo di riferimento il triangolo autoconiugato rispetto ad entrambe; le equazioni di quelle due coniche saranno la (1) e la (2). Consideriamo ora una conica qualunque del piano

$$a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2\, a_{23} x_2 x_3 + 2\, a_{31} x_3 x_1 + 2\, a_{12} x_1 x_2 = 0$$

$$(a_{22} a_{33} - a_{23}^2)\, u_1^2 + \ldots + 2\,(a_{21} a_{31} - a_{11} a_{23})\, u_2 u_3 + \ldots = 0 \; .$$

Se essa appartiene al gruppo in discorso, è in involuzione colle coniche (1) e (2); ora perchè ciò avvenga si hanno le quattro equazioni di condizione

$$a_{11}+a_{22}+a_{33}=0$$
$$a_{11}+\omega^2 a_{22}+\omega a_{33}=0$$
$$a_{22}a_{33}-a_{23}^2+a_{33}a_{11}-a_{31}^2+a_{11}a_{22}-a_{12}^2=0$$
$$a_{22}a_{33}-a_{23}^2+\omega(a_{33}a_{11}-a_{31}^2)+\omega^2(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)=0 \ .$$

Dalle due prime si ricava

$$a_{11}=\rho \qquad a_{22}=\rho\omega^2 \qquad a_{33}=\rho\omega \ ,$$

dove ρ è un fattore arbitrario: sostituendo nelle altre due, esse diventano

$$a_{23}^2+a_{31}^2+a_{12}^2=0$$
$$a_{23}^2+\omega a_{31}^2+\omega^2 a_{12}^2=0$$

e danno

$$a_{23}=\pm\sigma \qquad a_{31}=\pm\sigma\omega^2 \qquad a_{12}=\pm\sigma\omega \ ,$$

dove σ è ancora un fattore arbitrario.

Si hanno pertanto le quattro serie di coniche di equazioni locali

$$(3)\ldots \quad x_1^2+\omega^2x_2^2+\omega x_3^2+2k(\ \ x_2x_3+\omega^2x_3x_1+\omega x_1x_2)=0$$
$$(4)\ldots \quad x_1^2+\omega^2x_2^2+\omega x_3^2+2\,l\,(\ \ x_2x_3-\omega^2x_3x_1-\omega x_1x_2)=0$$
$$(5)\ldots \quad x_1^2+\omega^2x_2^2+\omega x_3^2+2m(-x_2x_3+\omega^2x_3x_1-\omega x_1x_2)=0$$
$$(6)\ldots \quad x_1^2+\omega^2x_2^2+\omega x_3^2+2\,n\,(-x_2x_3-\omega^2x_3x_1+\omega x_1x_2)=0$$

e di equazioni tangenziali

$$(3)\ldots(k+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2u_3^2)-2\,k\,(u_2u_3+\omega u_3u_1+\omega^2u_1u_2)=0$$
$$(4)\ldots(\,l+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2u_3^2)-2\,l\,(u_2u_3-\omega u_3u_1-\omega^2u_1u_2)=0$$
$$(5)\ldots(m+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2u_3^2)+2\,m(u_2u_3-\omega u_3u_1+\omega^2u_1u_2)=0$$
$$(6)\ldots(n+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2u_3^2)+2\,n\,(u_2u_3+\omega u_3u_1-\omega^2u_1u_2)=0\ :$$

tutte le coniche di ciascuna di queste serie sono in involuzione colle coniche (1) e (2).

Segue pertanto che tutte le coniche, le quali insieme alla (1) ed alla (2) fan parte del gruppo che noi consideriamo, si troveranno fra le coniche delle dette quattro serie. Or bene, in ciascuna serie non se ne può trovare più di una; perchè se in una serie, per es. la (3), ve ne fossero due, chiamando k' e k''

i valori dei parametri ad esse corrispondenti. siccome esse sono in involuzione, così deve essere:

$$1+k''-2k'k''=0 \qquad 1+k'-2k'k''=0 \ :$$

le quali equazioni non possono coesistere per $k' \gtrless k''$. Adunque non vi possono essere più di quattro coniche, che insieme alla (1) ed alla (2) costituiscano un gruppo della sorta che si vuole. Prendiamo intanto da ciascuna serie (3), (4), (5), (6) una conica, e scriviamo le condizioni affinchè tali quattro coniche siano due a due in involuzione

$$3(k+1)+2lk=0 \qquad 3(l+1)+2lk=0$$
$$3(l+1)+2lm=0 \qquad 3(m+1)+2lm=0$$
ecc. ecc.

avremo così 12 equazioni nelle k, l, m, n, le quali sono coesistenti e danno

$$k=l=m=n=\frac{-3\pm i\sqrt{15}}{2}\ .$$

Si hanno adunque due sistemi di valori per k, l, m, n, e quindi due quaterne di coniche tali che le coniche d'una stessa quaterna sono due a due in involuzione, e ogni conica di ciascuna quaterna è in involuzione con tutte e due le coniche (1) e (2); perciò raggruppando queste due con ciascuna quaterna, si hanno due gruppi di sei coniche, di cui ciascuna è in involuzione colle altre cinque. Dando una conica qualunque del piano (varietà cinque volte infinita) e un'altra fra quelle che sono con essa in involuzione (varietà tre volte infinita), esse si possono assumere come coniche (1) e (2), ed allora sono determinate le due quaterne di coniche suddette. Dunque *nel piano esiste una varietà otto volte infinita di gruppi di sei coniche, tali che ogni conica d'un gruppo è in involuzione colle altre cinque dello stesso gruppo.* Combinando due a due le sei coniche d'un gruppo, per ogni coppia si ha una quaterna di coniche, che con quella coppia dà luogo ad un altro gruppo analogo; cioè *ad ogni gruppo di sei coniche in involuzione son congiunti altri* 15 *gruppi analoghi, che hanno con quello due coniche comuni.*

Ritornando alle serie (3), (4), (5), (6) di coniche, osserviamo che il parametro entra linearmente sia nella equazione

locale che nella tangenziale, laonde ciascuna di esse è ad un tempo fascio e schiera, e quindi si conchiude che quelle sono serie di coniche bitangenti. Di fatto le loro equazioni si possono scrivere come segue

$$(1-k)(x_1^2+\omega^2 x_2^2+\omega x_3^2)+2k(\ \ x_1+\omega x_2+\omega^2 x_3)^2=0$$
$$(1-l)(x_1^2+\omega^2 x_2^2+\omega x_3^2)+2l(\ \ x_1-\omega x_2-\omega^2 x_3)^2=0$$
$$(1-m)(x_1^2+\omega^2 x_2^2+\omega x_3^2)+2m(-x_1+\omega x_2-\omega^2 x_3)^2=0$$
$$(1-n)(x_1^2+\omega^2 x_2^2+\omega x_3^2)+2n(-x_1-\omega x_2+\omega^2 x_3)^2=0$$

in coordinate di punti, e

$$(2k+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2 u_3^2)-2k(\ \ u_1+\omega^2 u_2+\omega u_3)^2=0$$
$$(2l+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2 u_3^2)-2l(\ \ u_1-\omega^2 u_2-\omega u_3)^2=0$$
$$(2m+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2 u_3^2)-2m(-u_1+\omega^2 u_2-\omega u_3)^2=0$$
$$(2n+1)(u_1^2+\omega u_2^2+\omega^2 u_3^2)-2n(-u_1-\omega^2 u_2+\omega u_3)^2=0$$

in coordinate di rette. Queste equazioni mostrano che le quattro serie di coniche in involuzione colle coniche (1) e (2) son serie di coniche bitangenti, che le quattro corde di contatto sono le tangenti comuni alle coniche (1) e (2), e che i quattro punti in cui si secano le coppie di tangenti di contatto sono i punti comuni alle coniche (1) e (2). Pertanto, osservando che, dati due gruppi congiunti, le due coniche comuni si possono assumere come coniche (1) e (2), e che allora le coniche delle due quaterne residue son contenute a coppie nelle serie (3), (4), (5), (6), si conchiude: *In due gruppi congiunti le coniche non comuni si corrispondono una ad una per guisa che due coniche corrispondenti sono bitangenti; il quadrilatero delle quattro corde di contatto e il quadrangolo dei quattro punti d'incontro delle coppie di tangenti di contatto non sono altro che il quadrilatero circoscritto ed il quadrangolo iscritto nelle due coniche comuni ai due gruppi;* e precisamente quel lato del quadrilatero, che si riferisce ad una certa coppia di coniche corrispondentisi nei due gruppi, ha per corrispondente quel vertice del quadrangolo che si riferisce alla stessa coppia di coniche; quindi il primo è polare del secondo rispetto ad entrambe le coniche. Di qui segue che *in un gruppo di sei coniche in involuzione considerandone due ad arbitrio ogni lato del quadrilatero ad esse*

circoscritto, e così pure ogni vertice del quadrangolo in esse iscritto, si può far corrispondere ad una delle rimanenti quattro coniche, per guisa che ogni lato del quadrilatero è polare del vertice corrispondente del quadrangolo rispetto alla conica che corrisponde ad entrambi.

La conica (a) appartiene a tutte e quattro le serie (3), (4), (5), (6), dunque è bitangente a tutte le coniche delle medesime, e quindi anche alle due quaterne di coniche, ciascuna delle quali colle (1) e (2) forma un gruppo di sei coniche in involuzione. Dunque *per ogni gruppo di sei coniche in involuzione si hanno* 15 *coniche, ciascuna delle quali è bitangente a quattro coniche del gruppo. Con tali* 15 *coniche insieme alle sei del gruppo proposto si possono formare altri sei differenti gruppi di sei coniche in involuzione*. ciascuno dei quali contiene una conica del gruppo proposto e le cinque polari reciproche rispetto ad essa delle cinque coniche rimanenti, perchè se due coniche sono in involuzione le loro reciproche rispetto ad una conica qualunque sono ancora in involuzione. *Si ottiene così un gruppo di* 21 *conica, ciascuna delle quali è in involuzione con altre* 10 *del gruppo.*

Se nelle equazioni (3), (4), (5), (6) si pone $x_1 = 0$, si vede che le (3) e (4) diventano identiche fra loro, e lo stesso avviene per le (5) e (6); dunque la retta $x_1 = 0$ è una corda comune alle due coniche (3) e (4) ed alle due (5) e (6); analogamente si vede che la retta $x_2 = 0$ è una corda comune alle coniche (3), (5) e alle (4), (6), e che la retta $x_3 = 0$ è una corda comune alle coniche (3), (6) e alle (4), (5). Ma le rette $x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = 0$ sono i lati del triangolo autoconiugato rispetto alle coniche (1) e (2). Dunque combinando due a due quattro coniche di un gruppo, ogni lato del triangolo autoconiugato rispetto alle due coniche residue fa da corda per due coppie di coniche, e precisamente per due coppie complementari. Pertanto se si considerano per es. le coniche 1 e 2 come appartenenti alle sei quaterne 1234, 1235, 1236, 1245, 1246, 1256, si conchiude che i sei lati del quadrangolo completo iscritto nelle due coniche 1 e 2 son lati dei triangoli autoconiugati rispetto alle coppie 56, 46, 45, 36, 35, 34. Si hanno così 15 quadrangoli completi (uno per ogni combinazione binaria) i cui lati son lati di triangoli autoconiugati; cioè *i* 45 *lati dei* 15 *triangoli autoconiugati formano* 15 *quadrangoli completi*,

in ciascuno dei quali i quattro vertici sono una quaterna di punti comuni a due coniche, e però il triangolo diagonale è eziandio uno dei triangoli autoconiugati. Si può in sei modi differenti prendere cinque di tali quadrangoli completi in modo che i 30 *lati di questi, insieme ai* 15 *lati dei* 5 *rispettivi triangoli diagonali, esauriscano tutti i* 45 *lati dei* 15 *triangoli autoconiugati:* perchè basta considerare cinque quadrangoli corrispondenti alle cinque combinazioni binarie che contengono una stessa conica, come risulta dalla tabella seguente

	12	13	14	15	16	23	24	25	26	34	35	36	45	46	56
12	.	.	.	.	.	.	.	.	.	I	I	I	I	I	I
13	.	.	.	.	.	.	I	I	I	.	.	.	II	II	II
14	.	.	.	.	.	I	.	II	II	.	II	II	.	.	III
15	.	.	.	.	.	II	II	.	III	II	.	III	.	III	.
16	.	.	.	.	.	III	III	III	.	III	III	.	III	.	.
23	.	.	I	I	I	.	.	.	.	.	.	.	III	III	III
24	.	I	.	II	II	.	.	.	.	.	III	III	.	.	II
25	.	II	II	.	III	.	.	.	.	III	.	II	.	II	.
26	.	III	III	III	.	.	.	.	.	II	II	.	II	.	.
34	I	.	.	III	III	.	.	III	III	.	.	.	.	.	I
35	II	.	III	.	II	.	III	.	II	.	.	.	.	I	.
36	III		II	II	.	.	II	II	.	.	.	.	I	.	.
45	III	III	.	.	I	III	.	.	I	.	.	I	.	.	.
46	II	II		I	.	II	.	I	.	.	I	.	.	.	.
56	I	I	I	.	.	I	I	.	.	I	.	.	.	.	.

nella quale i numeri I, II, III d'una stessa colonna denotano i lati d'uno stesso triangolo autoconiugato rispetto alla coppia di coniche che intesta la colonna; in ogni linea si hanno i sei lati del quadrangolo iscritto nella coppia di coniche che intesta la linea. Si vede che due quadrangoli, le cui linee hanno un indice comune, non hanno alcun lato comune, e due quadrangoli, le cui linee hanno indici differenti, hanno uno ed un solo lato comune.

Mediante le equazioni (*b*) è facile verificare che in un quadrangolo iscritto in due coniche i tre lati uscenti da un vertice son lati dei tre triangoli autoconiugati rispetto alla conica corrispondente al vertice e rispetto a una delle altre tre. Di qui segue che nella tabella precedente i lati d'ogni quadrangolo sono così disposti, che concorrono in un vertice i tre lati le cui colonne hanno un indice comune, e sono lati opposti quelli le cui colonne non hanno indici comuni. Segue inoltre che *ogni congiungente due punti comuni a due coniche è un lato del triangolo autoconiugato rispetto a quelle due coniche, cui quei punti corrispondono.*

Siccome nella configurazione che noi consideriamo vige una perfetta dualità, così possiamo senz'altro conchiudere che *i* 45 *vertici dei* 15 *triangoli autoconiugati formano* 15 *quadrilateri completi, di ciascuno dei quali i quattro lati sono le tangenti comuni a due coniche, e però il triangolo diagonale è eziandio un triangolo autoconiugato. Si può in sei modi differenti prendere cinque di tali quadrilateri in modo che i* 30 *vertici di questi, insieme ai* 15 *vertici dei* 5 *rispettivi triangoli diagonali, esauriscano tutti i* 45 *vertici dei* 15 *triangoli autoconiugati. Ogni punto, in cui si secano due delle tangenti comuni a due coniche, è un vertice del triangolo autoconiugato rispetto a quelle due coniche cui quelle tangenti corrispondono.*

La tabella precedente è valevole anche pei vertici, quando i numeri I, II, III d'una stessa colonna denotino i vertici d'uno stesso triangolo autoconiugato; allora in ogni linea stanno scritti i vertici del quadrilatero circoscritto alle due coniche che intestano la linea.

Intanto da ciò che precede si ricava che *i* 45 *lati dei* 15 *triangoli autoconiugati concorrono quattro a quattro nei* 45 *vertici, e queste quaterne sono armoniche; concorrono inoltre tre a tre nei* 60 *punti in cui si secano le coppie di coniche del gruppo.* E dualmente *i* 45 *vertici dei* 15 *triangoli autoconiugati giacciono quattro a quattro sui* 45 *lati, e tali quaterne sono armoniche; giacciono inoltre tre a tre sulle* 60 *tangenti alle coppie di coniche.*

Convenendo di rappresentare con uno stesso numero romano I o II o III il vertice d'un triangolo ed il suo lato opposto, dato un lato (o vertice), dei quattro vertici (o lati) che esso contiene due son vertici (o lati) del triangolo cui quel lato (o vertice) appartiene. i rimanenti due si rinvengono nella tabella

sulla linea omonima alla colonna in cui giace il dato lato (o vertice), e sulle due colonne omonime alle linee su cui si trova il lato (o vertice) stesso.

Consideriamo per es. le due coniche 1 e 2; le due corde di contatto di esse colla conica, che è bitangente alle medesime ed alle 3 e 4, sono (come abbiam visto) due tangenti comuni alle 5 e 6 e precisamente quelle che abbiamo chiamato corrispondenti alle coniche 1 e 2, così che concorrono nel vertice I_{12} (*); in questo vertice concorrono eziandio i lati I_{34} e I_{56}, i quali essendo corde comuni alle coniche 1 e 2 sono perciò armonici con quelle due tangenti (**). Analogamente considerando le stesse due coniche 1 e 2 e la conica che è bitangente ad esse e alle 5 e 6, si conchiude che in I_{12} concorrono le due tangenti comuni alle 3 e 4 che corrispondono alle 1 e 2, e che queste tangenti sono armoniche coi lati I_{34} e I_{56}. Infine nello stesso vertice concorrono ancora i lati II_{12} e III_{12} i quali sono pur essi armonici con I_{34} e I_{56}. Tutto ciò si può enunciare generalmente così: *Da un vertice d'un triangolo escono due suoi lati, due coppie di rette tangenti ciascuna a una coppia di coniche, e due lati di altri due triangoli; le prime tre coppie di rette appartengono ad una involuzione, di cui le ultime due rette sono i raggi doppi.*

Rispetto a quattro coniche del gruppo in involuzione esistono (come in generale per quattro coniche qualunque del piano) tre coppie di punti coniugati, i quali sono i vertici del quadrilatero circoscritto alle due coniche residue, perchè queste individuano la schiera unita alla serie lineare di ∞^3 coniche determinata dalle prime quattro. Pertanto se consideriamo tre coniche per es. 1 2 3 come appartenenti alle quaterne 1 2 3 4, 1 2 3 5, 1 2 3 6, i 18 vertici dei tre quadrilateri circoscritti alle coppie di coniche 56, 46, 45 sono a coppie coniugati rispetto alle tre coniche 1 2 3, dunque stanno su una curva del 3° ordine, che è la loro Jacobiana; risulta subito dalla tabella che essi sono i 9 vertici dei tre triangoli coniugati rispetto alle coppie di coniche 12,

(*) Apponendo due indici ad un numero I, II, III, intendiamo parlare di un vertice o lato del triangolo coniugato rispetto alle due coniche corrispondenti a quei due indici.

(**) Perchè, se due coniche sono bitangenti a una terza, le loro corde di contatto e una coppia delle loro corde comuni concorrono in un punto e formano fascio armonico.

13, 23, e 9 vertici scelti uno da ciascuno dei 9 triangoli coniugati rispetto alle coppie di coniche 14, 15, 16, 24, 25, 26, 34, 35, 36. Questi ultimi 9 punti sono i poli coniugati dei primi 9, e sono i terzi punti in cui i 9 lati dei primi tre triangoli secano ancora la Jacobiana delle coniche 1 2 3; considerando poi la Jacobiana delle coniche 4 5 6 si vede che essi giacciono ancora su di questa: essi sono adunque le intersezioni di queste due Jacobiane, ed anzi son flessi su entrambe. Infatti. posto per brevità di scrittura

$$x_2 x_3 (\omega x_2 + \omega^2 x_3) + x_3 x_1 (\omega^2 x_1 + \omega x_3) + x_1 x_2 (\omega x_1 + \omega^2 x_2) = X ,$$

la Jacobiana delle tre coniche 1 2 3 ha per equazione

$$3 x_1 x_2 x_3 + k X = 0$$

la Jacobiana delle tre coniche 4 5 6 ha per equazione

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 2 k x_1 x_2 x_3 - X = 0$$

inoltre la curva di 3° ordine, rispetto a cui la rete individuata dalle coniche 1 2 3 è rete polare, ha per equazione

$$(3 - 2k)[x_1^3 + x_2^3 + x_3^3] + 6 k x_1 x_2 x_3 + 3 k X = 0 \quad (^*).$$

Ora dall' equazione $3(k+1) + 2k^2 = 0$ moltiplicata per $2k - 3$ segue quest'altra

$$\frac{4 k^3}{3 + k} = \frac{3}{k}$$

mercè la quale è facile vedere che le tre curve considerate formano fascio; ma la prima è Hessiana della terza; dunque i punti basi del fascio son flessi su tutte e tre.

Dualmente la curva di 3ª classe Hermitiana della rete 123, potendosi considerare come Jacobiana del tessuto 456, ha per tangenti i 18 lati dei tre quadrangoli iscritti nelle coppie di coniche 12, 13, 23, i quali sono i 9 lati dei tre triangoli coniugati rispetto alle coppie 45, 46, 56, e 9 lati scelti uno da ciascuno dei 9 triangoli coniugati rispetto alle coppie 14, 15, 16, 24, 25, 26, 34, 35, 36: questi ultimi sono le tangenti cuspidali.

(*) Le coniche 1, 2, 3 sono polari rispettivamente dei punti $(1, 1, 1)$ $(1, \omega, \omega^2)$ $(1, \omega^2, \omega)$.

La Jacobiana e la Hermitiana delle tre coniche 123 (come in generale) si toccano dove si secano, i 9 punti comuni sono i 9 vertici dei tre triangoli coniugati rispetto alle coppie di coniche 12, 13, 23, perchè questi sono i poli coniugati dei flessi; e le 9 tangenti comuni sono i 9 lati dei tre triangoli coniugati rispetto alle coppie 45. 46, 56. Dunque combinando tre a tre le sei coniche del gruppo si ha che *i* 45 *vertici dei* 15 *triangoli autoconiugati stanno a* 18 *a* 18 *sopra* 20 *curve del* 3° *ordine, che sono le Jacobiane delle terne di coniche, e alle quali son tangenti* 9 *dei* 45 *lati. Le Jacobiane di due terne complementari di coniche si secano secondo* 9 *vertici, i quali son flessi su entrambe; così coi* 45 *vertici si possono formare* 10 *gruppi di* 9, *basi di* 10 *fasci sizigetici di curve del* 3° *ordine.* E dualmente.

Consideriamo il gruppo di 9 vertici che son flessi sulle Jacobiane delle due terne di coniche 123 e 456, essi sono

$$\begin{matrix} I_{14} & I_{24} & I_{34} \\ I_{15} & I_{25} & I_{35} \\ I_{16} & I_{26} & I_{36} \end{matrix} .$$

È noto che i 9 flessi d'una curva del 3° ordine stanno tre a tre in linea retta, e danno luogo a quattro triangoli ciascuno dei quali ha distribuiti sui suoi lati tutti i 9 flessi. Nel nostro caso le tre terne di vertici

$$(I_{14} \quad I_{24} \quad I_{34}) \qquad (I_{15} \quad I_{25} \quad I_{35}) \qquad (I_{16} \quad I_{26} \quad I_{36})$$

son terne di punti in linea retta, perchè i punti di una stessa terna sono scritti in una stessa linea della tabella (rispettivamente 56, 46, 45) e le relative colonne hanno un indice comune (rispettivamente 4, 5, 6); per analoghe ragioni son terne di punti in linea retta le terne di vertici

$$(I_{14} \quad I_{15} \quad I_{16}) \qquad (I_{24} \quad I_{25} \quad I_{26}) \qquad (I_{34} \quad I_{35} \quad I_{36}) .$$

Così si hanno già due triangoli dei flessi, i loro lati son rette fra le 60 tangenti alle coppie di coniche. Inoltre ciò basta per determinare la disposizione dei flessi e per dedurre che le tre terne

$$(I_{14} \quad I_{25} \quad I_{36}) \qquad (I_{16} \quad I_{24} \quad I_{35}) \qquad (I_{15} \quad I_{26} \quad I_{34})$$

son terne di punti in linea retta e danno luogo al terzo triangolo dei flessi; e così pure le tre terne

$$(I_{14} \quad I_{26} \quad I_{35}) \qquad (I_{15} \quad I_{24} \quad I_{36}) \qquad (I_{16} \quad I_{25} \quad I_{34})$$

son terne di punti in linea retta e danno luogo al quarto triangolo dei flessi. I sei lati di questi ultimi due triangoli sono 6 nuove rette su cui giacciono tre a tre i 9 vertici considerati. Dunque tenendo conto di tutti e 10 i gruppi di 9 vertici che son flessi di cubiche, si conchiude che *i* 45 *vertici dei* 15 *triangoli autoconiugati, oltrechè giacere tre a tre sulle* 60 *tangenti alle coppie di coniche, giacciono ancora tre a tre sopra altre* 60 *rette, le quali colle prime formano l'insieme delle* 120 *rette dei flessi per le* 20 *cubiche Jacobiane.* E dualmente.

Consideriamo ora un vertice qualunque, per es. I_{14}; questo l'abbiamo riscontrato tra i flessi comuni alle due Jacobiane delle due terne di coniche 123 e 456; esso figura inoltre tra i flessi comuni alle due Jacobiane delle due terne di coniche 156 e 234, i quali flessi sono:

$$\begin{array}{ccc} I_{12} & I_{13} & I_{14} \\ III_{25} & III_{35} & III_{45} \\ III_{26} & III_{36} & III_{46} \,. \end{array}$$

Pertanto nel vertice I_{14} concorrono le 8 rette congiungenti le seguenti coppie di vertici

$$\begin{array}{cccc} (I_{24} \quad I_{34}) & (I_{15} \quad I_{16}) & (I_{25} \quad I_{36}) & (I_{26} \quad I_{35}) \\ (I_{12} \quad I_{13}) & (III_{45} \quad III_{46}) & (III_{25} \quad III_{36}) & (III_{26} \quad III_{35}) \;; \end{array}$$

inoltre nel vertice I_{14} concorrono (come si è visto) quattro lati di triangoli autoconiugati, e precisamente i lati II_{14}, III_{14}, I_{23}, III_{56}, i quali oltre I_{14} contengono le seguenti quattro terne di vertici

$$(III_{14}\; II_{35}\; II_{36}) \quad (II_{14}\; II_{36}\; II_{35}) \quad (II_{23}\; III_{23}\; III_{56}) \quad (I_{56}\; II_{56}\; I_{23}) \,.$$

Di qui appare che i due triangoli coniugati rispetto alle coppie di coniche 25 e 36 sono omologici, e così pure sono omologici i due triangoli autoconiugati rispetto alle coppie di coniche 26, 35; centro di omologia è il vertice I_{14}. Dualmente ragionando sul lato I_{14} si trova l'omologia delle stesse coppie di triangoli, e per asse di omologia il lato I_{14}. Questo risultato si può enunciare generalmente così: *In ognuno dei* 15 *triangoli coniugati*

ciascun vertice ed il lato opposto son centro ed asse di omologia per due coppie di quei 15 *triangoli;* questi quattro triangoli son coniugati rispetto a quattro delle sei coppie di coniche formate combinando due a due le quattro coniche rispetto a cui il primo triangolo non è coniugato (essendo escluse le due coppie rispetto a ciascuna delle quali il vertice ed il lato considerato sono rispettivamente vertice del quadrilatero circoscritto e lato del quadrangolo iscritto); e sono complementari le due coppie di coniche rispetto a cui son coniugati due triangoli omologici.

Di qui segue facilmente che due triangoli coniugati rispetto a due coppie di coniche tutte differenti sono doppiamente omologici, hanno cioè due centri e due assi di omologia; i primi son due vertici e i secondi son due lati del triangolo coniugato rispetto alle due coniche residue (essendo esclusi quel vertice e quel lato di quest'ultimo triangolo, che appartengono il primo come vertice comune ai due quadrilateri circoscritti, il secondo come lato comune ai due quadrangoli iscritti nelle due coppie di coniche). Dunque *ognuno dei* 15 *triangoli coniugati è omologico con altri sei, e l'omologia è doppia.*

Siccome due di questi triangoli doppiamente omologici hanno una coppia di vertici corrispondentisi in entrambe le omologie, così per essi non è vero ciò che vale per due triangoli omologici in doppia guisa, quando ai tre vertici dell'uno corrispondono due permutazioni cicliche dei tre vertici dell'altro, cioè che essi siano ancora omologici in una terza maniera (*).

Torino, Aprile 1882.

(*) V. ROSANES, *Ueber Dreiecke in perspectivischer Lage*, Math. Ann. Bd. II. SCHROETER, *Ueber perspectivisch liegende Dreiecke*, ib.

Qui mi accade notare, che del teorema accennato si può dare una dimostrazione molto semplice e differente da quelle di ROSANES e di SCHROETER, considerando il fascio di curve di 3° ordine che ha per punti base i 9 punti in cui i tre lati dell'un triangolo secano i tre lati dell'altro, e osservando che se 6 di quei 9 punti stanno su due rette (due assi di omologia) i rimanenti tre saranno ancora in linea retta (terzo asse di omologia).

Il Socio Cav. Prof. Enrico D'Ovidio presenta e legge la seguente Nota del sig. Dott. Giuseppe Peano, Assistente presso la R. Università di Torino,

SUI SISTEMI DI FORME BINARIE

DI EGUAL GRADO

E SISTEMA COMPLETO DI QUANTE SI VOGLIANO CUBICHE.

Si immagini il sistema completo di forme invariantive di N forme binarie di grado eguale n; si dicano d'uno stesso *tipo* due formazioni che si possono ottenere l'una dall'altra con operazioni polari, derivando rispetto ai coefficienti di una forma, ed introducendo quelli di un'altra: le forme del sistema completo apparterranno ad un certo numero di tipi. Si supponga ora che N cresca indefinitamente; si presenta la questione se il numero dei tipi cresce pure indefinitamente, o rimane finito. Il calcolo diretto mostra che per $n=1$, e per $n=2$ il numero dei tipi è finito (e vale rispettivamente 2 e 4): voglio dimostrare che lo stesso avviene qualunque sia il grado delle forme. La dimostrazione che sto per dare basa sul seguente teorema:

« Una funzione F omogenea di n sistemi di n variabili si può ordinare secondo le potenze ascendenti del determinante delle variabili in modo che i coefficienti siano forme polari di funzioni ottenute da f con operazioni polari, e che contengono un sistema di variabili di meno ».

Questo teorema, che per $n=2$ dà la formola di Gordan (*) fu dimostrato dal chiar. Prof. A. Capelli prima per $n=3$ (**) ed ultimamente per ogni valore di n (***).

(*) *Math. Annalen*, Bd. III — Clebsch - *Binären Formen*, pag. 15.

(**) *Forme algebriche ternarie a più serie di variabili. Giornale di matematiche*, vol. 18, pag. 17. — Confr. anche id. id., vol. 19, pag. 87.

(***) Debbo alla gentilezza del Capelli la conoscenza di questo teorema, presentato all'Accademia dei Lincei nella seduta 5 Febbraio 1882. — Confr. anche *Transunti*, pag. 165.

Siano:

$$\begin{aligned}
f_1 &= a_0 x_1^n + n a_1 x_1^{n-1} x_2 + \dots \\
f_2 &= b_0 x_1^n + n b_1 x_1^{n-1} x_2 + \dots \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
f_n &= h_0 x_1^n + n h_1 x_1^{n-1} x_2 + \dots \\
f_{n+1} &= k_0 x_1^n + n k_1 x_1^{n-1} x_2 + \dots
\end{aligned}$$

$n+1$ forme binarie di grado n; F una funzione intera omogenea dei coefficienti di queste $n+1$ forme (e, ove occorra, di altre quantità); posto:

$$R = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \dots a_n \\ b_0 & b_1 \dots b_n \\ \dots & \dots \\ k_0 & k_1 \dots k_n \end{vmatrix},$$

F si potrà, in virtù del teorema citato, ordinare secondo le potenze di R. in modo che i coefficienti siano forme polari di funzioni $\varphi_0\ \varphi_1 \dots$ ottenute da F mediante operazioni polari, e le quali funzioni non contengono $k_0\ k_1 \dots k_n$.

Se F è una forma invariantiva delle

$$f_1,\ f_2, \dots f_n,\ f_{n+1},\ f_{n+2}, \dots f_{n+i},$$

ordinandola secondo le potenze di R, le funzioni φ, che si ottengono da F con operazioni polari, sono funzioni invariantive di tutte le forme date, eccettuata la f_{n+1}. Considerando le funzioni φ in quanto funzioni dei coefficienti di $f_1, f_2 \dots f_n, f_{n+2}$, si potranno ordinare secondo le potenze del determinante che si ottiene da R sostituendo ai coefficienti della f_{n+1} quelli della f_{n+2}; e così operando i volte di seguito si avrà la forma F espressa in funzione di invarianti dello stesso tipo R, e di forme che si ottengono con operazioni polari da formazioni invariantive di n sole fra le forme date. Quindi si può enunciare la seguente proposizione:

« In un sistema di quante si vogliano forme binarie dello stesso grado n prendansene n ad arbitrio, se ne calcoli il sistema completo, e si aggiunga ad esso l'invariante R (ove sia fondamentale); si facciano di queste forme invariantive tutti i sistemi polari, introducendo i coefficienti delle altre forme; si avrà un sistema di forme invariantive, in funzione delle quali si esprime

ogni forma invariantiva delle date; in questo sistema trovansi perciò tutte le forme fondamentali delle date forme ».

Od ancora, siccome le forme invariantive di n forme binarie (rimanendo n costante) sono in numero finito, ed appartengono ad un numero finito di tipi. non alterato con operazioni polari. conchiudo:

« Le forme invariantive di forme binarie di egual grado, crescenti in numero indefinitamente, appartengono ad un numero finito di tipi ».

Le proposizioni precedenti ci permetterebbero agevolmente di ritrovare i sistemi completi già noti delle forme lineari e delle quadratiche; io l'applicherò alla ricerca del sistema ancora incognito di quante vogliansi cubiche.

Abbiansi le cubiche binarie in numero qualunque:

$$f_1 = a_x^3 = a_0 x_1^3 + 3 a_1 x_1^2 x_2 + \ldots$$
$$f_2 = b_x^3 = b_0 x_1^3 + 3 b_1 x_1^2 x_2 + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La proposizione precedente dice che il loro sistema completo si ottiene con operazioni polari dal sistema composto delle forme fondamentali di tre di esse, per es. f_1, f_2, f_3 e dell'invariante:

$$R = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} = (ab)(ac)(ad)(bc)(bd)(cd) ;$$

ma farò vedere che R non è fondamentale, e che il sistema di tre cubiche si può dedurre da quello di due.

Si ha invero l'identità:

$$(ab)(ac)(ad)(bc)(bd)(cd)$$
$$= -\tfrac{1}{3}\left[(ab)^3(cd)^3 + (bc)^3(ad)^3 + (ca)^3(bd)^3\right] \text{(*)} ,$$

che dice appunto non essere R fondamentale.

(*) Clebsch - *Binären Formen*, pag. 275

Per la seconda parte mi occorre premettere una formula (*). Il teorema accennato del Capelli. dà per $n=3$:

$$F=\Sigma\Delta\varphi_0+\Sigma(XYZ)\Delta\varphi_1+\Sigma(XYZ)^2\Delta\varphi_2+\ldots$$

dove F è funzione delle tre terne di variabili X_1, X_2, X_3; Y, Y_2, Y_3; Z_1, Z_2, Z_3, (XYZ) il loro determinante; φ_0, φ_1, .. sono funzioni che contengono le sole variabili X ed Y, Δ è il simbolo d'un sistema d'operazioni polari, ed il Σ si estende alla somma di più termini analoghi. Siccome un'operazione polare fatta sul determinante (XYZ) lo annulla, si potrà portare il simbolo operativo Δ davanti al fattore determinante, e si avrà:

$$F=\Sigma\Delta\varphi_0+\Sigma\Delta\Big|(XYZ)\varphi_1\Big|+\Sigma\Delta\Big[(XYZ)^2\varphi_2\Big]+\ldots$$

le nuove funzioni φ potendo differire dalle precedenti per fattori numerici.

Prendasi per funzione F il prodotto $X_1^l\ Y_2^m\ Z_3^p$ e nella formula alle variabili si sostituiscano le seguenti funzioni lineari di tre nuovi sistemi con n variabili:

$$X_1=\alpha_x,\quad X_2=\beta_x,\quad X_3=\gamma_x;\quad Y_1=\alpha_y,\quad Y_2=\beta_y,\quad Y_3=\gamma_y;$$
$$Z_1=\alpha_z,\quad Z_2=\beta_z,\quad Z_3=\gamma_z.$$

A sinistra si ottiene $\alpha_x^l\ \beta_y^m\ \gamma_z^p$; a destra si avranno funzioni delle espressioni lineari precedenti; le operazioni polari fatte rispetto alle variabili X, Y, Z e rappresentate dal simbolo Δ sono equivalenti ad operazioni polari fatte sulle nuove variabili x, y, z, perchè si ha, essendo ψ una funzione qualunque:

$$\frac{\partial\psi}{\partial X_1}Y_1+\frac{\partial\psi}{\partial X_2}Y_2+\frac{\partial\psi}{\partial X_3}Y_3=\sum_i\frac{\partial\psi}{\partial X_i}Y_i$$

$$=\sum_i\left(\frac{\partial\psi}{\partial X_i}\sum_j\frac{\partial X_i}{\partial x_j}y_j\right)=\sum_j\left(y_j\sum_i\frac{\partial\psi}{\partial X_i}\frac{\partial X_i}{\partial x_j}\right)$$

$$=\sum_j y_j\frac{\partial\psi}{\partial x_j}.\quad \text{C. V. D.}$$

(*) Questa formola, ed il ragionamento per trovarla presentano completa analogia con quanto trovasi nel CLEBSCH - *Ueber eine Fundamentalaufgabe* ecc. § 7, pag. 22, cui rimando per maggiori schiarimenti.

ed il determinante (XYZ) diventa:

$$\begin{vmatrix} \alpha_x & \beta_x & \gamma_x \\ \alpha_y & \beta_y & \gamma_y \\ \alpha_z & \beta & \gamma_z \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} x_1 x_2 \dots x_n \\ y_1 y_2 \dots y_n \\ z_1 z_2 \dots z_n \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \dots \beta_n \\ \gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_n \end{Vmatrix} .$$

Sostituendo, si ottiene:

$$\alpha_x{}^l \beta_y{}^m \gamma_z{}^p = \Sigma \Delta \varphi_0 + \Sigma \Delta \left\{ \begin{Vmatrix} x_1 \dots x_n \\ y_1 \dots y_n \\ z_1 \dots z_n \end{Vmatrix} . \begin{Vmatrix} \alpha_1 \dots \alpha_n \\ \beta_1 \dots \beta_n \\ \gamma_1 \dots \gamma_n \end{Vmatrix} \varphi_1 \right\} + \dots$$

che è un'identità, qualunque siano le quantità che vi compaiono.

Suppongasi in essa le α, β, γ simboli; il membro di sinistra può rappresentare qualunque funzione di tre sistemi di variabili x, y, z, e l'identità continua a sussistere perchè in ambo i membri i coefficienti di questa funzione effettiva entrano a primo grado: e la formula così interpretata dice:

« Una funzione F di tre sistemi di n variabili x, y, z si può ottenere mediante operazioni polari da funzioni delle variabili x, y e dei determinanti della matrice (x, y, z), ottenute alla loro volta da F con operazioni polari ».

Suppongasi ora $n = 4$, i tre sistemi di variabili quaternarie i coefficienti di tre cubiche f_1, f_2, f_3, e la F funzione invariantiva di esse; si avrà F espressa mediante forme polari di forme invariantive, funzioni dei coefficienti:

$$\begin{matrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \end{matrix}$$

e dei determinanti della matrice:

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} .$$

Si consideri ora il covariante cubico delle tre forme:

$$p_x{}^3 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ -x_2{}^3 & x_1 x_2{}^2 & -x_1{}^2 x_2 & x_1{}^3 \end{vmatrix} = (ab)(ac)(bc)\, a_x b_x c_x = -\tfrac{1}{3}[f_1 A_{23} + f_2 A_{31} + f_3 A_{12}] ,$$

posto $A_{12}=(ab)^3$, ecc., e l'ultima riduzione ottenendosi colla stessa formula che già servì per R. I determinanti della matrice (abc) sono eguali ai coefficienti di p^3_x, e quindi funzioni lineari degli invarianti A: sostituendo questa loro espressione in F, tutti i termini, a meno del primo, che contengono i determinanti della matrice (abc) al grado per es. r, vengono a contenere omogeneamente al grado r gli invarianti A, e si decomporranno in funzione di questi invarianti, e di altre forme invariantive di grado totale diminuito di $2r$: e applicando a queste nuove forme lo stesso procedimento, si ricava che ogni forma invariantiva F simultanea di tre cubiche viene espressa in funzione di forme polari di formazioni invariantive di due cubiche, e degli invarianti A, che appartengono pure alla stessa categoria.

I risultati precedenti, uniti al sistema completo noto di due cubiche (*), ci permettono la seguente conclusione:

« Le forme invariantive di quante si vogliano cubiche ternarie appartengono a 10 tipi distinti, che sono i seguenti - ogni tipo essendo determinato da una forma -:

1° Una delle cubiche date (covariante cubico);

2° Il Jacobiano di due cubiche (covariante biquadratico);

3° L'Hessiano di una cubica (covariante quadratico);

4° Il terzo scorrimento di due cubiche (invariante);

5° Il covariante Q di una cubica (covariante cubico);

6° Il secondo scorrimento di una forma (3) su una cubica (covariante lineare);

7° Il risultante d'una cubica (invariante):

8° Il Jacobiano di due forme del tipo 3° (covariante quadratico);

9° Il primo scorrimento di una forma (3) con una (6) (covariante lineare);

10° Il risultante di due forme lineari (6) (invariante) ».

Per completare la questione si potrebbe trovare il numero delle forme appartenenti ad ogni tipo, le relazioni che passano fra esse, ed i loro significati geometrici. Riguardo al numero

(*) CLEBSCH - *Binären Formen*, § 61. Ivi però presentansi due covarianti lineari appartenenti ad un undicesimo tipo, dimostrati sovrabbondanti dal SYLVESTER (*Comptes rendus*, etc. nov. 1879) ed espressi in funzione dei fondamentali dal mio Ch.mo Prof. D'OVIDIO (*Atti R. Acc. Torino*, Dicembre 1879).

osserverò solamente che le 26 forme invariantive di due cubiche si raggruppano nei dieci tipi rispettivamente in numero di 2, 1, 3, 1, 4, 2, 5, 3, 4, 1; e se le forme date sono in numero di N, le forme fondamentali appartenenti ad ogni tipo sono rispettivamente in numero di:

$$N\,,\quad \frac{1}{2}N(N-1)\,,\quad \frac{1}{2}N(N+1)\,,\quad \frac{1}{2}N(N-1)\,,$$

$$\frac{1}{2\,.\,3}N(N+1)(N+2)\,,\quad \frac{1}{3}(N-1)N(N+1)\,,$$

$$\frac{1}{2\,.\,3\,.\,4}N(N+1)(N+2)(N+3)\,,\quad \frac{1}{8}(N-1)N(N+1)(N+2)\,,\ \text{ecc.}$$

come per alcuni è evidente, e per altri si dimostra dopo alcune considerazioni.

In questa adunanza il Socio Alessandro DORNA legge una sua Memoria intitolata: « *Interpretazione matematica dell'ipotesi con cui Domenico Cassini determinò la rifrazione astronomica, e teoria esatta che ne risulta, libera da ogni supposizione arbitraria sulla costituzione dell'atmosfera, per una proprietà di questa che non era ancora stata indicata* ». Questo lavoro del Socio DORNA è ad unanimità approvato per la stampa nei Volumi *delle Memorie*.

Adunanza del 30 Aprile 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio NACCARI presenta e legge il seguente lavoro del signor Prof. Antonio ROITI, Corrispondente dell'Accademia:

METODO
PER
DETERMINARE L'OHM.

Nel 1874, come si trova indicato al § 12 de' miei studi sull'azione elettromotrice dei solenoidi neutri (1), mi era venuto in mente un modo di prendere la misura assoluta delle resistenze elettriche, che ho poi trascurato di applicare per non aver avuto in pronto gli strumenti necessari. Ma ora, che la determinazione dell'*ohm* è, come si dice, all'ordine del giorno, stimo opportuno di riprendere quel concetto, quantunque vi abbia già ricorso, almeno in parte, anche il Prof. Rowland (2), quando nel 1878 verificò alcune copie del campione di resistenza costruito sotto gli auspicî dell'Associazione Britannica.

Egli misurava colla bussola delle tangenti l'intensità i d'una corrente primaria che circolava in un rocchetto, e deduceva dal primo impulso d'un galvanometro l'intensità q' della corrente integrale indotta in un secondo rocchetto all'atto che invertiva quella corrente primaria. La resistenza del circuito indotto era data dalla formola

$$R = 2\,M\frac{i}{q'},$$

(1) *Nuovo Cimento*, S. 2, vol. XI, pag. 55.
(2) *Journal de Physique*, vol. VIII, p. 246.

dove M è il coefficiente d'induzione mutua dei due rocchetti, ed il rapporto $\frac{i}{q}$, viene espresso in funzione dei coefficienti di riduzione dei due reometri, del decremento logaritmico e della durata di oscillazione del galvanometro.

Stando alle mie idee del 1874, avrei adoperato, invece del rocchetto induttore, un solenoide neutro; ed invece del rocchetto indotto, un circuito qualunque che fosse stato concatenato un certo numero di volte con esso solenoide. Per tal modo l'espressione del coefficiente d'induzione mutua diventa semplice quanto mai in funzione delle dimensioni lineari del solo solenoide inducente.

Avrei voluto anche emanciparmi dal fare delle misure assolute d'intensità, che trascinano con sè delle determinazioni e correzioni alquanto complicate: e però avrei pensato di adoperare il medesimo reometro per entrambe le quantità d'elettricità, facendovi passare una successione di correnti d'apertura (o di chiusura) ad intervalli piccoli rispetto alla durata d'oscillazione del magnete, così da poterne osservare la deviazione definitiva anzichè l'impulsiva.

Sia q la quantità totale di elettricità che circola nel galvanometro ad ogni apertura dell'inducente, e sia n il numero di tali aperture in un secondo: sarà come se nel galvanometro passasse una corrente costante d'intensità:

$$I = n\, q\ .$$

Ma se la corrente primaria ha l'intensità i, ed il circuito indotto ha la resistenza r ed è concatenato μ volte col solenoide: e se il coefficiente d'induzione mutua fra questo e quello è $\mu\, L$, sarà:

$$q = \frac{\mu\, L}{r}\, i$$

e però:

$$(1) \ldots\ldots \qquad r = n\, \mu\, L\, \frac{i}{I} = n\, \mu\, L\, \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}\,,$$

trattandosi d'una bussola delle tangenti.

Sarà forse malagevole il rendere I ed i dello stesso ordine di grandezza in maniera che le deviazioni α e β corrispondano circa allo stesso grado di sensibilità del reometro. Ma allora,

invece di misurare tutta la i, si potrà misurarne una derivazione j: e sarà:

$$i = j\left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

se c e b rappresentano le resistenze de' due rami derivati. In tal caso la (1) assume la forma:

$$r = n\,\mu\,L\left(1 + \frac{c}{b}\right)\frac{j}{I};$$

la quale diventa ancora più semplice se si prende

(2)..... $$r = b + c\ ,$$

perchè si riduce a:

$$b = n\,\mu\,L\,\frac{I}{j}\ ..$$

E, disponendo convenientemente di L, n, μ, si potrà rendere anche:

(3)..... $$j = I\ ,$$

in guisa che basterà un semplice galvanoscopio. e risulterà:

(4)..... $$b = n\,\mu\,L\ .$$

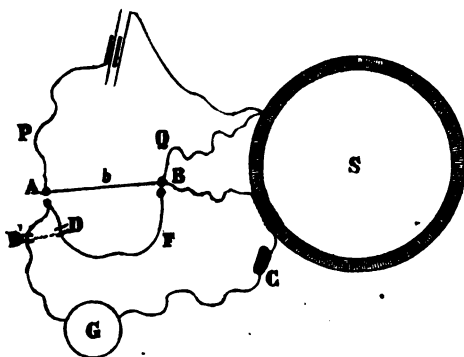
dove L ha la dimensione d'una linea, n è la reciproca di un tempo, e μ è un numero.

Riepilogando, ecco come si dovrebbe procedere:

Unire [vedi la figura alla pagina seguente] uno dei reofori P della pila direttamente col punto di derivazione A, e l'altro Q unirlo col punto B mediante il filo del solenoide neutro S. Prendere per rami derivati fra A e B la resistenza b, che si vuol determinare, e la resistenza c costituita dal galvanoscopio G e dal filo C da concatenare col solenoide. E leggere la deviazione prodotta dalla corrente costante j.

Poi sostituire. mercè rapido commutatore, alle comunicazioni di P e Q con b. quelle di P e Q con un filo F di resistenza $\frac{b\,c}{b + c}$, in guisa che non abbia a variare per tale commutazione

la corrente i, che circola nel solenoide S: e che il circuito indotto $A\,G\,C\,B\,A$ abbia la resistenza $b+c$ voluta dalla (2).

Oltre a ciò, bisognerà che in F possa funzionare un interruttore D di conserva con un altro D' nel circuito indotto:

cosicchè questo sia chiuso per le sole aperture (o per le sole chiusure) dell' inducente: e, volendo applicare la (3), si dovrà variare il numero delle concatenazioni fino ad ottenere in G la medesima deviazione di dianzi.

Tutta la difficoltà del metodo pare adunque che si concentri nell'interruttore $D\,D'$, che dovrà produrre ad ogni secondo un numero n, esattamente determinabile, di aperture nell'inducente e nell' indotto: e tale che sia grande di fronte al numero di oscillazioni che nello stesso tempo compie il magnete del galvanoscopio; ma non troppo grande per lasciar agio alle extracorrenti di spegnersi compiutamente fra due interruzioni consecutive.

Questa difficoltà non è certo insormontabile dal lato meccanico; e d'altro lato si presentano numerosi e spediti e sicuri i mezzi per verificare se sieno bene soddisfatte le condizioni ora dette.

Finirò col dare, come esempio, l'espressione completa (4) in due casi particolari.

Il solenoide è un anello coi diametri massimo è minimo d' e d, e contiene m giri di filo equabilmente distribuito. Ha la sezione circolare, ed in tal caso:

$$b = \mu\, n\, m\, \pi \left(\sqrt{d'} - \sqrt{d}\,\right)^2.$$

Ha la sezione rettangolare di altezza a, ed allora:

$$b = \mu\, n\, m\, 2\, a \log \text{nat} \frac{d'}{d} .$$

Rammento, che n è il numero delle interruzioni al secondo dell'inducente, che μ è il numero delle concatenazioni dell'indotto col solenoide neutro: e che n e μ vanno scelti in maniera che la deviazione del galvanometro rimanga la medesima tanto sotto l'azione continua dell'inducente, quanto sotto quella di n indotte d'apertura (o di chiusura) per ogni secondo.

Firenze, 20 Aprile 1882.

Il Socio Conte Tommaso SALVADORI presenta la seguente sua Nota

INTORNO AD UNA SPECIE POCO NOTA

DEL

GENERE CYCLOPSITTACUS.

L'Oustalet, Assistente per la ornitologia nel Museo del Jardin des Plantes in Parigi, descrisse nel 1880 (1) una nuova specie di *Cyclopsittacus*, che per sua grande cortesia egli mi dedicava, chiamandola *Cyclopsittacus salvadorii.*

La descrizione che egli ne dette non era compiuta, e forse neppure abbastanza chiara, per cui il Reichenow nella sua recente Monografia dei Papagalli (2) non potè darne una diagnosi latina e fu obbligato a riferire la originale descrizione francese dell'Oustalet.

Avendo io potuto esaminare recentemente un esemplare del *C. salvadorii* nel Museo Turati in Milano, ho colto questa favorevole opportunità per descrivere in modo compiuto questa bella e rara specie.

Cyclopsittacus salvadorii, Oust.

CYCLOPSITTACUS SALVADORII, Oust., Bull. Ass. Sc. de France, 1880, p. 172. — Meyer, Journ. f. Orn. 1880, p. 312 (nota).

---

(1) *Description de quelques oiseaux nouveaux de la Nouvelle-Guinée* (Ass. Sc. de France, Bull. hebdomadaire, n° 11, 1880.

(2) *Conspectus Psittacorum. Systematische Uebersicht aller bekannten Papageienarten* (Journ. f. Orn. 1881).

— Ibis, 1881, p. 165. — Rchnw. et Schal., Journ. f. Orn. 1881, p. 79. — Salvad., Ibis, 1881, p. 287. — Rchnw., Journ. f. Orn. 1881, p. 136, 137. — Id., Consp. Psitt. p. 72, 73 (1882).

Viridis, superne saturatior, subtus pallidior flavescens, pileo prasino, pulcherrime caeruleo striolato (1)*; genis flavidis, plumis longis strictis praeditis; macula postoculari laetissime caerulea; cervice viridi, paullum flavescente; pectoris fascia transversa lata parum conspicua pallide virescente; lateribus pectoris brunneo-aurantio tinctis; alis viridi-caerulescentibus, superne dorso concoloribus; remigibus intus basin versus late flavis, remigibus ultimis, dorso proximis, in pogonio interno macula aurantia obtecta ornatis; subalaribus pallide viridibus; cauda cuneata longiuscula, superne viridi-caerulescente, subtus olivacea; rostro nigro; pedibus in exuvie plumbeis.*

Long. tot. circa $0^m,220$; al. $0^m,115$; caud. $0^m,075$; rostri $0^m,020$; tarsi $0^m,016$.

Hab. in Papuasia — Nova Guinea, ad littora orientalia sinus Geelwinkiani (*Bruijn*).

L'esemplare conservato nel Museo Turati, cui è stato inviato dal Laglaize, è indicato come femmina; probabilmente esso è uno dei tipi della specie, giacchè l'Oustalet descrivendola menzionò due soli esemplari.

Il *C. salvadorii*, appartiene al gruppo delle specie che comprende il *C. desmarestii*, ma si distingue da questa e da tutte le altre affini per avere il pileo non aranciato, o rosso, ma di color verde con bellissime strie azzurre verso gli apici delle piume; inoltre esso si distingue per la lunghezza notevole delle strette piume delle gote e della regione auricolare ed anche per avere la coda alquanto più lunga di quella delle altre specie; per le dimensioni delle altre parti non differisce gran fatto dal *C. desmarestii*.

---

(1) Nella diagnosi dell'Oustalet si legge: *le front n'est pas d'un rouge vif passant en arrière au jaune orangé, mais d'une couleur* CENDRE VERTE *fortement mélangée de bleu d'outremer*. Nell'esemplare da me esaminato la fronte non è certamente di color *cendre verte*, ma di un bel verde erba.

Ad onta della sua maggiore uniformità di colorazione, questa è una bellissima specie ed inoltre molto interessante, perchè appunto per la sua semplicità, cioè pel colorito verde anche delle parti che nelle altre specie sogliono essere di color rosso-arancio, si può supporre che essa sia più somigliante allo stipite primitivo, d'onde derivarono le varie forme, che vivono ora nella Nuova Guinea.

Questa specie fu scoperta dai cacciatori del Bruijn sulla costa orientale della Baia del Geelwink, in una località posta fra i gradi 136° 30 e 137° di longitudine orientale.

Il Socio Cav. Prof. Giuseppe BASSO presenta e legge la seguente Memoria del sig. Dott. G. ALBERTOTTI (Junior), Assistente alla Clinica oftalmologica della R. Università di Torino:

GRADUAZIONE
DELL' OFTALMOMETRO
DI HELMHOLTZ.

Allorquando Helmholtz propose l'applicazione all'oftalmometro delle lamine deviatrici come mezzo pratico per misurare la grandezza delle immagini riflesse dalla cornea, il Donders, lo Knapp, Woinow, Mauthner e Reuss si servirono molto vantaggiosamente dello strumento per rinnovare e continuare gli studi sulle curvature della cornea e del cristallino dall'Helmholtz intrapresi. A siffatte determinazioni pochi in seguito si dedicarono, e per lo stesso scopo vennero proposti altri mezzi (Landolt, Javal), fra cui alcuni giudicati meno fragili ed imbarazzanti del sistema a lamine deviatrici (Giraud-Teulon).

A me invece, praticando il sistema, è sembrato che l'uso delle lamine deviatrici fosse abbastanza facile e spedito. Lo stesso sistema inoltre può venir costruito in modo da subire l'applicazione dell'oftalmoscopio, del microscopio e del cannocchiale (*), frapponendolo nel primo di tali strumenti fra lo specchio e la lente collettiva, e nei due ultimi fra il sistema oculare ed il sistema obbiettivo. Così esso può servire alla determinazione della grandezza

(*) ALBERTOTTI - *Determinazione sperimentale della grandezza della immagine oftalmoscopica rovesciata*, *Micrometria*, *Telemetria*. Torino, 1882.

dell'immagine oftalmoscopica rovesciata, alla micrometria ed alla telemetria. Egli è per ciò che, esteso l'ufficio delle lamine deviatrici, ho creduto argomento di non lieve importanza l'occuparmi in modo speciale della graduazione del sistema.

Per la graduazione dell'oftalmometro di Helmholtz, si conoscono due metodi: uno empirico, l'altro razionale.

1° *Metodo empirico.* — Consiste nello sdoppiamento, per mezzo dello strumento, di dimensioni conosciute, come ad esempio delle divisioni di una scala a decimi di millimetro situata sull'asse dello strumento a qualsiasi distanza dal piano in cui giacciono inizialmente le lamine deviatrici. Si costruisce poscia una tavola scrivendo accanto a ciascuna delle suddette dimensioni il corrispondente valore di sdoppiamento. Ciò fatto, la dimensione di un altro oggetto sarà nota quando il valore angolare necessario per lo sdoppiamento di questo oggetto corrisponda ad un valore già trovato nello sdoppiamento delle dimensioni della scala millimetrica e scritto perciò nella tavola.

Nella pratica si usa l'istrumento per determinare la grandezza di immagini riflesse della cornea, oppure di immagini capovolte della papilla ottica e dei vasi retinici, ovvero sia di immagini reali fornite da sistemi diottrici. Perciò le dimensioni, per le quali occorre conoscere il corrispondente valore di sdoppiamento, variano per lo più fra un decimo di millimetro e sei millimetri, benchè possano in casi speciali oltrepassare questi due limiti; e siffatte determinazioni sarebbero tuttavia sperimentalmente possibili, perchè lo strumento dà il grado di rotazione delle lamine corrispondente anche allo sdoppiamento di dimensioni minori di un centesimo di millimetro e maggiori di nove millimetri.

Poniamo il caso che si debbano solamente misurare tratti di dimensione multipla di un decimo di millimetro e compresi fra i limiti accennati di un decimo di millimetro e sei millimetri. Seguendo il metodo empirico della formazione della tavola di graduazione si dovranno eseguire 60 determinazioni; ma gli angoli di rotazione corrispondenti allo sdoppiamento di uno stesso tratto, e quindi teoricamente equivalenti fra di loro, sono quattro, uno per ciascun quadrante, epperciò ad una serie di sdoppiamenti di

tratti di dimensione crescente corrisponderanno quattro serie alternativamente crescenti e decrescenti, di angoli equivalenti disposte come segue:

1ª	2ª	3ª	4ª
0°	— 180° —		360°
1°	179°	181°	359°
2°	178°	182°	358°
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
88°	92°	268°	272°
89°	91°	269°	271°
— 90° —		— 270° —	

Per ogni tratto adunque debbonsi praticare quattro sdoppiamenti, e per tali 60 determinazioni occorron quindi 240 letture. Di più, come è di regola in esperimenti ad osservazione diretta, non si è autorizzati a tener per buona una lettura se non quando dessa risulta dalla media di parecchie osservazioni, fra cui la differenza sia minima, epperciò trascurabile nell'ordine di grandezze che si vogliono misurare.

Or bene, per poco si pratichi lo strumento, si scorge tosto come siano sensibili le differenze fra le osservazioni relative ad una stessa determinazione, anche per una medesima posizione delle lamine. Di qui la necessità di praticare un discreto numero di osservazioni per ciascheduna determinazione prima di poterne ricavare una media costante; il che fa tosto salire a parecchie migliaia il numero totale delle letture necessario per le determinazioni comprese nei limiti sopraindicati.

La lunghezza e la fatica per l'esecuzione materiale del lavoro sarebbero un lieve inconveniente, o non lo sarebbero punto, ove si fosse compensati dalla maggior esattezza dei risultati: ma dopo tutto si trova aver fatto un lavoro incompleto e non si potranno misurare con precisione che oggetti di cui la dimensione cada in una di quelle di cui già si determinò l'angolo di rotazione necessario per lo sdoppiamento.

Osservando inoltre che per lo sdoppiamento di un decimo di millimetro occorre un angolo maggiore di 1° e considerando come collo strumento si possano misurare angoli di 0° 6′, si vede qual considerevole numero di dimensioni pur determinabili venga trascurato nelle descritte tavole.

2° *Metodo razionale.* — Il procedimento razionale si fonda sull'uso della formola (*)

$$[1] \ldots\ldots \qquad \Delta = 2\,h\,\frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$$

in cui Δ rappresenta la dimensione di un oggetto visto a traverso le lamine deviatrici dell'oftalmometro; h lo spessore delle lamine deviatrici; α l'angolo di rotazione delle lamine che corrisponde allo sdoppiamento di Δ, ovvero sia l'angolo d'incidenza fatto dal prolungamento della linea visuale colla superficie delle lamine rivolta verso l'oggetto; β l'angolo di rifrazione relativo all'angolo α.

Il valore di β vien dedotto dalla nota formola

$$[2] \ldots\ldots \qquad n = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta}$$

in cui n rappresenta l'indice di rifrazione del mezzo di cui sono costituite le lamine: donde:

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{n}\ .$$

Sostituendo questo valore nella formola [1] si ha:

$$[3] \ldots\ldots \qquad \Delta = 2\,h\left(1 - \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\alpha}}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\alpha}}\right).$$

Dalla qual formola si vede come per valutare la dimensione di un oggetto Δ non è necessario determinare a qual distanza questo si trova, ma basta conoscere lo spessore h delle lamine e l'indice di rifrazione n delle lamine stesse, essendo che l'an-

(*) H. HELMHOLTZ - *Ueber die Accommodation des Auges.* Archiv für Ophthalm. Berlin, 1855.

golo α ci vien dato dallo strumento. Ma la necessità di dover determinare sperimentalmente in via preliminare i valori h ed n costituisce una difficoltà di grandissimo momento.

È chiaro però come determinati questi due valori per costruire le tavole di graduazione non resterà che sostituirli nell'equazione [3] e cercare successivamente il valore di Δ in funzione dell'angolo α crescente di $6'$ in $6'$ da 0^0 fino a 90^0.

Per l'oftalmometro sul quale ho eseguiti i miei studi, il valore di h venne accuratamente determinato dal Meyerstein ed è uguale a

$$0^m,00509 .$$

Della conoscenza di questo valore mi valsi nel metodo che sto per descrivere, e che essenzialmente si appoggia così sull'uno come sull'altro dei procedimenti indicati.

3° *Metodo seguito dall'A.* — Il procedimento empirico seguii nella determinazione di cinque sole dimensioni; misurai cioè quale angolo di rotazione delle lamine fosse necessario per lo sdoppiamento successivo di 1, 2, 3, 4, 5 millimetri. E questo feci con ogni cura, sia pel numero delle letture, moltiplicando le osservazioni fino a che non ottenni una media costante; ma specialmente per la scelta dell'oggetto di cui mi valsi per il raddoppiamento dell'immagine.

a) Eseguii da prima le stesse esperienze sopra i tre oggetti seguenti:

1° Un piccolo regolo d'avorio costruito dal Meyerstein somigliante a quello di cui si servì il Donders; la lunghezza è di 4 centimetri e su di esso sta incisa in nero una scala graduata a millimetri da una parte ed a mezzi millimetri dall'altra; la lunghezza dei tratti delle divisioni è di tre millimetri circa; le divisioni spiccano abbastanza bene sul bianco dell'avorio;

2° Un medaglione di madreperla, già annesso come micrometro ad un antico strumento di ottica, su di esso sta scalfita per un tratto di tre centimetri di lunghezza una scala a decimi di millimetri, e le linee di divisione misurano circa tre millimetri di altezza:

3° Un disegno a striscie parallele bianche e nere di egual larghezza (1 millimetro) somigliante alla figura seguente:

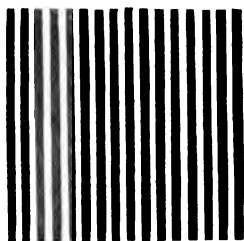



Fig. 1.

Ciascuno di questi tre oggetti veniva illuminato convenientemente e si disponeva in modo che la superficie divisa fosse verticale e che la fessura delle lamine, situata in un piano orizzontale, corrispondesse perpendicolarmente alla metà della lunghezza dei tratti di divisione successivamente della scala e del medaglione e tagliasse pure perpendicolarmente le linee del disegno. Praticai a questo modo due serie di esperienze, le une osservando l'oggetto direttamente a traverso le lamine, le altre osservando l'oggetto a maggior distanza con un cannocchiale munito anteriormente all'obbiettivo del sistema delle lamine deviatrici.

I risultati che ne ottenni sono consegnati nella tabella seguente:

TABELLA dei risultati ottenuti dalle esperienze fatte successivamente (**I**) col regolo, (**II**) col medaglione, (**III**) col disegno a striscie, osservati col cannocchiale alla distanza di m. **1,50**.

DIMENSIONE SDOPPIATA	POSIZIONE DELLE LAMINE	Media dell'angolo corrispondente agli sdoppiamenti considerato in ciascuna delle quattro posizioni delle lamine.	Differenza fra il massimo ed il minimo dei termini della media.			Media dell'angolo corrispondente agli sdoppiamenti considerato nelle quattro posizioni delle lamine.	Differenza fra il massimo ed il minimo dei termini della media.		
		(III)	(I)	(II)	(III)	(III)	(I)	(II)	(III)
Un millimetro	1° quad.	14°,2	1,0	0,8	0,2	14°,00	1,0	0,9	0,4
	4° »	346 ,1	0,6	0,7	0,2				
	3° »	198 ,8	1,0	0,9	0,3				
	2° »	165 ,9	0,9	1,0	0,1				
Due millimetri	1° quad.	26°,8	0,9	1,0	0,3	26°,9	1,0	1,2	0,5
	4° »	333 ,1	0,8	1,5	0,8				
	3° »	206 ,7	1,1	0,8	0,1				
	2° »	152 ,8	1,0	1,2	0,7				
Tre millimetri	1° quad.	37°,5	1,0	0,9	0,2	37°,7	1,0	0,9	0,4
	4° »	322 ,3	1,3	0,5	0,5				
	3° »	217 ,7	1,0	0,9	0,1				
	2° »	142 ,1	0,8	1,0	0,2				
Quattro millimetri	1° quad.	46°,9	1,0	0,9	0,4	46°,9	1,1	0,9	0,6
	4° »	312 ,8	1,5	0,7	0,3				
	3° »	227	0,9	0,9	0,7				
	2° »	133 ,5	1,0	1,2	0,2				
Cinque millimetri	1° quad.	54°,6	0,7	0,9	0,1	54°,6	0,9	0,8	0,2
	4° »	305 ,5	0,9	1,0	0,3				
	3° »	234 ,7	1,0	0,8	0,5				
	2° »	125 ,4	1,5	0,8	0,1				

b) Dall' ispezione della tabella apparisce come sia piccolissima la differenza fra il massimo ed il minimo delle medie ottenute coll'esame del disegno a righe alterne (III) relativamente a quelle ottenute col medaglione (II) e col regolo (I), e tale uniformità delle medie relative al disegno si nota non solo quando l'osservazione vien fatta a traverso il cannocchiale, ma pure quando la medesima si fa direttamente a traverso le lamine. In fatti, basta osservare ad occhio nudo a traverso le lamine deviatrici la scala del regolo e la scala del medaglione in modo che la fessura delle lamine corrisponda orizzontalmente alla metà dei tratti di divisione, si noterà come appena incomincia lo sdoppiamento si dura fatica, per causa della brevità dei tratti, a far coincidere la metà superiore di un primo tratto con la metà inferiore di un altro tratto che lo sdoppiamento fa apparire nella direzione del primo. Questa difficoltà è resa più sentita per la confusione portata nel complesso della figura dalla linea mediana che corrisponde alla linea di fessura delle lamine.

Osservando invece il disegno a striscie equilarghe alterne bianche e nere avviene che, in grazia della lunghezza delle striscie, il complesso della figura che corrisponde ai successivi sdoppiamenti delle dimensioni millimetriche, non è alterato gran che dalla accennata confusione, corrisponde alla linea di fessura. Inoltre, quando succede lo sdoppiamento di dimensioni pari, il complesso della figura nella sua parte mediana è un disegno a striscie continue bianche e nere in tutto somigliante al disegno reale come nella seguente fig.ª;

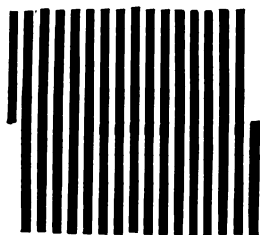



Fig. 2.

e negli sdoppiamenti corrispondenti alle dimensioni dispari il complesso della figura è costituito pure da righe alterne bianco-nere, ma spezzate trasversalmente nel mezzo del campo, sì che ad una linea bianca superiormente corrisponde inferiormente una linea nera (fig. 3). Da ciò ne deriva che l'occhio, oltre al non avvertire

per la continuità delle striscie negli sdoppiamenti dispari la linea mediana di interruzione, resta colpito dalla spiccatissima differenza del disegno nei tratti corrispondenti agli sdoppiamenti pari.

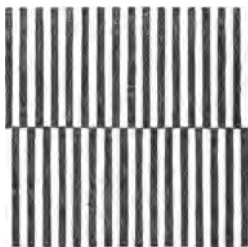



Fig. 3.

Ma questo inconveniente della interruzione mediana corrispondente alla linea di fessura scomparisce quando noi osserviamo ciascuno dei tre oggetti indicati col cannocchiale frapposto fra le lamine e l'occhio; in questa condizione l'immagine è rovesciata, netta in tutta la sua estensione e con tutto ciò le medie più costanti si hanno pure col disegno a striscie longitudinali. Credo rilevarne il motivo analizzando l'esperimento. Nel caso del regolo e del medaglione lo sdoppiamento di un millimetro è dato quando la metà superiore di un tratto corrisponde alla metà inferiore di un altro tratto distante dal primo di un millimetro, e guardando col cannocchiale si percepisce un disegno somigliante alla seguente

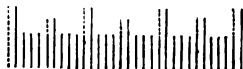



Fig. 4.

L'occhio adunque, per ogni determinazione, deve adattarsi per una linea di piccolissima dimensione, qual è il tratto che segna le divisioni nella scala; linea che, teoricamente, non dovrebbe avere larghezza; osservando invece il disegno a striscie, lo sdoppiamento di un millimetro si fa manifesto quando la parte del disegno superiore alla linea mediana si è spostata di un mezzo millimetro da un lato e la parte inferiore di un mezzo millimetro dall'altro lato; in guisa che una striscia bianca superiore si continui in una striscia nera inferiore. Somigliante figura, come accennai, apparisce se si guarda il disegno direttamente a traverso

le lamine disposte per li sdoppiamenti dispari. Ma un tale disegno parzialmente sdoppiato dal sistema delle lamine venendo veduto a traverso il cannocchiale, non apparisce più come un disegno a tratti alterni non corrispondentisi; bensì si scorge come un fondo a striscie di tinta bigia uniforme, come nella seguente

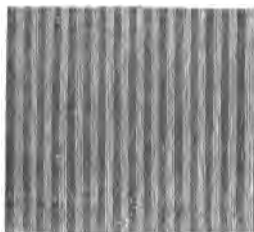



Fig. 5.

Invece, trattandosi di sdoppiamenti pari, il sistema del cannocchiale non influisce sull'aspetto della parte mediana dell'immagine, che apparisce perciò come nel disegno reale (fig. 1). L'occhio adunque avverte lo sdoppiamento dei passi dispari, non per la differenza di disegno (come nel caso dell'osservazione diretta a traverso le lamine), ma per la trasformazione di questo in striscie di una tinta unita: ciò potrebbe spiegare l'uniformità dei termini delle medie corrispondenti specialmente agli sdoppiamenti dispari.

Mi pare che questo fatto sia di certa importanza, siccome quello che indica quale norma sia da seguirsi nella scelta dell'oggetto luminoso, la cui immagine, data per riflessione della cornea e misurata in grandezza coll'oftalmometro, serve a calcolare il raggio di curvatura della cornea stessa.

c) Ottenuti così i cinque dati seguenti,

per lo sdoppiam. di $\Delta = 0,^{m}001$		ang. di rotaz. corrisp^{te} $\alpha = 14^{0}$	
	0, 002		$26^{0},57'$
	0, 003		$37^{0},36'$
	0, 004		$46^{0},48'$
	0, 005		$54^{0},40'$

cercai il valore di n^2 nella formola [3] ed ebbi

$$[4] \ldots\ldots \qquad n^2 = \operatorname{sen}^2\alpha + \frac{1 - \operatorname{sen}^2\alpha}{\left(1 - \frac{\Delta}{2\,h\operatorname{sen}^2\alpha}\right)^2}$$

nella qual formola [4] sostituendo successivamente i 5 dati trovati ricavai i cinque seguenti valori di n^2

per $\alpha = 0,^{m}00509$,	$\Delta = 0,^{m}001$	$\alpha = 14^0$	$n^2 = 2,72728$
	0, 002	$26^0,57'$	2,69133
	0, 003	$37^0,36'$	2,72063
	0, 004	$46^0,48'$	2,73652
	0, 005	$54^0,40'$	2,77765

valori abbastanza concordi e di cui la media è

$$n^2 = 2,73 \ldots$$

per cui
$$n = 1,65 \ldots$$

Trovato questo valore n, valendomi dell'eguaglianza [2] cercai man mano il valore di β

$$\operatorname{sen}\beta = n \operatorname{sen}\alpha$$

e sostituito poscia β nella formola [1] ottenni il valore di Δ corrispondente successivamente all' angolo α crescente di $30'$ in $30'$ da 0^0 fino a 90^0; interpolai in seguito la differenza per la formazione dei gradi intermedii e costruii le tavole a decimi di grado in cui, nelle quattro prime colonne a sinistra su una stessa linea, si leggono i quattro angoli corrispondentisi per ciascuna delle posizioni delle lamine; nella quinta stanno i valori relativi di sdoppiamento in dimensione lineare che puossi ritenere esatta sino ai micromillimetri; nella sesta le differenze che servirono per l'interpolazione e che possono servire ancora ove si desideri spingere più oltre il limite della determinazione.

Dalla Clinica oftalmologica della R. Università di Torino

24 Aprile 1882.

Il Socio Capitano F. SIACCI nell'adunanza del 26 p. p. marzo presentò e lesse la seguente Nota del Dott. Enrico NOVARESE, Assistente alla Cattedra di Algebra e Geometria analitica della R. Università di Torino,

INTORNO
AD ALCUNE
FORMOLE DI HERMITE
PER L'ADDIZIONE DELLE FUNZIONI ELLITTICHE.

Per esprimere le funzioni ellittiche della somma di $2n-1$ argomenti mediante le funzioni degli argomenti singoli, HERMITE ha dato nel 1862 (*) le relazioni

$$(1) \ldots \quad \mathrm{sn}(u_1+u_2+\ldots+u_{2n-1}) = \frac{\pm L}{\mathrm{sn}\, u_1 \,\mathrm{sn}\, u_2 \ldots \mathrm{sn}\, u_{2n-1}},$$

$$(2) \ldots \quad \mathrm{cn}(u_1+u_2+\ldots+u_{2n-1}) = \frac{\pm M}{\mathrm{cn}\, u_1 \,\mathrm{cn}\, u_2 \ldots \mathrm{cn}\, u_{2n-1}},$$

$$(3) \ldots \quad \mathrm{dn}(u_1+u_2+\ldots+u_{2n-1}) = \frac{\pm N}{\mathrm{dn}\, u_1 \,\mathrm{dn}\, u_2 \ldots \mathrm{dn}\, u_{2n-1}},$$

in cui L, M, N hanno il seguente significato. Si consideri la funzione

$$\varphi(u) = F(z^2) + \frac{dz}{du} z F_1(z^2),$$

dove F ed F_1 indicano delle funzioni razionali intere rispettivamente del grado n ed $n-2$, e z designa indifferentemente

(*) HERMITE, *Note sur la Théorie des fonct. ellipt.*, aggiunta alla 6ª ediz. del *Traité élém. de calcul diff. et int.* del LACROIX, T. II, p. 432.

sn u, cn u o dn u. Le $2n-1$ costanti che entrano in questa espressione (posto uguale ad 1 il coefficiente di z^{2n}) si intendano determinate mediante le $2n-1$ equazioni

$$(4)\ldots \qquad \varphi(u_i)=0\ , \quad (i=1\,,\,2\,,\,\ldots\,,\,2n-1)\ .$$

Orbene, il termine del polinomio F indipendente da z è ciò che si rappresenta con L, M, N secondo i tre casi corrispondenti ai tre significati di z.

L'applicazione delle formole (1), (2), (3) richiede per ogni singolo caso che si costruisca la funzione φ, si calcolino le quantità L, M, N e si determini il segno ricorrendo ad un caso speciale. Inoltre, se il numero degli argomenti sommati è pari, fa d'uopo considerarne uno di più e metterlo a zero.

Io mi propongo in questa Nota di sviluppare le formole dell'Hermite, ponendo le espressioni di

$$\mathrm{sn}\,(u_1+u_2+\ldots+u_m)\ , \quad \mathrm{cn}\,(u_1+u_2+\ldots+u_m)\ , \quad \text{ecc.}\ ,$$

m essendo un intiero qualunque, sotto forma di rapporti di due determinanti dell'ordine m sbarazzati dall'ambiguità di segno. Questa forma, mentre è applicabile senz'altro ad un caso qualsiasi, mi sembra altresì che metta bene in luce la legge con cui varia la funzione della somma col variare del numero degli argomenti sommati. Aggiungerò alcune relazioni notevoli che da tali formole discendono, riserbandomi di far vedere altra volta come se ne possa ricavare anche il teorema della moltiplicazione.

Per brevità, adotterò la seguente notazione (*), assai comoda nella presente ricerca:

$$s_i=\mathrm{sn}\,u_i\,, \quad c_i=\mathrm{cn}\,u_i\,, \quad \Delta_i=\mathrm{dn}\,u_i\,, \quad t_i=\mathrm{tn}\,u_i\ .$$

(*) CLEBSCH, *Vorlesungen über Geometrie*, 1 Bd., p. 605.

§ 1.

Le equazioni (4), scritte in disteso, dànno il sistema

$$p_1 z_1^{2n-2} + p_2 z_1^{2n-4} + \dots + p_n$$
$$+ (q_1 z_1^{2n-3} + q_2 z_1^{2n-5} + \dots + q_{n-1} z_1) \frac{dz_1}{du_1} = - z_1^{2n}$$

$$p_1 z_2^{2n-2} + p_2 z_2^{2n-4} + \dots + p_n$$
$$+ (q_1 z_2^{2n-3} + q_2 z_2^{2n-5} + \dots + q_{n-1} z_2) \frac{dz_2}{du_2} = - z_2^{2n}$$

. . . .

$$p_1 z_{2n-1}^{2n-2} + p_2 z_{2n-1}^{2n-4} + \dots + p_n$$
$$+ (q_1 z_{2n-1}^{2n-3} + q_2 z_{2n-1}^{2n-5} + \dots + q_{n-1} z_{2n-1}) \frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} = - z_{2n-1}^{2n}$$

lineare nelle p e nelle q, dal quale, risolvendo rispetto a p_n, si trae

$$(5) \dots \quad p_n = (-1)^n \times$$

$$\frac{\begin{vmatrix} z_1^{2n} & z_1^{2n-2} \dots z_1^2 & z_1^{2n-3}\frac{dz_1}{du_1} & z_1^{2n-5}\frac{dz_1}{du_1} & \dots & z_1\frac{dz_1}{du_1} \\ z_2^{2n} & z_2^{2n-2} \dots z_2^2 & z_2^{2n-3}\frac{dz_2}{du_2} & z_2^{2n-5}\frac{dz_2}{du_2} & \dots & z_2\frac{dz_2}{du_2} \\ \cdot & \cdot \quad \cdot\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ z_{2n-1}^{2n} & z_{2n-1}^{2n-2} \dots z_{2n-1}^2 & z_{2n-1}^{2n-3}\frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} & z_{2n-1}^{2n-5}\frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} & \dots & z_{2n-1}\frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} z_1^{2n-2} & z_1^{2n-4} \dots 1 & z_1^{2n-3}\frac{dz_1}{du_1} & z_1^{2n-5}\frac{dz_1}{du_1} & \dots & z_1\frac{dz_1}{du_1} \\ z_2^{2n-2} & z_2^{2n-4} \dots 1 & z_2^{2n-3}\frac{dz_2}{du_2} & z_2^{2n-5}\frac{dz_2}{du_2} & \dots & z_2\frac{dz_2}{du_2} \\ \cdot & \cdot \quad \cdot\cdot\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ z_{2n-1}^{2n-2} & z_{2n-1}^{2n-4} \dots 1 & z_{2n-1}^{2n-3}\frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} & z_{2n-1}^{2n-5}\frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} & \dots & z_{2n-1}\frac{dz_{2n-1}}{du_{2n-1}} \end{vmatrix}}.$$

Questo 2° membro rappresenta L, M od N secondochè supponiamo z uguale a $\operatorname{sn} u$, $\operatorname{cn} u$ o $\operatorname{dn} u$.

Facendovi dapprima $z_i = s_i$, e dividendo per $s_1 s_2 \ldots s_{2n-1}$, avremo, in virtù della (1):

$$(6) \ldots\ldots \quad \operatorname{sn}(u_1 + u_2 + \ldots + u_{2n-1}) =$$

$$\pm \frac{\begin{vmatrix} s_1^{2n-1} & s_1^{2n-3} & \ldots & s_1 & s_1^{2n-4} c_1 \Delta_1 & s_1^{2n-6} c_1 \Delta_1 & \cdot & c_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{2n-1}^{2n-1} & s_{2n-1}^{2n-3} & \ldots & s_{2n-1} & s_{2n-1}^{2n-4} c_{2n-1} \Delta_{2n-1} & s_{2n-1}^{2n-6} c_{2n-1} \Delta_{2n-1} & \cdot & c_{2n-1} \Delta_{2n-1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{2n-2} & s_1^{2n-4} & \ldots & 1 & s_1^{2n-3} c_1 \Delta_1 & s_1^{2n-5} c_1 \Delta_1 & \cdot & s_1 c_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{2n-1}^{2n-2} & s_{2n-1}^{2n-4} & \ldots & 1 & s_{2n-1}^{2n-3} c_{2n-1} \Delta_{2n-1} & s_{2n-1}^{2n-5} c_{2n-1} \Delta_{2n-1} & \cdot & s_{2n-1} c_{2n-1} \Delta_{2n-1} \end{vmatrix}}$$

formola che serve quando il numero m degli integrali u è dispari.

Quella relativa ad m pari se ne ottiene subito annullando un argomento, p. es. u_{2n-1}, con che l'equazione soprascritta diviene

$$\operatorname{sn}(u_1 + \ldots + u_{2n-2}) =$$

$$\pm \frac{\begin{vmatrix} s_1^{2n-1} & \ldots & s_1 & s_1^{2n-4} c_1 \Delta_1 & \ldots & s_1^2 c_1 \Delta_1 & c_1 \Delta_1 \\ \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ s_{2n-2}^{2n-1} & \ldots & s_{2n-2} & s_{2n-2}^{2n-4} c_{2n-2} \Delta_{2n-2} & \ldots & s_{2n-2}^2 c_{2n-2} \Delta_{2n-2} & c_{2n-2} \Delta_{2n-2} \\ 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{2n-2} & \ldots & s_1^2 & 1 & s_1^{2n-3} c_1 \Delta_1 & \ldots\ldots & s_1 c_1 \Delta_1 \\ \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots\ldots & \cdot \\ s_{2n-2}^{2n-2} & \ldots & s_{2n-2}^2 & 1 & s_{2n-2}^{2n-3} c_{2n-2} \Delta_{2n-2} & \ldots\ldots & s_{2n-2} c_{2n-2} \Delta_{2n-2} \\ 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots\ldots & 0 \end{vmatrix}},$$

ossia, sviluppando secondo gli elementi dell'ultima orizzontale e dividendo sopra e sotto per $s_1 s_2 \ldots s_{2n-2}$,

$$(7) \ldots\ldots \quad \operatorname{sn}(u_1 + \ldots + u_{2n-2}) = \pm(-1)^{n-1} \times \frac{\begin{vmatrix} s_1^{2n-2} & \ldots & 1 & s_1^{2n-5} c_1 \Delta_1 & . & s_1 c_1 \Delta_1 \\ . & \ldots & . & . & . & . \\ s_{2n-2}^{2n-2} & \ldots & 1 & s_{2n-2}^{2n-5} c_{2n-2} \Delta_{2n-2} & . & s_{2n-2} c_{2n-2} \Delta_{2n-2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{2n-3} & \ldots & s_1 & s_1^{2n-4} c_1 \Delta_1 & . \; . \; . & c_1 \Delta_1 \\ . & \ldots & . & . & . \; . \; . & . \\ s_{2n-2}^{2n-3} & \ldots & s_{2n-2} & s_{2n-2}^{2n-4} c_{2n-2} \Delta_{2n-2} & . \; . \; . & c_{2n-2} \Delta_{2n-2} \end{vmatrix}},$$

la qual formola (a parte il segno) conserva perfettamente il tipo della (6). Così la questione propostaci, quanto al seno amplitudine, è risolta a meno del segno: per determinare quest'ultimo è necessario l'investigare ancora che cosa succeda quando da $m = 2n - 2$ si discenda ad $m = 2n - 3$ e ad $m = 2n - 4$.

La (7) per $u_{2n-2} = 0$ dà

$$\ldots) \ldots \operatorname{sn}(u_1 + \ldots + u_{2n-3}) = \pm(-1) \frac{\begin{vmatrix} s_1^{2n-3} & \ldots & s_1 & s_1^{2n-6} c_1 \Delta_1 & \ldots & c_1 \Delta_1 \\ . & \ldots & & . & \ldots & . \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{2n-4} & \ldots & 1 & s_1^{2n-5} c_1 \Delta_1 & \ldots & s_1 c_1 \Delta_1 \\ . & \ldots & & . & \ldots & . \end{vmatrix}},$$

onde, annullando u_{2n-3},

$$\ldots \operatorname{sn}(u_1 + \ldots + u_{2n-4}) = \pm(-1)^{n-1} \frac{\begin{vmatrix} s_1^{2n-4} & \ldots & 1 & s_1^{2n-7} c_1 \Delta_1 & \ldots & s_1 c_1 \Delta_1 \\ . & \ldots & . & . & \ldots & . \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{2n-5} & \ldots & s_1 & s_1^{2n-6} c_1 \Delta_1 & \ldots \; \ldots & c_1 \Delta_1 \\ . & \ldots & . & . & \ldots \; \ldots & . \end{vmatrix}}.$$

Dal confronto delle relazioni (6), (7), (8), (9) risulta che: **Passando da un numero dispari (pari) di argomenti al numero pari (dispari) immediatamente inferiore, c'è o non c'è cangiamento di segno secondo la natura di n; passando da un numero pari ad un altro pari, non c'è mai variazione di segno, e vi è sempre passando da un dispari al dispari immediatamente successivo.** Concludiamo che, quando m è pari, il quoziente dei due determinanti va sempre preso con uno stesso segno; quando m è impari, esso va preso alternativamente con un segno e coll'opposto. — Ora, assumendo uguale a 2 il numero degli argomenti,

l'equazione (7) dà (detto k il modulo):

$$\operatorname{sn}(u_1+u_2)=\pm\frac{s_1^2-s_2^2}{s_1c_2\Delta_2-s_2c_1\Delta_1}=\pm\frac{s_1c_2\Delta_2+s_2c_1\Delta_1}{1-k^2s_1^2s_2^2}\,,$$

valore conosciuto che c'insegna che dobbiamo prendere il segno $+$; dunque per m pari, nel 2° membro delle formole ottenute si deve scegliere il segno $+$. Così pure, per un solo argomento, l'equazione (6) si riduce a $\operatorname{sn} u_1=\pm s_1$; sicchè, per m dispari, si deve scegliere il segno $+$ se m è della forma $1+4\lambda$, il segno $-$ se è della forma $3+4\lambda$ $(\lambda=0,\,1,\,2,\ldots)$.

Riassumendo, il seno amplitudine della somma di m argomenti sarà dato dalle formole:

Per m *pari*:

(I) ..... $\operatorname{sn}(u_1+u_2+\ldots+u_m)=$

$$\frac{\begin{vmatrix} s_1^m & s_1^{m-2} & \ldots & 1 & s_1^{m-3}c_1\Delta_1 & s_1^{m-5}c_1\Delta_1 & \ldots & s_1c_1\Delta_1 \\ s_2^m & s_2^{m-2} & \ldots & 1 & s_2^{m-3}c_2\Delta_2 & s_2^{m-5}c_2\Delta_2 & \ldots & s_2c_2\Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_m^m & s_m^{m-2} & \ldots & 1 & s_m^{m-3}c_m\Delta_m & s_m^{m-5}c_m\Delta_m & \ldots & s_mc_m\Delta_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{m-1} & s_1^{m-3} & \ldots & s_1 & s_1^{m-2}c_1\Delta_1 & s_1^{m-4}c_1\Delta_1 & \ldots & c_1\Delta_1 \\ s_2^{m-1} & s_2^{m-3} & \ldots & s_2 & s_2^{m-2}c_2\Delta_2 & s_2^{m-4}c_2\Delta_2 & \ldots & c_2\Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_m^{m-1} & s_m^{m-3} & \ldots & s_m & s_m^{m-2}c_m\Delta_m & s_m^{m-4}c_m\Delta_m & \ldots & c_m\Delta_m \end{vmatrix}}\,,$$

Per m *dispari*:

(II) ..... $\operatorname{sn}(u_1+u_2+\ldots+u_m)=(-1)^{\frac{m-1}{2}}\times$

$$\frac{\begin{vmatrix} s_1^m & s_1^{m-2} & \ldots & s_1 & s_1^{m-3}c_1\Delta_1 & s_1^{m-5}c_1\Delta_1 & \ldots & c_1\Delta_1 \\ s_2^m & s_2^{m-2} & \ldots & s_2 & s_2^{m-3}c_2\Delta_2 & s_2^{m-5}c_2\Delta_2 & \ldots & c_2\Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_m^m & s_m^{m-2} & \ldots & s_m & s_m^{m-3}c_m\Delta_m & s_m^{m-5}c_m\Delta_m & \ldots & c_m\Delta_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{m-1} & s_1^{m-3} & \ldots & 1 & s_1^{m-2}c_1\Delta_1 & s_1^{m-4}c_1\Delta_1 & \ldots & s_1c_1\Delta_1 \\ s_2^{m-1} & s_2^{m-3} & \ldots & 1 & s_2^{m-2}c_2\Delta_2 & s_2^{m-4}c_2\Delta_2 & \ldots & s_2c_2\Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_m^{m-1} & s_m^{m-3} & \ldots & 1 & s_m^{m-2}c_m\Delta_m & s_m^{m-4}c_m\Delta_m & \ldots & s_mc_m\Delta_m \end{vmatrix}}\,.$$

La formola (II), e così pure quelle dei successivi paragrafi relative alle altre funzioni, credo siano originali: la (I) è data nelle *Vorles. ü. Geom.* del CLEBSCH, I Bd., pp. 624-25, dove essa è calcolata per uno scopo geometrico, partendo da una equazione analoga alla nostra (1). Tale equazione (basata sopra una funzione un po' diversa da φ, che Hermite chiama φ_1) s'incontra per la prima volta nelle *Vorlesungen* a p. 605; ed ivi, pel caso particolare di 3 argomenti, se ne trasforma il secondo membro nel quoziente di due determinanti del 3° ordine. Che io sappia, è l'unico esempio sinora di impiego dei determinanti nella teorica dell'addizione delle funzioni ellittiche. Il presente lavoro è stato appunto inspirato da quest'ultimo luogo del Clebsch, ma il processo seguito mi pare più semplice e più naturale: dippiù, l'autore tedesco non discute la scelta del segno (cosa indifferente pel suo assunto); e ciò anzi lo induce in errore nella formola relativa a 3 argomenti (pag. 606), nella quale bisogna cangiar segno al 2° membro. E diffatto, se in essa si fa $u_3=0$, vien fuori l'espressione di $-\operatorname{sn}(u_1+u_2)$.

§ 2.

Ponendo nella (5) $z_i=c_i$ e sostituendo nell'equazione (2), si ha

$$(10) \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{cn}(u_1+u_2+\ldots+u_{2n-1}) =$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} c_1^{2n-1} & c_1^{2n-3} & \ldots & c_1 & c_1^{2n-4} s_1 \Delta_1 & c_1^{2n-6} s_1 \Delta_1 & \ldots & s_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ c_{2n-1}^{2n-1} & c_{2n-1}^{2n-3} & \ldots & c_{2n-1} & c_{2n-1}^{2n-4} s_{2n-1} \Delta_{2n-1} & c_{2n-1}^{2n-6} s_{2n-1} \Delta_{2n-1} & \ldots & s_{2n-1} \Delta_{2n-1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1^{2n-2} & c_1^{2n-4} & \ldots & 1 & c_1^{2n-3} s_1 \Delta_1 & c_1^{2n-5} s_1 \Delta_1 & \ldots & c_1 s_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ c_{2n-1}^{2n-2} & c_{2n-1}^{2n-4} & \ldots & 1 & c_{2n-1}^{2n-3} s_{2n-1} \Delta_{2n-1} & c_{2n-1}^{2n-5} s_{2n-1} \Delta_{2n-1} & \ldots & c_{2n-1} s_{2n-1} \Delta_{2n-1} \end{vmatrix}}.$$

e di qui, annullando u_{2n-1},

$$\operatorname{cn}(u_1 + \ldots + u_{2n-2}) =$$

$$\pm \frac{\begin{vmatrix} c_1^{2n-1} & \ldots & c_1 & c_1^{2n-4} s_1 \Delta_1 & \ldots & s_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_{2n-2}^{2n-1} & \ldots & c_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-4} s_{2n-2} \Delta_{2n-2} & \ldots & s_{2n-2} \Delta_{2n-2} \\ 1 & \ldots & 1 & 0 & \ldots & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1^{2n-2} & \ldots & 1 & c_1^{2n-3} s_1 \Delta_1 & \ldots & c_1 s_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_{2n-2}^{2n-2} & \ldots & 1 & c_{2n-2}^{2n-3} s_{2n-2} \Delta_{2n-2} & \ldots & c_{2n-2} s_{2n-2} \Delta_{2n-2} \\ 1 & \ldots & 1 & 0 & \ldots & 0 \end{vmatrix}}.$$

Per poter ridurre questi due determinanti all'ordine $2n-2$, sottraggo dalla n^{ma} colonna la $(n-1)^{ma}$, dalla $(n-1)^{ma}$ la $(n-2)^{ma}$, e così via fino alla 2^a da cui sottraggo la 1^a. Osservando che $c^r - c^{r+2} = c^r s^2$, e dividendo sopra e sotto per $s_1 s_2 \ldots s_{2n-2}$, si trova così:

$$\operatorname{cn}(u_1 + \ldots + u_{2n-2}) =$$

$$\pm \frac{\begin{vmatrix} c_1^{2n-3} s_1 & c_1^{2n-5} s_1 & \ldots & c_1 s_1 & c_1^{2n-4} \Delta_1 & c_1^{2n-6} \Delta_1 & \ldots & \Delta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_{2n-2}^{2n-3} s_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-5} s_{2n-2} & \ldots & c_{2n-2} s_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-4} \Delta_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-6} \Delta_{2n-2} & \ldots & \Delta_{2n-2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1^{2n-4} s_1 & c_1^{2n-6} s_1 & \ldots & s_1 & c_1^{2n-3} \Delta_1 & c_1^{2n-5} \Delta_1 & \ldots & c_1 \Delta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_{2n-2}^{2n-4} s_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-6} s_{2n-2} & \ldots & s_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-3} \Delta_{2n-2} & c_{2n-2}^{2n-5} \Delta_{2n-2} & \ldots & c_{2n-2} \Delta_{2n-2} \end{vmatrix}}$$

la qual formola, valevole per un numero pari di argomenti, è, come si vede, essenzialmente diversa dalla (10) ma non offre variazione di segno. E se da essa, con procedimento eguale, si passa al caso di $m = 2n-3$, ritorna il tipo della (10) ed ancora senza cambiamento di segno. Dunque, nel caso del coseno, il rapporto dei due determinanti va sempre affetto, qualunque sia m, da un segno medesimo: che questo poi sia il positivo, riesce manifesto riducendo ad 1 il numero delle u.

Laonde avremo pel coseno amplitudine:

Per *m pari:*

(III) . . . . . $\operatorname{cn}(u_1 + u_2 + \ldots + u_m) =$

$$\frac{\begin{vmatrix} c_1^{m-1} s_1 & c_1^{m-3} s_1 & \ldots & c_1 s_1 & c_1^{m-2} \Delta_1 & c_1^{m-4} \Delta_1 & \ldots & \Delta_1 \\ c_2^{m-1} s_2 & c_2^{m-3} s_2 & \ldots & c_2 s_2 & c_2^{m-2} \Delta_2 & c_2^{m-4} \Delta_2 & \ldots & \Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_m^{m-1} s_m & c_m^{m-3} s_m & \ldots & c_m s_m & c_m^{m-2} \Delta_m & c_m^{m-4} \Delta_m & \ldots & \Delta_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1^{m-2} s_1 & c_1^{m-4} s_1 & \ldots & s_1 & c_1^{m-1} \Delta_1 & c_1^{m-3} \Delta_1 & \ldots & c_1 \Delta_1 \\ c_2^{m-2} s_2 & c_2^{m-4} s_2 & \ldots & s_2 & c_2^{m-1} \Delta_2 & c_2^{m-3} \Delta_2 & \ldots & c_2 \Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_m^{m-2} s_m & c_m^{m-4} s_m & \ldots & s_m & c_m^{m-1} \Delta_m & c_m^{m-3} \Delta_m & \ldots & c_m \Delta_m \end{vmatrix}},$$

Per *m dispari:*

(IV) . . . . . $\operatorname{cn}(u_1 + u_2 + \ldots + u_m) =$

$$\frac{\begin{vmatrix} c_1^{m} & c_1^{m-2} & \ldots & c_1 & c_1^{m-3} s_1 \Delta_1 & c_1^{m-5} s_1 \Delta_1 & \ldots & s_1 \Delta_1 \\ c_2^{m} & c_2^{m-2} & \ldots & c_2 & c_2^{m-3} s_2 \Delta_2 & c_2^{m-5} s_2 \Delta_2 & \ldots & s_2 \Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_m^{m} & c_m^{m-2} & \ldots & c_m & c_m^{m-3} s_m \Delta_m & c_m^{m-5} s_m \Delta_m & \ldots & s_m \Delta_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1^{m-1} & c_1^{m-3} & \ldots & 1 & c_1^{m-2} s_1 \Delta_1 & c_1^{m-4} s_1 \Delta_1 & \ldots & c_1 s_1 \Delta_1 \\ c_2^{m-1} & c_2^{m-3} & \ldots & 1 & c_2^{m-2} s_2 \Delta_2 & c_2^{m-4} s_2 \Delta_2 & \ldots & c_2 s_2 \Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ c_m^{m-1} & c_m^{m-3} & \ldots & 1 & c_m^{m-2} s_m \Delta_m & c_m^{m-4} s_m \Delta_m & \ldots & c_m s_m \Delta_m \end{vmatrix}}.$$

§ 3.

Se infine facciamo nella (5) $z_i = \Delta_i$, operando precisamente come nel caso del coseno. troviamo pel delta amplitudine:

Per *m pari:*

$$(\mathrm{V}) \ldots\ldots \qquad \mathrm{dn}(u_1 + u_2 + \ldots + u_m) =$$

$$\frac{\begin{vmatrix} \Delta_1^{m-1} s_1 & \Delta_1^{m-3} s_1 & \cdot\cdot & \Delta_1 s_1 & \Delta_1^{m-2} c_1 & \Delta_1^{m-4} c_1 & \cdot\cdot & c_1 \\ \Delta_2^{m-1} s_2 & \Delta_2^{m-3} s_2 & \cdot\cdot & \Delta_2 s_2 & \Delta_2^{m-2} c_2 & \Delta_2^{m-4} c_2 & \cdot\cdot & c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \Delta_m^{m-1} s_m & \Delta_m^{m-3} s_m & \cdot\cdot & \Delta_m s_m & \Delta_m^{m-2} c_m & \Delta_m^{m-4} c_m & \cdot\cdot & c_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Delta_1^{m-2} s_1 & \Delta_1^{m-4} s_1 & \cdot\cdot & s_1 & \Delta_1^{m-1} c_1 & \Delta_1^{m-3} c_1 & \cdot\cdot & \Delta_1 c_1 \\ \Delta_2^{m-2} s_2 & \Delta_2^{m-4} s_2 & \cdot\cdot & s_2 & \Delta_2^{m-1} c_2 & \Delta_2^{m-3} c_2 & \cdot\cdot & \Delta_2 c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \Delta_m^{m-2} s_m & \Delta_m^{m-4} s_m & \cdot\cdot & s_m & \Delta_m^{m-1} c_m & \Delta_m^{m-3} c_m & \cdot\cdot & \Delta_m c_m \end{vmatrix}}.$$

Per *m dispari:*

$$(\mathrm{VI}) \ldots\ldots \qquad \mathrm{dn}(u_1 + u_2 + \ldots + u_m) =$$

$$\frac{\begin{vmatrix} \Delta_1^{m} & \Delta_1^{m-2} & \cdot\cdot & \Delta_1 & \Delta_1^{m-3} s_1 c_1 & \Delta_1^{m-5} s_1 c_1 & \cdot\cdot & s_1 c_1 \\ \Delta_2^{m} & \Delta_2^{m-2} & \cdot\cdot & \Delta_2 & \Delta_2^{m-3} s_2 c_2 & \Delta_2^{m-5} s_2 c_2 & \cdot\cdot & s_2 c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \Delta_m^{m} & \Delta_m^{m-2} & \cdot\cdot & \Delta_m & \Delta_m^{m-3} s_m c_m & \Delta_m^{m-5} s_m c_m & \cdot\cdot & s_m c_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Delta_1^{m-1} & \Delta_1^{m-3} & \cdot\cdot & 1 & \Delta_1^{m-2} s_1 c_1 & \Delta_1^{m-4} s_1 c_1 & \cdot\cdot & \Delta_1 s_1 c_1 \\ \Delta_2^{m-1} & \Delta_2^{m-3} & \cdot\cdot & 1 & \Delta_2^{m-2} s_2 c_2 & \Delta_2^{m-4} s_2 c_2 & \cdot\cdot & \Delta_2 s_2 c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \Delta_m^{m-1} & \Delta_m^{m-3} & \cdot\cdot & 1 & \Delta_m^{m-2} s_m c_m & \Delta_m^{m-4} s_m c_m & \cdot\cdot & \Delta_m s_m c_m \end{vmatrix}}.$$

§ 4.

Della tangente amplitudine non si dànno per solito le equazioni di addizione, poichè per essa il problema si può sempre risolvere colle formole relative al seno ed al coseno. Tuttavia non mi pare inopportuno l'esporre qui un metodo che ci permette di ricavare rapidamente dall'espressione del seno amplit. quella della tang. amplit. della somma di più argomenti in funzione delle tang. amplit. degli argomenti singoli. Basterà all'uopo un'ovvia trasformazione immaginaria, ricordando che (posto $i=\sqrt{-1}$):

$$\operatorname{sn}(iu)=i\operatorname{tn}(u,k'), \quad \operatorname{cn}(iu)=\frac{1}{\operatorname{cn}(u,k')}, \quad \operatorname{dn}(iu)=\frac{\operatorname{dn}(u,k')}{\operatorname{cn}(u,k')},$$

k' essendo il modulo complementare.

Cambiando nella formola (I) u in iu, avremo:

$$i\operatorname{tn}(u_1+u_2+\ldots+u_m, k')=$$

$$i\,\frac{\begin{vmatrix} t_1^m & t_1^{m-2} & \ldots & 1 & t_1^{m-3}\frac{\Delta_1}{c_1^2} & t_1^{m-5}\frac{\Delta_1}{c_1^2} & . & t_1\frac{\Delta_1}{c_1^2} \\ t_2^m & t_2^{m-2} & \ldots & 1 & t_2^{m-3}\frac{\Delta_2}{c_2^2} & t_2^{m-5}\frac{\Delta_2}{c_2^2} & . & t_2\frac{\Delta_2}{c_2^2} \\ . & . & \ldots & . & . & . & . & . \\ t_m^m & t_m^{m-2} & \ldots & 1 & t_m^{m-3}\frac{\Delta_m}{c_m^2} & t_m^{m-5}\frac{\Delta_m}{c_m^2} & . & t_m\frac{\Delta_m}{c_m^2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} t_1^{m-1} & t_1^{m-3} & \ldots & t_1 & t_1^{m-2}\frac{\Delta_1}{c_1^2} & t_1^{m-4}\frac{\Delta_1}{c_1^2} & \ldots & \frac{\Delta_1}{c_1^2} \\ t_2^{m-1} & t_2^{m-3} & \ldots & t_2 & t_2^{m-2}\frac{\Delta_2}{c_2^2} & t_2^{m-4}\frac{\Delta_2}{c_2^2} & \ldots & \frac{\Delta_2}{c_2^2} \\ . & . & \ldots & . & . & . & \ldots & . \\ t_m^{m-1} & t_m^{m-3} & \ldots & t_m & t_m^{m-2}\frac{\Delta_m}{c_m^2} & t_m^{m-4}\frac{\Delta_m}{c_m^2} & \ldots & \frac{\Delta_m}{c_m^2} \end{vmatrix}} \pmod{k'}.$$

Nel determinante numeratore aggiungiamo alla $\left(\frac{m}{2}+1\right)^{ma}$ colonna la $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$, alla $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$ la $\left(\frac{m}{2}-1\right)^{ma}$, e così via, e nel denominatore facciamo la stessa operazione cominciando dalla colonna $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$. Con ciò gli elementi r^{mi} delle colonne operate acquisteranno il fattore $1+t_r^2$, ossia $\frac{1}{c_r^2}$; quindi, moltiplicando sopra e sotto per $c_1^2\, c_2^2 \ldots c_m^2$, e tralasciando di tener conto del modulo che è il medesimo nei due membri, avremo

$$\text{(VII)} \ldots\ldots \qquad \operatorname{tn}(u_1+u_2+\ldots+u_m) =$$

$$\frac{\begin{vmatrix} t_1^{m-2} s_1^2 & t_1^{m-2} & . & . & 1 & t_1^{m-3}\Delta_1 & t_1^{m-5}\Delta_1 & . & . & t_1\Delta_1 \\ t_2^{m-2} s_2^2 & t_2^{m-2} & . & . & 1 & t_2^{m-3}\Delta_2 & t_2^{m-5}\Delta_2 & . & . & t_2\Delta_2 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ t_m^{m-2} s_m^2 & t_m^{m-2} & . & . & 1 & t_m^{m-3}\Delta_m & t_m^{m-5}\Delta_m & . & . & t_m\Delta_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} t_1^{m-3} s_1^2 & t_1^{m-3} & . & . & t_1 & t_1^{m-2}\Delta_1 & t_1^{m-4}\Delta_1 & . & . & . & \Delta_1 \\ t_2^{m-3} s_2^2 & t_2^{m-3} & . & . & t_2 & t_2^{m-2}\Delta_2 & t_2^{m-4}\Delta_2 & . & . & . & \Delta_2 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ t_m^{m-3} s_m^2 & t_m^{m-3} & . & . & t_m & t_m^{m-2}\Delta_m & t_m^{m-4}\Delta_m & . & . & . & \Delta_m \end{vmatrix}},$$

dove m è supposto pari. La formola per m dispari si ricava in modo eguale dalla (II) od anche direttamente dall'ultima annullando uno degli argomenti.

Colla trasformazione immaginaria possiamo pure dall'espressione del seno ottenere quella del delta sotto un'altra forma. Infatti, se nell'equazione (I) assumiamo immaginarî i primi $m-1$ argomenti e l'm^{mo} uguale a K (integrale completo di 1ª specie), abbiamo:

$$\operatorname{sn}(iu_1+iu_2+\ldots+iu_{m-1}+K)$$

$$=\frac{\operatorname{cn}(iu_1+iu_2+\ldots+iu_{m-1})}{\operatorname{dn}(iu_1+iu_2+\ldots+iu_{m-1})}=\frac{1}{\operatorname{dn}(u_1+u_2+\ldots+u_{m-1},k')}\,.$$

Eseguendo questa trasformazione, viene:

$$
\frac{1}{\operatorname{dn}(u_1+u_2+\ldots+u_{m-1})}=
\frac{\begin{vmatrix}
i^m t_1^m & i^{m-2} t_1^{m-2} & \cdots & 1 & i^{m-3} t_1^{m-3} \dfrac{\Delta_1}{c_1^2} & \cdots & i t_1 \dfrac{\Delta_1}{c_1^2} \\
\cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
i^m t_{m-1}^m & i^{m-2} t_{m-1}^{m-2} & \cdots & 1 & i^{m-3} t_{m-1}^{m-3} \dfrac{\Delta_{m-1}}{c_{m-1}^2} & \cdots & i t_{m-1} \dfrac{\Delta_{m-1}}{c_{m-1}^2} \\
1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0
\end{vmatrix}}
{\begin{vmatrix}
i^{m-1} t_1^{m-1} & i^{m-3} t_1^{m-3} & \cdots & i t_1 & i^{m-2} t_1^{m-2} \dfrac{\Delta_1}{c_1^2} & \cdots & \dfrac{\Delta_1}{c_1^2} \\
\cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
i^{m-1} t_{m-1}^{m-1} & i^{m-3} t_{m-1}^{m-3} & \cdots & i t_{m-1} & i^{m-2} t_{m-1}^{m-2} \dfrac{\Delta_{m-1}}{c_{m-1}^2} & \cdots & \dfrac{\Delta_{m-1}}{c_{m-1}^2} \\
1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0
\end{vmatrix}}
$$

Sottraendo nel numeratore dalla $\left(\frac{m}{2}+1\right)^{ma}$ colonna la $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$, dalla $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$ la $\left(\frac{m}{2}-1\right)^{ma}$, ecc. ed operando istessamente nel denominatore a partire dalla colonna $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$, i due determinanti diventano riducibili all'ordine $m-1$. E si trova facilmente

$$
\operatorname{dn}(u_1+u_2+\ldots+u_{m-1})=
\frac{\begin{vmatrix}
t_1^{m-3} & t_1^{m-5} & \cdots & t_1 & t_1^{m-2}\Delta_1 & t_1^{m-4}\Delta_1 & \cdots & \Delta_1 \\
\cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
t_{m-1}^{m-3} & t_{m-1}^{m-5} & \cdots & t_{m-1} & t_{m-1}^{m-2}\Delta_{m-1} & t_{m-1}^{m-4}\Delta_{m-1} & \cdots & \Delta_{m-1}
\end{vmatrix}}
{\begin{vmatrix}
t_1^{m-2} & t_1^{m-4} & \cdots & 1 & t_1^{m-3}\Delta_1 & t_1^{m-5}\Delta_1 & \cdots & t_1\Delta_1 \\
\cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
t_{m-1}^{m-2} & t_{m-1}^{m-4} & \cdots & 1 & t_{m-1}^{m-3}\Delta_{m-1} & t_{m-1}^{m-5}\Delta_{m-1} & \cdots & t_{m-1}\Delta_{m-1}
\end{vmatrix}}
$$

Dalla qual formola, che ci dà il Δ amplitudine della somma di più argomenti in funzione delle tangenti amplitudini dei singoli argomenti, possiamo ricavare un'altra forma notabile rimpiazzando quelle tangenti con seni e coseni, col moltiplicare sopra e sotto per $c_1^{m-2} c_2^{m-2} \dots c_{m-1}^{m-2}$.

Osserviamo da ultimo che, dividendo la (I) pella (VII), si potrebbe pervenire ad una nuova espressione del cos am; sicchè resta provato che dalle sole formole del sen am conseguono quelle relative a tutte le altre funzioni.

§ 5.

È noto che il modulo k delle funzioni ellittiche è compreso ordinariamente tra 0 e ± 1. Al primo di questi valori limiti corrispondono le funzioni circolari, al secondo le funzioni di Gudermann. Non è forse privo d'interesse il vedere come si trasformino le formole precedenti in questi due casi particolari.

Assumendo $k = 0$, locchè implica

$$s_i = \operatorname{sen} u_i, \quad c_i = \cos u_i, \quad \Delta_i = 1,$$

le equazioni (I), (II), (III), ... dànno delle formole generali di trigonometria, probabilmente nuove. Per economia di spazio, mi limito a trascriverne una, p. es. quella che dà il seno della somma di m archi, m essendo dispari. Scrivendo sen_i e $\cos_i$ in luogo di $\operatorname{sen} u_i$ e $\cos u_i$, risulta

$$\operatorname{sen}(u_1 + u_2 + \dots + u_m) = (-1)^{\frac{m-1}{2}} \times$$

$$\frac{\begin{array}{cccccccc} \operatorname{sen}_1^m & \operatorname{sen}_1^{m-2} & . & \operatorname{sen}_1 & \operatorname{sen}_1^{m-3}\cos_1 & \operatorname{sen}_1^{m-5}\cos_1 & . & \cos_1 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ \operatorname{sen}_m^m & \operatorname{sen}_m^{m-2} & . & \operatorname{sen}_m & \operatorname{sen}_m^{m-3}\cos_m & \operatorname{sen}_m^{m-5}\cos_m & . & \cos_m \end{array}}{\begin{array}{cccccccc} \operatorname{sen}_1^{m-1} & \operatorname{sen}_1^{m-3} & . & 1 & \operatorname{sen}_1^{m-2}\cos_1 & \operatorname{sen}_1^{m-4}\cos_1 & . & \operatorname{sen}_1\cos_1 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ \operatorname{sen}_m^{m-1} & \operatorname{sen}_m^{m-3} & . & 1 & \operatorname{sen}_m^{m-2}\cos_m & \operatorname{sen}_m^{m-4}\cos_m & . & \operatorname{sen}_m\cos_m \end{array}}$$

Ponendo invece $k^2 = 1$, viene

$$s_i = \text{sen gud}\, u_i \ , \quad c_i = \Delta_i = \cos \text{gud}\, u_i ,$$

e le formole (I), (II), (III), ... si cangiano nelle analoghe pel seno e pel coseno gudermanniano.

Termino notando che, se nelle formole ottenute si attribuisce a tutti gli argomenti un egual valore u, si è condotti al teorema della moltiplicazione. Però, mentre i primi membri diventano $\text{sn}(mu)$, $\text{cn}(mu)$, ..., i secondi membri, pell'annullarsi dei due determinanti, pigliano la forma $\frac{0}{0}$. Quest'indeterminazione non è che apparente, e in una prossima Nota mostrerò in qual modo la si possa rimuovere.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Aprile 1882.

CLASSE

DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Aprile 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio signor Vincenzo PROMIS legge le seguenti notizie biografiche sopra

EDOARDO DULAURIER

CORRISPONDENTE DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE.

EDOARDO DULAURIER, Membro dell' Istituto di Francia e Corrispondente della nostra Accademia delle Scienze, nacque a Tolosa li 29 gennaio 1807. D'ingegno svegliato occupossi presto di studi filologici e riescì a conoscere la maggior parte delle lingue orientali, oltre gli idiomi dell' isola di Giava, della Malesia e della Oceania. Nel 1838 e 1840 ebbe missione dal Governo Francese di raccogliere in Inghilterra testi copti e geroglifici; nel 1841 fu incaricato di un corso di malese e di giavanese alla Scuola di lingue orientali, e poscia venne nominato nella medesima Professore di armeno. Nel 1854 finalmente entrò nell'Istituto nella Classe d' Iscrizioni e Belle Lettere, ed in seguito fu scelto a Corrispondente della nostra Accademia delle Scienze.

I suoi scritti, che godono di ben meritata riputazione, cominciano nel 1835 con un esame su un passo di Clemente Alessandrino relativo alla scrittura degli Egiziani. Nell'anno successivo pubblicò nelle Memorie della Società d'Archeologia del Mezzodì una *Notice sur les principales stèles funéraires égyptiennes du*

Musée de Toulouse. Nel 1837 dava un nuovo testo con traduzione delle Rivelazioni apocrife di S. Bartolomeo, ed una traduzione della Storia delle comunità religiose fondate da S. Pacomio.

Pubblicò nel 1845 una traduzione delle Istituzioni marittime delle isole dell'Asia; nel 1848 alcuni estratti delle *Chroniques de Mathieu d'Edesse*, e nel 1850 altri della *Chronique de Michel le Syrien*. Successivamente scrisse una *Histoires, dogmes, traditions et liturgie de l'Église arménienne orientale*. Nel 1858 vide la luce il volume I degli *Historiens arméniens des croisades*. opera capitale con introduzione e note che dimostrano cognizioni storiche d'un ordine affatto superiore. Attendeva al II volume quando morte lo colpì. Fu il Dulaurier uno dei redattori del *Journal Asiatique* e della *Revue des Deux-Mondes*, e diresse la pubblicazione della nuova edizione dell'*Histoire de Languedoc* di Dom Vaissette.

Pubblicò inoltre nel 1843 alcune memorie, lettere e rapporti sul corso di lingua malese e giavanese da lui fatto negli anni 1841 al 1843, e sui suoi viaggi letterari in Inghilterra nel 1838 e 1840; nel 1849 una collezione delle principali cronache malesi; nel 1850 una traduzione del viaggio d'Abd-Allah ben Abel-Kader da Singapore a Kalantan; nel 1856 una notizia sullo Istituto Lazareff pelle lingue orientali, e nel 1859 un *Essai sur la chronologie arménienne*, lavoro che procacciò al suo Autore fama di profondo matematico, e vero modello di dissertazione computistica. Negli ultimi suoi tempi si occupava pure di un lavoro sull'iscrizione armena di un Reliquiario della Collezione Basilewski di Parigi, stato anni fa acquistato a Torino.

Dotato di straordinaria vastità di cognizioni il nostro Autore fu eziandio profondo teologo, come lo prova la storia cui attendeva delle origini dell'inquisizione e delle dottrine degli Albigesi. e distinto cultore della musica, lasciando incompleta una grande storia della musica orientale.

EDOARDO DULAURIER era nel pieno vigore delle sue forze, quando colpito da subitaneo male rendeva l'anima al Creatore a Meudon li 21 dicembre 1881. Morì, quale sempre visse, con profondi e sodi sentimenti religiosi.

SUNTO D'UNA LETTURA

SULLE

CONDIZIONI GEOGRAFICHE DELL'INDIA

Il Socio Gaspare GORRESIO ragiona in un suo scritto, di cui legge una parte, dell'importanza della geografia nella storia e nella vita dei popoli.

Come la conoscenza speciale, egli dice, del clima e delle condizioni naturali, di cui ragionai altra volta, così la conoscenza delle condizioni propriamente geografiche della contrada, dove nacque, crebbe e fiorì la civiltà d'un popolo, è mezzo opportuno insieme ed utile per ben comprendere il naturale e progressivo suo svolgimento morale e civile, è parte essenziale d'ogni studio che voglia farsi sulle vicende politiche e morali della sua storia. Nella *Zeitschrift für die Völker psychologie* si discorre d'un libro che ha per titolo *Geographie und psychologie* ed in cui l'Autore connette la geografia colla psicologia dei popoli mostrando le reciproche loro attinenze.

Alle disposizioni geografiche, alla configurazione della loro terra, alle condizioni del suolo da loro occupato, sovente alludono gli scrittori, o ne fanno tema di lunghe e magnifiche descrizioni.

Entra qui l'Autore ad esporre brevemente in quali condizioni geografiche nacque e si svolse la civiltà Indiana e come da quelle ebbe speciale indirizzo la vita politica e morale dell'India. Quella celebre terra, egli dice, venne ab antico appellata con diversi nomi, i quali alludono a memorie geografiche o storiche. Il nome d'India derivato dal fiume Indo (Sindhu) prevalse presso gli autori

greci e latini per indicare quella contrada che dalle regioni occidentali prossime all'Indo s'allarga ad Oriente verso ed oltre il Gange e si stende a Borea fino all'Himâlaya, ad Austro fino al mare. Ma diversi erano i nomi con cui gli scrittori Sanscriti appellavano la contrada da loro occupata. Essi la nomarono *Giambudvipa* o l'isola del colossale albero *giambu*; *Bharatavarsa* o la terra di *Bharata*. Il nome poi principale e solenne con cui gli abitatori dell'India appellavano la loro terra, era *Aryavartta* o la contrada degli Aryi, di cui egli ha ragionato in un altro suo scritto.

« L'Aryavartta, dice il codice di Manu, è la contrada che trovasi al mezzodì dell'Hymâlaya, ed al settentrione dei monti Vindhyi e che si stende dal mare orientale al mare occidentale ». I limiti posti qui all'India dal codice di Manu ne escludono tutta la parte meridionale, il Dekan, situato al sud al di là dei monti Vindhyi; ma come questa parte venne occupata più tardi dagli Indo-Sanscriti che vi diffusero la loro civiltà, così è pur necessario comprenderla entro i confini dell'India.

Un vetusto e splendido documento di geografia antica, di nozioni e di idee cosmografiche primitive trovasi nel quarto libro o canto del Ramâyana che s'appella Kiskindyacanda. Mentre Râma. Divino eroe di quella grande epopea, peragrava esule per ordine del padre, i monti centrali dell'India, Râvano, nemico possente degli Aryi e re delle stirpi Anarye che occupavano le parti meridionali dell'India e l'isola di Ceylan, gli rapì occultamente la sua sposa, l'inclita Sita, compagna del suo esilio.

Allorchè Râma s'accorse di quella subita sventura andò errando forsennato per monti e piani cercando e chiamando l'amata sua consorte. In quel suo dolente errare ei s'abbattè in tribù di genti alpestri che abitavano i monti centrali dell'India, e situate perciò in luogo opportuno per conoscere sia a borea, sia ad austro i siti di quella vasta contrada. Uno dei capi di quelle tribù, mosso a pietà dell'infortunio di Râma, chiama a sè alcuni dei più arditi ed intrepidi suoi compagni, e li spedisce alla ricerca di Sita. Egli ne invia alcuni ad oriente, altri ad occidente, alcuni al settentrione, altri al mezzodì, ed a ciascuno di quei messaggeri egli indica e descrive i siti che essi hanno ad esplorare, i monti, i fiumi, le città, i popoli che ei debbono visitare.

Quella descrizione che occupa nell'epopea quattro lunghi capitoli, è chiamata *Prithivivarnanâ*, descrizione della terra ossia

dell'India, e contiene tutte le nozioni geografiche, che si avevano in quel tempo, undici secoli circa innanzi l'êra sopra l'India, le leggende e i miti che ad esse si riferivano e che erano allora colà popolari.

Colla descrizione della terra (dell'India) che trovasi nel Ramâyana ha qualche affinità la descrizione dello Scudo d'Achille che trovasi nel libro diciottesimo dell'Iliade. Nell'uno Valmici descrive la geografia dell'India, quale si conosceva al suo tempo, ed espone i miti e le leggende che ad essa si connettono; nell'altro Omero descrive lo Scudo d'Achille su cui Vulcano effigiò il cielo e il mare, ὀυρανὸν δὲ θάλασσαν, nozze e contese di foro, eserciti assedianti e città assediata, scene di vita privata e pubblica, conformi all'età eroica.

L'Autore della Memoria letta discorre qui particolarmente delle disposizioni geografiche dell'India. L'Himâlaya, egli dice, s'erge al nord non solamente come una muraglia altissima di monti che separano l'India dai popoli dell'Asia più settentrionale, ma è eziandio la prospettiva sublime, immensa di quella vasta contrada, la cerchia sterminata ove si affissava attonita l'immaginativa degli Indo-Sanscriti, la sorgente dei grandi fiumi che trascorrono con tumide piene la loro regione, la sede dei loro Dei, l'Olimpo indiano. Il culto dei monti è antico nell'India; ma ei fu rivolto in modo speciale all'Himâlaya, le cui sommità aeree, le cui folte giogaie apparivano in lontana distanza agli abitatori delle pianure sottoposte ora percosse dai raggi del sole e scintillanti, ora involte in profonde masse di nuvole. Dove avrebbero essi potuto stabilire la sede dei loro Dei, fuorchè in quelle sublimi alture inaccessibili ad ogni sforzo umano?

Dall'Himâlaya fino ai meridionali monti Vindhyi, al Dekan o *Daxinapatha*, ed all'isola di Ceylan, appendice del gran continente Indiano, sede di una schiatta avversa agli Aryi che Rama vinse movendo alla conquista di Lanka; dal Kasmira, contrada occidentale occupata antichissimamente dagli Indo-Sanscriti che vi stabilirono la loro civiltà e la loro lingua e di cui canta il Mahâbharata « il Kasmira è una veneranda terra abitata da antichi Risci, là convennero insieme ad arcani colloqui i saggi settentrionali . . . . » dalla Pentopotamia bagnata dalle cinque riviere dell'India occidentale, stanza primitiva delle stirpi Arye, allorchè discesero dalle alture dell'Asia centrale, e geograficamente opportuna all'espandersi, fino alla valle bagnata dal fiume

Brahmaputra, chiusa dal suo lato orientale dalla catena dei monti *Langtam* e confine ad oriente dell' India propriamente detta, dimostrò l'Autore l' importanza delle condizioni geografiche e l' influenza che esse ebbero sull'andamento della civiltà Indiana.

Nella seduta del 19 Marzo p. p. il Socio Cesare NANI diede lettura di una sua Memoria intitolata: *Di una nuova copia degli Statuti di Amedeo VI dell'anno* 1379.

In essa dà notizia di questa copia che si conserva negli Archivi municipali di Sallanches. Avverte parecchie discrepanze che si notano fra la medesima e quella che degli stessi Statuti si conserva negli Archivi Camerali di Torino.

Ciò che la rende singolarmente pregevole si è che in fine sono aggiunti *quaranta* articoli addizionali. È incerta l'epoca in cui siano stati promulgati e (eccettuatone uno solo) chi ne sia stato l'autore.

Tra le disposizioni che vi si contengono, meritano speciale attenzione quelle che si riferiscono al Consiglio del Principe, ai pegni giudiziali, alle grazie concedute ai delinquenti, alle concordie ed alle salvaguardie. Vi si trova come il germe di norme, che, meglio sviluppate, entrarono a far parte degli Statuti di Amedeo VIII.

Quanto al Consiglio del Principe è ordinato, che, da poche eccezioni all'infuori, esso non debba più occuparsi per l'avvenire nè di cause civili, nè di cause penali.

Sono date regole intorno all'esecuzione immobiliare. In queste si confondono insieme elementi romani ed elementi germanici. All'influenza del diritto romano è da ascriversi l'intervento della autorità giudiziaria, per cui si inizia e si svolge infino all'ultimo suo atto il processo esecutivo. Per contro, nei termini accordati al debitore per esercitare il diritto di riscatto si può avvertire l'impronta del diritto germanico; il quale partendo dal concetto ché il creditore ha diritto piuttosto sulla cosa stessa pignorata, che non sul suo valore, ha esitato lungamente prima di concedergli il *jus distrahendi*, ed anche dopo che questo si era introdotto, lo ha circondato di una serie di formalità e ritenuto come un ultimo mezzo, il quale non fosse da mettere in atto se non dopo che risultasse evidente la intenzione del debitore di non volere, soddisfacendo al suo obbligo, redimere il pegno.

È posto il principio, svolto più tardi nel diritto sabaudo-piemontese, che le grazie accordate dal Principe ai rei di qualche delitto non diventino efficaci se non dopo che il giudice competente, esaminando le suppliche con cui furono impetrate, abbia potuto attingere la convinzione che queste nulla contenevano di contrario al vero.

È limitata, anche più che non lo fosse dai precedenti Statuti, la facoltà nel giudice di addivenire a *concordie* coi rei, essendo vietato di comporre i crimini per cui sia comminata la mutilazione di un membro o la confisca dei beni.

Infine una disposizione, che emana certamente da Amedeo VIII, dichiara nulle tutte le salvaguardie che dal tempo di Amedeo VI in poi furono concesse o si concederanno a persone abitanti nella Contea di Savoia. Si comminano le pene pei trasgressori, e si impone ai procuratori del fisco di istruire sollecitamente i processi, da trasmettersi al Consiglio residente col Principe. Per tal guisa si afferma la supremazia del monarcato, ritogliendo al feudalesimo poteri che esso aveva usurpato.

Il lavoro del Socio NANI verrà pubblicato per intiero nei Volumi delle *Memorie* per cui è approvato dalla Classe.

Adunanza del 23 Aprile 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio PEZZI legge, in forma di comunicazione e come saggio di un lavoro intorno alla vita scientifica di Amedeo Peyron, uno scritto in cui tratta delle opinioni professate dal grande filologo piemontese sulla origine dei tre illustri dialetti greci. Dopo alcuni cenni sullo stato delle cognizioni intorno a tale argomento e della glottologia in genere ne' tempi in cui il Peyron lesse all'Accademia la sua dissertazione intorno alla origine dei tre dialetti menzionati, il Pezzi mette in rilievo i principali concetti che appariscono in quella monografia, paragonandoli coi risultati delle più recenti investigazioni. Onde si scorge come il Peyron abbia in ordine a parecchie questioni propugnato opinioni che assai si accostano alle dottrine dei dialettologi nostri contemporanei, mentre in altre parti dell'argomento trattato ci lascia scorgere, com'è affatto naturale, ch'egli scriveva in tempi ne' quali non si erano fatti ancora studî sufficientemente accurati e speciali intorno alla storia della Grecità. E ciò appare soprattutto dalle idee espresse intorno al linguaggio Omerico quale si presenta nella forma in cui ci sono pervenute le due grandi epopee: linguaggio di cui all'insigne ellenista parve assai maggiore che ai critici odierni la trasformazione per opera dei rapsodi Jonii e per parecchie altre cause.

Il Socio Francesco Rossi legge un brano di un suo lavoro sui codici copti del Museo di Torino, in cui tratta della formazione della lingua copta e della sua coltura in Europa e specialmente in Italia. Esaminate le tre scritture usate nell'antico Egitto, che sono la geroglifica, la jeratica e la demotica, dimostra, come le due prime ci rappresentino entrambe la lingua nobile o sacra dell'antico Egitto, la demotica invece quella parlata dal popolo. Quest'ultima scrittura, di molti secoli più giovane delle due prime (poichè i documenti in questa dettati, che sino ad oggi si conoscono, non salgono al di là del periodo dei Psammetici, che regnarono in Egitto verso la fine del settimo secolo avanti Cristo), continuò ad essere adoperata nella valle del Nilo sino al terzo secolo dell'êra cristiana. Ma con l'introduzione del cristianesimo in quella contrada, i seguaci della nuova religione, volendo spogliarsi di tutto ciò, che poteva ricordare l'antico culto, sostituirono all'alfabeto demotico quello dei padri greci, che erano venuti a predicare loro il vangelo, ritenendo solo dell'antica scrittura alcuni segni per esprimere quelle articolazioni speciali al popolo egizio, che mancavano all'alfabeto greco, e questa scrittura così modificata prese il nome di copta. Il copto quindi ci rappresenta la lingua parlata in Egitto nel periodo cristiano, e sta all'antica lingua egizia come la lingua volgare o del popolo alla lingua scientifica o dei libri. Questa nuova lingua, chiamata nelle scritture copte ⲁⲥⲡⲉ ⲛ̄ ⲕⲏⲙⲉ, cioè lingua dell'Egitto, comparve storicamente solo verso la metà del terzo secolo della nostra êra, nelle lettere ai vescovi S. Atanasio e Teodoro scritte dal padre dell'ascetismo e monachismo egizio S. Antonio, il quale, come sappiamo, non parlò altra lingua che la copta, divenuta a' suoi tempi la lingua dominante del paese, e tale rimase sino all'invasione araba. Ma venuto l'Egitto in potere dei seguaci di Maometto, dovettero i suoi abitanti adattarsi ad apprendere la lingua dei nuovi conquistatori, ed a misura, che questa progrediva, cadeva sempre più in disuso il copto, il quale finì per iscomparire affatto dalla vita del popolo.

Osserva quindi come lo studio della lingua copta sorga in Europa per le solerti cure dell'illustre Peiresc, il quale raccolto con ingenti spese il maggior numero possibile di manoscritti copti, li affidava al Salmasio, che senz'altra guida ed aiuto, che il suo instancabile zelo riuscì a penetrare lo spirito di questa lingua, facendosi per mezzo di essa a spiegare parecchi antichi vocaboli egizii tolti dagli autori greci e latini.

Intanto un grande aiuto allo studio di questa lingua apprestavano le due pubblicazioni del padre Kirker, che portano i titoli *Prodromus aegyptiacus* e *Lingua aegyptiaca restituta*, e contengono, la prima, parecchie dissertazioni preliminari con un saggio di grammatica copta, e la seconda, la grammatica ed il vocabolario copto-arabo, che Pietro della Valle aveva portati nel 1626 dal suo viaggio in Oriente, con una versione latina. Ma il maggior impulso ricevettero questi studi dal cardinale Borgia, il quale, come segretario prima, poi prefetto della Congregazione *De propaganda fide*, fece per mezzo dei missionari raccogliere un numero stragrande di manoscritti copti, che si affrettava di comunicare ai dotti italiani e stranieri che volessero consacrarsi allo studio di questa lingua. Affidava poi allo Svedese Zoega, celebre per la sua vasta erudizione, e per i suoi scritti sulle antichità egizie l'incarico di comporre il catalogo ragionato dei manoscritti copti del suo gabinetto. In tal modo lo studio della lingua copta si diffondeva per tutta l'Europa, e dalla Germania, dall'Inghilterra e dalla Francia sorsero uomini dottissimi a promuoverne vieppiù la coltura colla pubblicazione ora di traduzioni e di commenti dei codici copti, ora di grammatiche e di lessici. Nè in Italia mancarono nel secolo passato i cultori di questa lingua. E qui cita i nomi di Mingarelli, dell'abate Valperga di Caluso e di Ignazio Derossi, i quali posero coi loro scritti i germi che diedero nel nostro secolo copiosi frutti.

Ricorda quindi in primo luogo i nomi dei due illustri egittologi italiani Ippolito Rosellini e Francesco Salvolini, i quali si occuparono del copto solo come istradamento ai loro studi egittologici; il primo pubblicò una grammatica di questa lingua, ed il secondo, rapito alla scienza nell'età di ventinove anni, lasciava ne' suoi manoscritti, che ora si conservano nel nostro Museo, alcuni studi sul copto. A questi dobbiamo aggiungere, come speciali cultori del copto, 1° Giuseppe Bardelli, l'allievo del Rosellini e professore delle lingue sanscrita e copta nell'Ateneo di Pisa, il quale diresse

col Migliarini, dopo l'immatura morte del suo maestro, la stampa dei due ultimi volumi della grande opera *I Monumenti dell'Egitto e della Nubia;* 2° il padre Barnabita Luigi Ungarelli, il dotto interprete degli obelischi di Roma, ed il suo compagno di sodalizio, il padre Vercellone da Biella, ed infine il più illustre rappresentante degli studi copti in Italia, l'abate Amedeo Peyron. Questi, che fu il discepolo prediletto dell'abate Valperga di Caluso pubblicava quasi contemporaneamente al lodato dizionario copto del Tattam il suo *lexicon* composto col metodo etimologico, ossia disposto per ordine di radici, senza tener quasi conto delle vocali, ed a questo faceva succedere qualche anno dopo, cioè nel 1841, come suo complemento la grammatica copta, che forma col *lexicon* i due più compiuti lavori, che siano mai usciti su questa lingua.

E termina la sua lettura con un rapido esame delle principali pubblicazioni sul copto in questi ultimi anni.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° al 30 Aprile 1882

	Donatori
Bulletin des Procès-verbaux de la Société d'Émulation d'Abbeville avec une Table analytique des Séances, années 1877, 1878, 1879 et 1880. Abbeville, 1881; 1 vol. in-8°.	Soc. di Emulaz. di Abbeville.
Viestnik hrvatskoga Arkeologičkoga družtva; Godina IV, Br. 2. U Zagrebu, 1882; in-8°.	Società Archeol. di Agram.
Verhandelingen der K. Akademie van Wetenschappen; Afd. Natuurk., Deel XXI. Amsterdam, 1881; in-4°.	R. Accademia delle Scienze di Amsterdam.
Verslagen en Mededeelingen der K. Akad. etc., Afd. Nat., tweede Reeks, Deel XVI. Amsterdam, 1881; in-8°.	Id.
Verslagen en Mededeelingen der K. Akad. etc., Afd. Letterk., tweede Reeks, Deel X. Amsterdam, 1881; in-8°.	Id.
Jaarboek van de K. Akademie van Wetenschappen gevestigd te Amsterdam, voor 1880. Amsterdam, 1881; in-8°.	Id.
Catalogus van de Boekerij der K. Akad. etc., Deel III, St. 2. Amsterdam, 1881; in-8°.	Id.
Processen-verbaal van de Gewone Vargaderingen der K. Akademie, etc. Afd. Nat., van mai 1880 tot en met April 1881. Amsterdam, 1881; 1 fasc. in-8°.	Id.
Tria Carmina latina. Amstelodami, 1881; 1 fasc. in-8°.	Id.

Società Med.-chirurgica di Bologna.

Bullettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc. Marzo 1882. Bologna, 1882; in-8°.

Società delle Sc. fis. e nat. di Bordeaux.

Mémoires de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux; 2 Série, t. IV, 3 cahier. Bordeaux, 1881; in-8°.

Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; n. 7, 8. Avril 1882; in-8°.

Soc. entomologica del Belgio (Bruxelles).

Assemblée générale extraordinaire convoquée pour la commémoration de la fondation de la Société entomologique de Belgique, 16 Oct. 1880. Bruxelles, 1880; 1 fasc. in-8°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

Memoirs of the geological Survey of India: – Palaeontologia Indica etc. (Ser. II, 1-4) vol. I; (Ser. II, XI, XII) vol. III; (Ser. XI, 1-2) vol. II; (Ser. XII) vol. III; (Ser. XIV, 3) vol. I. Calcutta, 1880-81; in-4°.

Id. Memoirs of the geol. Soc. etc., vol. XVI, parts 2-3. Calcutta, 1880; in-8°.

Id. Records of the geol. Soc. etc., vol. XIII, parts 3-4; vol. XIV, part 1. Calcutta, 1880-81; in-8°.

Id. Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc., n. X, December 1881; n. I, January 1882; Calcutta, 1881-82; in-8°.

Id. Bibliotheca Indica; a Collection of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series, n. 474. Calcutta, 1882; in-8°.

Società Scozzese delle Arti (Edimborgo).

Transactions of the R. Scottish Society of Arts; vol. X, part 4. Edinborgh, 1882; in-8°.

Società di Fisica e di Storia nat. di Ginevra.

Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève, t. XXXII, 2 partie. Genève, 1881; in-4°.

Reale Società di Londra.

Philosophical Transactions of the R. Society of London; vol 171, parts 2-3; – vol. 172, part 1. London, 1880-81; in-4°.

Id. Proceedings of the R. Society etc., vol. XXXI, n. 206-211; vol. XXXII, n. 211-213. London, 1880-81; in-8°.

Id. The R. Society, 30th Nov. 1880; 1 fasc. in-4°.

R. Società Microscopica di Londra.

Journal of the R. Microscopical Society of London; ser. 2, vol. II, part. 2, April 1882. London, 1882; in-8°.

R. Soc. Astron. di Londra.

Monthly Notices of the R. Astronomical Society of London; vol. XLII, n. 5.

Transactions of the Manchester geological Society, etc., vol. XVI, part 13. Session 1881-82. Manchester, 1882; in-8°. — Soc. geologica di Manchester.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. XV, fasc. 6, 7. Milano, 1882; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Bollettino decadico pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri; anno XI, 1881-82; n. 1. Dicembre 1881; in-8°. — Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri.

Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche; fasc. 1 e 2. Gennaio-Febbraio 1882. Napoli, 1882; in-4°. — Società Reale di Napoli.

Thirty-third annual Report of the Trustees of the Astor Library, for the year 1881. Albany, 1882; 1 fasc. in-8°. — Amministrazione della Biblioteca Astor. (Nuova-York).

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc, II série, t. I, livrais. 2. Nouvelle-Orléans, 1882; in-8°. — La Direzione (Nuova-Orleans).

Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali residente in Padova; vol. VII, fasc. 2. Padova, 1882; in-8°. — Società Veneto-Trentina (Padova).

Atti della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo; nuova serie, vol. VII. Palermo, 1881-82; in-4°. — R. Acc. di Scienze Lettere e BB. AA. di Palermo.

Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, etc., t. XCIV, n. 1-17 (2 Janvier - 24 Avril 1882). Paris, 1882; in-4°. — Istit. di Francia (Parigi).

Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy, publiées sous la direction scientifique de l'Académie des Sciences, et sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique; 1 série, t. I. Paris, 1882; in-4°. — Id.

Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1881; n. 5. Paris, 1881; in-8°. — Soc. zoologica di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société géologique de France; troisième série, t. VII, n. 11; t. VIII, n. 6. Meulan, 1879-1882; in-8°. — Società Geologica di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société de Géographie, etc., Oct. 1881. Paris, 1881; in-8°. — Società di Geogr. (Parigi).

Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc., septième série, t. VI, n. 2. Paris, 1882; in-8°. — Soc. filomatica (Parigi).

Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St.-Pétersbourg, septième série; t. XXIX, n. 2-4. St.-Pétersbourg, 1881; in-4°. — Accad. Imperiale delle Scienze di Pietroborgo.

Bulletin de l'Académie imp. des Sciences, etc., t. XXVII, n. 3. St.-Pétersbourg, 1881; in-4°. — Id.

Osserv. centrale di Pietroborgo.
Annalen des Physikalischen Central-Observatoriums, herausgegeben von H. Wild; Jahrgang 1880, Theil I and II. St.-Petersburg, 1881; in-4°.

Commiss. polare internazionale (Pietroborgo).
Mittheilungen der internat. polar Commission, etc., II Heft. St.-Petersburg, 1882; in-4°.

Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa).
Atti della Società toscana di Scienze naturali: - Processi verbali, vol. III, pag. 29-100; in-8°.

Osserv. imperiale di Rio Janeiro.
Bulletin astronomique et météorologique de l'Observatoire imp. de Rio de Janeiro; n. 4, 5, 6; 1881. Rio de Janeiro, 1881; in-4°.

Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma).
Meteorologia italiana: - Bollettino mensile internazionale; anno XVI, Dicembre 1880; - e Riassunto mensile ed annuale per l'anno 1880. Roma, 1881; 2 fasc. in forma d'atl., in-8°.

R. Accademia dei Lincei (Roma).
Transunti della R. Accademia dei Lincei, ecc., 1881-82, Serie terza, vol. VI, fasc. 9-10. Roma, 1882; in-4°.

R. Comitato geol. d'Italia (Roma).
Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; Gennaio-Febbraio 1882, n. 1, 2. Roma, 1882; in-8°.

Società degli Spettr. Ital. (Roma).
Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XI, disp. 3. Roma, 1882; in-4°.

Accademia di Conferenze storico-giuridiche (Roma).
Studi e documenti di Storia e diritto; pubblicazione periodica dell'Accademia di conferenze storico-giuridiche; anno III, fasc. 1 e 2 (Gennaio-Giugno 1882). Roma, 1882; in-4°.

La Direzione (Roma).
L'Opinione letteraria, ecc., anno I, n. 1-5; 8-10; 12-15. Roma, 1882; in-4°.

Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).
Accademia pontif. de' Nuovi Lincei; anno XXXV, Sess. IV, 19 Marzo 1882. Roma, 1882; 1 fasc. in-16°.

R. Società di New South Wales (Sydney).
Journal and Proceedings of the R. Society of New South Wales, 1880; vol. XIV, etc. Sydney, 1881; in-8°.

R. Acc. di Medic. di Torino.
Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc., n. 3, Marzo 1882; in-8°.

R. Accademia d'Agricoltura di Torino.
Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; vol. XXIV. Torino, 1882; in-8°.

Il Club alp. ital. (Torino).
Rivista alpina italiana; Periodico mensile del Club Alpino italiano, ecc., vol. I, n. 3. Torino, 1882; in-4°.

Sig. Principe B. Boncompagni.
Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni; t. XIV, Maggio 1881; Roma, 1881; in-4°.

La Toscana industriale e agricola; Rivista di Scienze fisico-naturali applicate alle arti, ecc.; Direttore Prof. Dott. P. E. ALESSANDRI; n. 3, Marzo 1882; Prato, 1882; in-8°. — Il Direttore.

Cosmos: – Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini; di Guido CORA; vol. VII, n. 1. Torino, 1882; in-8°. — L'Autore.

Sui sistemi variati di forze; Nota del Prof. G. BARDELLI. Milano, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Sopra un organo finora non avvertito di alcuni embrioni vegetali; Osservazioni dell'Ing. Giovanni BRIOSI. Roma, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Pubblicazioni del R. Osservatorio di Palermo: - anni 1880-81; Prof. G. CACCIATORE Direttore. Palermo, 1882; 1 fasc. in-4°. — Il Direttore.

Anatomia degli insetti, per Lorenzo CAMERANO. Torino, 1882; 1 vol. in-8°. — L'A.

La vita e le opere di Carlo Boncompagni di Mombello; Commemorazione del Prof. Giuseppe CARLE. Torino, 1882; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Bullettino di Archeologia cristiana, del Comm. G. B. DE ROSSI; terza serie, anno VI, n. 4. Roma, 1881, in-8°. — L'A.

Sur l'origine des calcaires devoniens de la Belgique; par Éd. DUPONT. Bruxelles; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Sur l'origine des calcaires devoniens de la Belgique; par M. G. DEWALQUE: – Sur une revendication de priorité introduite devant l'Académie par M. G. DEWALQUE, à propos de ma Note sur l'origine des calcaires devoniens de la Belgique; par M. Éd. DUPONT. Bruxelles, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Intorno ad una iscrizione classiaria scoperta a Castelvolturno; Nota del Prof. Ermanno FERRERO. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Breve introduzione ad una narrazione de' primi tempi del regno di Berengario I. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — Id.

Rapport annuel du Ministère de l'Intérieur, pour l'année terminée le 31 Décembre 1880. Ottarra, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A. HUGUET-LATOUR.

Annuaire de Ville-Marie; Origine, utilité et progrès des institutions catholiques de Montréal; 7 e 10 livraisons du Supplément à l'édition de 1864. Montréal, 1874-75; 2 fasc. in-16°. — Id.

The Canadian Antiquarian and Numismatic Journal, etc.; vol. IX, n. 2. Montréal, 1880; in-8°. — Id.

L'A. Huguet-Latour. — Proceedings at the annual meeting of the nat. History Society of Montréal, for the year ending May 1881, etc. Montréal, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'Autore. — Congrès international de Laryngologie; 1 Sess., Milan, Sept. 1880: - Compte-rendu publié par Ch. Labus, Prés. du Congrès, etc. Milan, 1882; 1 vol. in-gr. 8°.

Id. — L'hypermégalie et la paralysie de la luette, et leur influence sur la voix; par Ch. Labus. Milan, 1882; 1 fasc. in-gr. 8°.

L'A. — Sulla struttura del midollo spinale, pel Dott. G. B. Laura. Torino, 1882; 1 fasc. in-4°.

L'A. — Condizione politica e giuridica del Re nel regime costituzionale, per Camillo Montalcini. Torino, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Dei Licei femminili in Italia; – Proposta del Prof. Giacinto Pacchiotti. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Azeglio e Cavour; – Discorso letto al Circolo filologico di Firenze dal Marchese Matteo Ricci. Firenze, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Ricerche chimiche sopra tufi, argille, scisti bituminiferi, calcarei e pomici della Provincia di Salerno; del Dr. Leonardo Ricciardi. Catania, 1882; 1 fasc. in-4°.

L'A. — L'estate del 1881; del Prof. Domenico Ragona, Direttore del R. Osservatorio di Modena. Modena, 1881; 1 fasc. in-4°.

Id. — Le brinate dal 7 al 13 Aprile 1882; del Prof. Domenico Ragona. Modena, 1882; 1 fasc. in-18°.

I. A. Serret, Lod. Lalanne e Gauthier-Villars. — Oeuvres de Lagrange, publiés par les soins de M. J.-A. Serret, sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique; t. XIII. Paris, Gauthier-Villars, 1882; in-4°.

L'A. — Conferenza sulle macchine a gaz detta nel Collegio degl' Ingegneri ed Architetti in Roma, ed Osservazioni ad alcune note del giornale « L'Ingegneria civile di Torino »; dell' Ing. Prof Francesco Sinigaglia. Roma, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id — Étude expérimentale d'une machine à gaz du système Otto, de Cologne; par F. Sinigaglia. Liège, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Le persone giuridiche considerate in rapporto alla filosofia del diritto, per Francesco Vigliarolo. Napoli, 1880; 1 vol. in-gr. 8°.

Dell'ordine unico del dritto universale; Prolusione a un corso di filosofia del dritto letta nella R. Università degli studii di Napoli addì 3 Decembre 1881 da Francesco VIGLIAROLO. Napoli, 1882; 1 fasc. in-gr. 8°. — L'Autore

Influenza della Chimica sull'origine e progresso della civiltà dei popoli, del Prof. Silvestro ZINNO. Napoli, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Collezione di alcune memorie, note ed opuscoli pubblicati dal Prof. Cav. Silvestro ZINNO. Napoli, 1880; 1 fasc. in-8°. — Id.

Terme di Porto d'Ischia; – Analisi qualitativa e quantitativa del Prof. Silvestro ZINNO, preceduta da notizie storiche e statistiche, e seguita da considerazioni terapiche del Direttore Eugenio FAZIO. Napoli, 1881; 1 fasc. in-8°. — Id.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVII, DISP. 6ª (*Maggio* 1882)

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Maggio 1882.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 14 Maggio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Cav. Alessandro Dorna, condeputato coi Soci Cavalieri Giuseppe Bruno e Enrico D'Ovidio ad esaminare un lavoro del sig. Prof. N. Jadanza intitolato: « *Alcuni problemi di Geodesia* », legge la seguente

RELAZIONE.

Colle serie di Legendre relative alla geodetica che unisce due punti dell'ellissoide di rotazione, Puissant, il quale le ha anche trovate in altro modo, trattò nel suo sesto libro tutte le questioni di Geodesia superiore o sferoidica, relative alle posizioni geografiche ed alle loro minime distanze. Nè si è ancora cessato di elaborare quelle importantissime ricerche, le quali richiedono dei calcoli assai prolissi; mentre occorre, in pratica, per la moltiplicità delle operazioni, che si riduca al minimo il calcolo numerico, con delle formole meno complicate, ed ancora abbastanza precise. Il lavoro del Prof. Jadanza, intorno al quale dobbiamo riferire, ha principalmente questo scopo; come quello, dal medesimo lodato, del danese C. G. Andrae, le cui formole sono state adottate dal nostro Ufficio Topografico.

Poste le serie di Legendre che determinino, a meno dei termini di 5° ordine, le variazioni di latitudine, di longitudine e di azimut

fra i due punti A e B, in funzione della latitudine di A, della sua minima distanza da B e dell'azimuto di B sull'orizzonte di A, il Prof. Jadanza ne deduce direttamente delle formole che riuniscono il rigore richiesto ad una grande facilità nel calcolo numerico. Egli considera: 1° la geodetica meridiana; 2° la geodetica perpendicolare al meridiano in A; 3° una geodetica qualunque. Nella ricerca generale applica la proprietà dimostrata da Legendre, che quando una rete geodetica è su di una superficie poco differente da una sfera, come la terra, si può adoperare il teorema di quell'Illustre, relativo ai triangoli sferici piccolissimi; e mostra con un esempio la precisione e la brevità delle formole che trova.

L'Autore, in ultimo, studia « l'influenza delle altezze sugli angoli azimutali ». Fa il caso in cui da un punto M, collocato ad una data altezza sulla superficie del mare, siasi misurato l'azimut di un punto di quella superficie. Fa il caso inverso. E, pel caso generale, addiziona le due piccole correzioni ottenute nei precedenti; mostrando che, in generale, la prima correzione è trascurabile.

Una questione preliminare di Geometria, risoluta per trovare la prima correzione indica l'ipotesi dell'Autore che in M, il piano orizzontale in cui si misura l'azimut, sia tangente ad una superficie concentrica ed omotetica a quella delle acque tranquille dei mari. In verità Puissant dice, che due punti sono di livello fra loro, allorchè appartengono ad una tal superficie. Ma il piano tangente alla medesima è perpendicolare al filo a piombo, ossia è effettivamente il piano in cui si misura l'azimuto?

I Commissarî sono unanimi nel proporre, che del lavoro sul quale riferiscono venga data lettura alla Classe, reputandolo meritevole dell'inserzione nelle Memorie.

12 Maggio 1882.

A. Dorna, *Relatore.*
Bruno.
D'Ovidio.

Il Socio Comm. Alfonso Cossa presenta e legge il seguente lavoro del sig. Ingegnere Ettore Mattirolo, Assistente al Laboratorio chimico della Stazione agraria di Torino,

SULLA

TORMALINA NERA

NELLO SCISTO CLORITICO DI MONASTERO DI LANZO

(Valle del Tesso).

Sulla cresta dei monti che separano la valle del Tesso da quella della Stura di Lanzo, fra le due aride sommità dette Rocco del Casello e Punta delle Mene, a due ore circa da Lanzo, trovasi sul versante del Tesso nella direzione di Coassolo un forte pendio a pascolo, sull'alto del quale corre un tratto contestato di confine fra i comuni di Mezzenile e di Monastero Torinese.

Appunto in questo pascolo, e principalmente sotto il sentiero che lo attraversa, riscontrasi uno scisto cloritico che tiene impigliati in quantità, relativamente grande, grossi cristalli di una tormalina nera (1).

Di tale roccia, che finora non fu da alcuno analizzata, ho intrapreso nel Laboratorio del Prof. Alfonso Cossa uno studio, per quanto ho potuto, completo, e del quale indico in questa nota i principali risultati.

M'astengo per ora dal parlare della relazione di posizione ch'essa può avere colla serpentina e col micascisto passante allo gneiss, che si trovano nella stessa località, giacchè la rapida escursione da me compiuta sul luogo, non mi permise di stabilirla in modo sicuro.

(1) A questo minerale in alcune collezioni si attribuisce la località di Ala, o più specificatamente di Becco di Corbassera; ma queste sono indicazioni erronee date dagli incettatori di minerali della valle di Ala, i quali non amano dare precise nozioni sui veri giacimenti.

La roccia è scistosa, a strati sottili, e le superficie di scistosità sono ondulate e mai piane. Ha colore verdiccio; si lascia rigare dall'unghia ed il suo componente essenziale, la clorite, si presenta in minutissime squamette.

Talora però la scistosità è meno evidente, la durezza è maggiore ed appare cosparsa di macchiette bianchiccie dovute ad epidoto, assumendo un aspetto granulare.

Esaminando al microscopio sezioni sottili di questa roccia, ho potuto osservare ch'essa risulta in gran parte costituita da minutissime laminette di clorite, di un colore verde sbiadito, dotate di una polarizzazione cromatica molto debole. In alcuni punti delle sezioni esaminate coi nicol incrociati si osserva distintamente il fenomeno della croce nera che si muove apparentemente in una direzione contraria a quella del nicol; fenomeno che appare frequente più che in altri minerali in alcuni aggregati di clorite. Si trovano associate alla clorite delle laminette incolore di talco, ed in maggior copia, dei cristalli irregolarmente disposti di epidoto egualmente incolori e riconoscibili ai loro contorni salienti, alla polarizzazione cromatica viva con tinte prevalentemente gialle e rosse ed alle direzioni di sfaldatura.

In quantità molto minore di quella dei minerali suaccennati, osservansi, nelle sezioni sottili della roccia, cristallini di sfeno di colore bianco grigiastro e qualche microlito di apatite e di rutilo. Negli esemplari da me osservati manca affatto la magnetite; e così pure non potei scorgere alcuna traccia di tormalina in cristalli microscopici.

La determinazione della densità e le ricerche chimiche furono eseguite su campioni di roccia che presentavano la massima omogeneità, cioè su quei campioni in cui riesce più evidente la struttura scistosa, e non già su quelli nei quali appare anche macroscopicamente la presenza dell'epidoto.

Le esperienze fatte col picnometro su minuti frammenti della roccia diedero per il valore della densità i seguenti risultati.

I. Con grammi 7,191 di roccia 2,98 a + 15° c.

II. » » 5,546 » 2,98 a » » »

Al cannello la roccia si fonde ribollendo formando una massa scoriacea di color nero. Riscaldata in tubo chiuso emette acqua; è decomposta parzialmente dagli acidi e contiene: silice, allumina, ossido ferroso, magnesia, calce, acqua, traccie di anidride titanica, di anidride fosforica, di ossido di manganese e di ossido cromico.

La determinazione quantitativa diede i risultati seguenti:

Anidride silicica	33,45
» titanica	traccie
» fosforica	traccie
Allumina	22,51
Ossido cromico	traccie
» ferroso	13,61
» di manganese	traccie
Magnesia	13,52
Calce	8,54
Perdita per calcinazione	7,01
	98,64 .

La tormalina impigliata nello scisto cloritico di Monastero si presenta in prismi esagonali a faccie ordinariamente striate nel senso dell'asse del prisma. Essa si trova per lo più in cristalli isolati, non terminati e solamente in alcuni pochi campioni di scisto cloritico da me osservati trovansi aggruppamenti di cristalli.

Questi cristalli raggiungono qualche volta la lunghezza di circa sette centimetri; e nei più grossi il diametro è di circa 15 millimetri.

Essi trovansi nella roccia disposti in tutte direzioni, ma assecondano principalmente le superficie di scistosità.

Questi cristalli fanno testimonianza dei movimenti e pressioni che la roccia ebbe a subire dopo la loro formazione, giacchè si presentano contorti e rotti, e sovente la disposizione dei pezzi appartenenti ad uno stesso individuo cristallino indica che la roccia ebbe a subire uno stiramento. La rottura dei cristalli è sempre in una direzione normale all'asse del prisma, ed in uno stesso cristallo si verificano sovente quattro o più spaccature, per modo

che questo riesce diviso in diversi segmenti. Gl'interstizi fra questi segmenti sono riempiti dalla pasta della roccia.

Esaminando i cristalli separati dalla roccia, si osserva che essi non hanno una struttura omogenea, ma che presentano, disposte irregolarmente nella loro massa, delle piccole cavità riempite dalla pasta cloritica della roccia, accompagnata frequentemente da una materia bianca che, isolata ed analizzata qualitativamente, riconobbi essere epidoto. Macroscopicamente si osservano talvolta nella sostanza inclusa nei cristalli dei piccoli bacilli di tormalina che sembrano essersi staccati dalla massa del cristallo, in seguito a quelle azioni che ne hanno prodotto la rottura e lo scontorcimento.

Il colore della tormalina è nero lucente, però, osservando questo minerale in sezioni molto sottili parallele all'asse ottico, esso appare verde bruno. Le sezioni normali all'asse invece riescono in generale colorate in bleu verdastro; ma qualche volta presentano due colorazioni ben distinte disposte in zone concentriche, delle quali la più esterna è colorata in bruno e l'interna in bleu verdastro. Questa struttura zonare può forse accennare a qualche piccola differenza nella composizione chimica del cristallo verificatasi nei diversi stadî della sua formazione, oppure, ma meno verosimilmente, dipende dall'azione esercitata dalla pasta della roccia sulla porzione più esterna del cristallo.

L'esame microscopico delle sezioni sottili della tormalina mette in evidenza un gran numero di inclusioni ed un fortissimo dicroismo.

Le inclusioni si possono dividere in due categorie ben distinte; alla prima appartengono quelle che derivano dall'intrusione della pasta della roccia nella massa del minerale e queste sono formate da laminette di clorite e da granuli cristallini di epidoto. Le altre sono costituite da microliti di tormalina e di rutilo, da qualche piccolissimo cristallo di quarzo e sono distribuite irregolarmente nella massa della tormalina anche in quelle plaghe in cui non è penetrata la pasta componente lo scisto cloritico.

Rispetto al dicroismo osservato nelle sezioni parallele all'asse ottico, notai che il raggio straordinario appare colorato in bianco roseo, mentre il raggio ordinario è colorato in bruno. Le sezioni normali all'asse ottico presentano ben distinta la struttura zonare

che, come venne già accennato, si può osservare anche senza bisogno d'ingrandimento. La zona periferica è colorata in verde bruno, mentre la zona centrale ha un colore bleu. La linea di demarcazione di queste due zone riesce ben netta e regolare, cioè la zona periferica ha un eguale spessore in tutta la sezione del cristallo, il che rende molto più probabile la prima delle due ipotesi sopra indicate.

La determinazione della densità col picnometro diede questi risultati:

I.	Con grammi	9,313	3,062 a + 13° c.
II.	» »	9,815	3,068 » » »
	Media . . .		3,065 .

Nel tubo chiuso si ha sviluppo di vapor acqueo.

Il minerale riscaldato con una fiamma a gas, alimentata da una corrente d'aria compressa, si fonde in una scoria vetrosa verde bruna.

Anche finamente polverizzato il minerale non è attaccato dall'acido solforico ed assai incompletamente dall'acido fluoridrico. Però dopo la fusione si scompone assai facilmente con quest'ultimo acido.

Sul filo di platino con bisolfato potassico e fluoruro di calcio, la polvere della roccia colora la fiamma in verde intenso. Esaminando questa fiamma così colorata collo spettroscopio, risultò che il coloramento verde è dovuto all'anidride borica.

Le ricerche sulla composizione chimica furono eseguite sopra frammenti di minerale separati colla maggior diligenza possibile dalle materie estranee.

Il ferro vi esiste allo stato di ossido ferroso.

Il fluorio fu dosato direttamente allo stato di fluoruro di calcio nella roccia polverizzata e fusa con carbonato sodico-potassico.

L'acido borico fu determinato per differenza.

Tre determinazioni della perdita per calcinazione diedero i seguenti risultati:

3,40 3,48 3,50.

Ecco pertanto i risultati delle determinazioni quantitative.

							Media
Silice.	36,75	36,76	—	—	—	—	36,76
Anidride borica (per differ.).	—	—	—	—	—	—	9,09
» titanica .	traccie	traccie	—	—	—	—	traccie
» fosforica .	traccie	traccie	—	—	—	—	traccie
Allumina . . .	28,38	28,73	—	—	—	—	28,55
Ossido di cromo .	traccie	traccie	—	—	—	—	traccie
» ferroso . . .	7,90	8,24	—	—	—	—	8,07
» di manganese	traccie	traccie	—	—	—	—	traccie
Magnesia . . .	8,08	8,16	—	—	—	—	8,12
Calce	3,81	3,83	—	—	—	—	3,82
Soda.	—	—	2,09	2,14	—	—	2,12
Potassa . . .	—	—	0,14	0,18	—	—	0,16
Fluorio	—	—	—	—	0,35	0,34	0,35
Acqua	3,00	2,93	—	—	—	—	2,96
							100,00

Stando alla classificazione proposta dal Rammelsberg nel pregevolissimo suo lavoro sulle tormaline (1), la tormalina di Monastero di Lanzo va collocata nel gruppo delle tormaline ferro magnesiache.

Laboratorio chimico della R. Stazione Agraria di Torino — Maggio 1882.

---

(1) *Handbuch der Mineralchemie*, 2e Auflage, pag. 538.

Il Socio Comm. Alfonso COSSA presenta ancora e legge, a nome dell'Autore, sig. Ingegnere G. SPEZIA, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino, i seguenti

CENNI GEOGNOSTICI E MINERALOGICI

SUL

GNEISS DI BEURA.

Nelle adiacenze di Beura, in valle d'Ossola, sono coltivate molte cave di pietra, le quali forniscono un buonissimo materiale da costruzione per lastre da balconi, terrazzi, scalini, ecc., conosciuto nel commercio del luogo e della Lombardia col nome di *beola* o *bevola*.

L'epoca precisa in cui cominciò l'esportazione dei prodotti di dette cave, che sono le più antiche dell'Ossola, è ignota. Certamente già nel 1513 somministravano grossi pezzi lavorati, come ne fa prova un coperchio di sepolcro esistente un tempo nel convento dei Francescani in Domodossola ed ora posto esternamente ad una cappella in Pallanzeno. Esso misura metri 2,10 di altezza e 1,54 di larghezza; ha in basso rilievo le figure in grandezza naturale di due monaci, e attorno, con la data suindicata, l'inscrizione di chi fece costrurre il sepolcro, e fra le due figure le parole incise: **HVNC LAPIDEM BEVRA DEDIT.** Inoltre il nome di *bevola* corrisponde a quello dato al paese nel secolo XV, come risulta da una lettera del Duca di Milano scritta nel 1487 (1) al comandante la torre di Bevola sollecitandone la riattazione a scopo difensivo.

Ma l'esportazione deve risalire a parer mio al fine del secolo XIII, epoca in cui fu reso navigabile il Naviglio Grande

(1) E. BIANCHETTI, *Ossola inferiore*, vol. II, pag. 431.

sino a Milano, perchè rimaneva aperta fra Beura e la capitale Lombarda la via diretta di comunicazione, usata anche oggidì, di successiva navigazione sulle acque del Toce, che, scorrendo vicino alle cave, affluisce al Lago Maggiore, dal quale esce il Ticino le cui acque alimentano il Naviglio.

E sebbene anticamente dovessero i grossi massi erratici somministrare, dove si trovavano, un materiale da costruzione, tuttavia non è improbabile che i romani abbiano esportato la pietra da Beura, stante che l'antica via romana passava per detta località. E un accurato studio litologico delle lapidi romane del Novarese, unito a quello storico sulle vie di comunicazioni in quei tempi, potrebbe dare nozioni a tale riguardo.

L'importanza commerciale delle cave di Beura è abbastanza indicata dal seguente specchio di produzione per l'anno 1874 desunto dalla statistica dell'Ingegnere Laporte (1):

Lastre per pavimenti . . .	37610	metri quadrati
» per balconi e terrazzi da 1,50 a 6 metri di lunghezza . . .	6354	id.
Scalini e cornici da tetto .	45441	metri lineari.

L'accennato materiale è scelto fra alcune varietà di gneiss le quali appartengono, secondo la carta del Gerlach (2), al gneiss recente del Monte Rosa; e la maggior parte delle cave sono situate fra Beura ed una zona di roccie anfiboliche posta a due chilometri al sud del paese, la quale divide il gneiss del Monte Rosa da quello detto, dallo stesso autore, di Valsesia.

Non essendomi noto per osservazioni bibliografiche una descrizione dei minerali che si rinvengono in tale gneiss, credetti interessante farne studio per la mineralogia ossolana della quale mi occupo. Alla lista dei minerali sinora da me trovati, faccio precedere alcuni cenni geognostici parendomi dovere di mineralogo il farlo quando si descrivono minerali di una data loca-

(1) *Tableau des carrières de dalles granitiques en exploitation dans la vallée de l'Ossola Inférieure et Supérieure*, 1874.

(2) *Die Penninischen Alpen.*

lità, tanto più che non credo esistano studii litologici sulle roccie di Beura. E sebbene l'area a cui si riferiscono i seguenti cenni geognostici possa essere trascurabile per l'occhio di un geologo, tuttavia non li credo inutili, recando sovente le minute indagini del mineralogo notevoli vantaggi alle grandi deduzioni geologiche.

Le varie qualità di gneiss hanno in generale una stratificazione concordante, ma sono fra loro ben distinte sia per la struttura, la quale vi è rappresentata in tutti i modi possibili, sia per l'oscillazione dei componenti mineralogici; e quest'ultima è tale riguardo all'ortosio, che la roccia in qualche luogo è litologicamente un vero micaschisto.

A meglio stabilire la situazione in posto delle varietà di gneiss aggiungo uno schizzo, fig. 1, rilevato dalla carta dello Stato Maggiore, ove indicai con tratti le direzioni ed inclinazioni osservate degli strati, dalle quali risulta che la direzione media è di N. 63° E. e l'inclinazione oscilla fra 66° S. e 85° N. a causa di una ripiegatura degli strati al N° 6.

La roccia gneissica nelle dette posizioni ha i seguenti caratteri generali:

N° 1. Sottile strato di roccia a struttura micromera, ricchissimo in mica biotite, talchè i granuli di ortosio e quarzo sono solo visibili nelle sezioni trasversali alla stratificazione; il colore è oscuro e la schistosità facilissima. Si osservano numerose vene di quarzo colorite in giallo da parziale decomposizione di pirite abbondante in esso;

N° 2. Struttura micromera come la precedente, ma il colore della roccia più chiaro per predominanza di ortosio e presenza di mica bianca biasse. In sezioni parallele alla direzione e ortogonali alla stratificazione presenta una struttura listata di linee bianche feldispatico-quarzose, interrotte ad intervalli irregolari da noduli lenticolari feldispatici.

La mica uniasse bruna, che conserva anche in lamine esilissime il suo colore, per essere molto ferrifera si fonde più facilmente della bianca. Sottoponendo una lastrella di roccia a varie temperature coll'uso prima di un cannello ad aria fredda e poi a quello ad aria riscaldata di Fletscher, ed osservandola al microscopio, dopo successivi raffreddamenti, si possono distinguere le progressive fusioni prima della mica bruna poi della bianca e dell'ortosio.

A proposito della fusibilità mi pare che a paragone della temperatura si possa introdurre in mineralogia oltre il cannello ordinario anche quello ad aria calda, perchè è naturale che con quest'ultimo si potrà ancora osservare il carattere di relativa fusibilità di quei minerali che sono infusibili al cannello ordinario. A cagion d'esempio, un frammento di staurotide fusibile in smalto nero col cannello ad aria calda si distinguerà facilmente dallo zircone infusibile; o un frammento di topazzo il quale imbianca e fonde sui margini, si distinguerà dal quarzo perfettamente inalterabile; parimente l'imbiancarsi ed il fondere in smalto bianco della cianite potrà essere p. es. un carattere distintivo quando abbia struttura fibrosa, dalla fibrolite che fonde più difficilmente e quasi senza imbiancarsi.

La varietà di gneiss del N° 2 alterna in piccoli strati con altra a noduli e rari cristalli di ortosio.

Al N° 3 continua l'alternazione precedente, solo che i noduli lasciano posto a maggior numero di cristalli.

Al N° 4 il gneiss ha struttura porfiroide con grossi cristalli a spigoli smussati di ortosio, e senza alcuna relazione colla stratificazione, la quale è tuttavia palese nella massa, e dal modo che questa li involge è improbabile che detti cristalli siansi formati *in loco*, massime che l'aspetto complessivo presenta come una specie di struttura fluidale.

I cristalli sono talvolta della lunghezza di 7 centimetri, presentano per rottura un piano di geminazione la quale, dalla direzione delle sfaldature visibili nei due individui, deve essere secondo la legge di Carlsbad. Essi contengono inclusioni di quarzo e mica.

Vi sono anche cristalli i quali non ritengono più forma esterna, talchè le loro sezioni invece di dare dei poligoni si presentano come noduli, mostrando però sempre il loro stato cristallino per mezzo di perfetta sfaldatura e della linea di geminazione, come alla fig. 2 metà del vero. Sembra che siano cristalli i quali abbiano perduto la loro forma per cause posteriori alla loro origine, come sarebbe di un cristallo immerso in una massa, liquida per fusione o naturalmente, la quale potesse agire come solvente sulla massa di esso. Il cristallo consumandosi all'esterno perde naturalmente la forma poliedrica lasciandosi sempre riconoscere come residuo di cristallo dalla struttura del pezzo che rimane.

In seguito il gneiss passa alla struttura granitica micromera e contiene dei frammenti di gneiss analogo al N° 2, ed irregolare ne è la stratificazione.

Al N° 5 vi ha una cava di gneiss a struttura micromera listata, ricco in feldispato con mica muscovite predominante sulla biotite, e traccie di clorite. Le geminazioni polisintetiche caratteristiche dei feldispati triclini sono rare.

Tale gneiss contiene inoltre in cristalli sia macroscopici che microscopici una quantità ragguardevole di tormalina nera; essa si trova sparsa nella massa, e si presenta in maggior copia generalmente nelle venature bianche del gneiss, le quali sono quasi prive di mica.

I cristalli sono generalmente rotti, e orientati coll'asse di simmetria parallelo alla direzione degli strati. Sono poi ricchissimi in inclusioni di quarzo. La presenza di tale minerale è così costante in detto gneiss, che è la varietà più estesa di Beura, da ritenersi come un accessorio caratteristico, ed io credo si possa chiamare gneiss tormalinifero; e tale denominazione mi sembra star bene per il parallelismo col granito tormalinifero.

Nei trattati di litologia in generale non si parla di un gneiss tormalinifero, bensì di una roccia affine al gneiss, cioè della granulite tormalinifera. Ma il gneiss di Beura accennato non può ritenersi per una granulite, roccia che incontrai in altre località ossolane, per la mancanza del granato componente caratteristico di detta roccia. Neppure si può ritenerlo per una granulite tormalinifera, dove cioè il granato è sostituito dalla tormalina per la troppa quantità di mica, minerale non necessario alla granulite, e nella quale, se si presenta, è in piccola quantità, o se diventa abbondante avviene, secondo Zirkel (1), perdendo granato, passando così al gneiss. E se in tal modo in una granulite la mica esclude il granato, non si può certamente ammettere, volendo rispettare le classificazioni, una granulite tormalinifera molto ricca in mica, perchè la tormalina rappresenterebbe il granato in detta roccia.

La quantità di mica poi nel gneiss di Beura ricco in tormalina non varia da quello analogo in struttura che ne è privo, e solo differisce, secondo le mie osservazioni, nella qualità; cioè che nel gneiss tormalinifero la mica muscovite prevale di molto

(1) *Lehrbuch der Petrographie*, II, pag. 440.

sulla biotite. Questo fatto sarebbe anche favorevole per mantenere un gneiss tormalinifero corrispondente al granito tormalinifero nel quale pare caratteristica secondo Lasaulx (1) la mica muscovite invece della biotite (2).

Il gneiss a tormalina di Beura non potrebbe manco ascriversi alla leptinite di Fouqué e Levy perchè in detta roccia, secondo essi, l'associazione della tormalina colla mica bianca è rarissima (3); nè alla granulite tormalinifera degli stessi autori, perchè anzi tutto vi osta la stratificazione, e poi la mica nera non è la predominante.

Un gneiss tormalinifero fu indicato senza descrizioni particolari dal Baretti (4) nella località di Tresenta e Moncorvé presso il Gran Paradiso.

Oltre la tormalina si osservano rare inclusioni di microscopiche lamelle di ematite o forse menaccanite esistendo questa anche macroscopica nelle druse. E fra la mica bianca osservai pure una sezione quadratica con tinta rosea così leggera da distinguersi difficilmente dall'incolora, e che fra i prismi incrociati si dimostra isotropa; ed essendovi nella stessa mica altre sezioni prismatiche che sono anisotrope, ritengo che si tratti di zircone e spero di poterlo constatare in altro lavoro più speciale sulla presente varietà di gneiss.

Nel detto gneiss tormalinifero della cava al N° 5 esistono due strati, uno di metri 1,50 e l'altro 0,50 di spessore interposti concordemente alla stratificazione di un micaschisto bianco argentino o leggermente rossastro e ricco di minuti cristalli di tormalina gialla topazio. La mica con lo stauroscopio Brezina si presenta distintamente biasse.

Ciò che è interessante in tale giacimento intercalato nel gneiss si è la mancanza di passaggio al micaschisto per diminuzione di feldispato, e non esservi nel micaschisto assolutamente traccia di tormalina nera che abbonda nel gneiss incassante privo a sua volta assolutamente di tormalina gialla.

Di simile micaschisto bianco argentino ne vidi detriti in altre località ossolane, ma non potei ancora studiarli in posto onde

(1) *Elemente der Petrographie*, pag. 328.
(2) *Mikroskopische Physiographie;* I, pag. 235.
(3) *Minéralogie micrographique des roches éruptives françaises*, pag. 174.
(4) *Studi geologici sul gruppo del Gran Paradiso*, pag. 19.

conoscere se siano tutti tormaliniferi o se incassati in roccie a tormaline, perchè io credo che vi debba essere uno stretto rapporto di genesi trattandosi di interstrati, e che il diverso colore del minerale accessorio, sebbene nettamente delimitato, debba dipendere da quelle piccole differenze di costituzione chimica corrispondente alle stesse differenze dei minerali componenti la roccia, come deve essere necessariamente nel nostro caso fra la mica biasse del gneiss e quella del micaschisto rimanendo il quarzo identico.

Al N° 6 dove gli strati diventano verticali il gneiss è porfiroide a grossi cristalli come al N° 4.

Al N° 7 la roccia ritorna all'inclinazione primitiva ed è costituita da un gneiss porfiroide a noduli ed a cristalli di feldispato, e da altro a struttura micromera, il quale talvolta involge delle lenti del primo, e la linea limite fra i due gneiss è precisa, non havvi cioè alcun passaggio di struttura.

Dopo il N° 7 si presenta un sottile strato di gneiss micromero, povero in feldispato e ricco di mica specialmente bruna uniasse; essa contiene della staurotide in minuti cristalli generalmente semplici, e la cui orientazione, rispetto alla stratificazione, è irregolare; vi si osservano pure, benchè più raramente, piccole lamine di cianite.

Detto gneiss micaceo passa insensibilmente ad altro di eguale struttura ma più ricco di feldispato e la tormalina nera prende in maggior copia il posto della staurotide.

Al N° 8 è la località dove esistono le più estese e numerose cave situate le une sopra le altre sul pendio del monte.

Le varietà di gneiss che si lavorano si riducono a due principali, intendo litologicamente parlando, ossia escludendo quelle che i lavoratori nello stesso gneiss trovano riguardo alla diversa resistenza del materiale prodotta naturalmente sia da struttura, sia da piccola oscillazione dei componenti principali. Come si osserva nel granito di Monte Orfano il quale, sebbene ritenuto eguale in tutta la sua massa dai litologi, presenta tuttavia in alcune cave tale diversità di resistenza da influire sulla scelta del materiale a seconda lo scopo cui deve servire.

Le due varietà indicate sono il gneiss tormalinifero come al N° 5, nel quale la tormalina nera, oltre l'essere sparsa nella roccia, si trova anche come costituente nuclei centrali di noduli feldispatici quarzosi.

E l'altro gneiss è della varietà glandolare, sebbene tale struttura sia visibile solo in sezioni ortogonali al piano di stratificazione ed alla direzione, perchè parallelamente si scorge, che ciò che sembra una ghianda od un nodulo, non sono che sezioni di lunghi regoli feldispatici orientati parallelamente fra loro ed alla direzione dello strato.

Al N° 9 esiste un'altra cava di gneiss tormalinifero analogo a quello dei N[i] 5 e 8. In esso vi sono intercalati due straticelli di micaschisto poverissimo in quarzo ed assai ricco in cristalli di tormalina verdastra. La mica è in massima parte uniasse, ma di colore più chiaro che la biotite del gneiss.

Il gneiss di Beura sia il micromero che il glandolare possiede una schistosità tale da essere facile avere lastroni di 6 metri di lunghezza e 1,50 e anche più di larghezza. Ed un esempio sorprendente di fissilità si osserva al Museo di Domodossola dove havvi una lastra di metri 2,80 di lunghezza e 0,25 di larghezza, e collo spessore uniforme di soli cinque millimetri. E si noti che tale pezzo faceva parte di lastra più ampia rottasi nel trasporto da Beura. Naturalmente tale esempio serve solo per dimostrare il parallelismo della schistosità perchè, riguardo alla facilità di fendersi, vi è a mio credere ancora la disaggregazione prodotta dagli agenti atmosferici. Infatti, tutte le roccie schistose sono alla superficie non solo di più facile fissilità, ma trovansi sovente già in posto ridotte in sottili lastre separate.

Nell'area contenente le varietà di gneiss indicate sono frequenti i piani di rottura, pei quali credo opportuno di adottare secondo Daubrée (1) il nome generale di litoclase e quelli particolari di diaclasi e paraclasi per le rotture senza o con spostamento.

Il piano delle litoclasi è generalmente quasi normale alla direzione degli strati, vi sono sia diaclasi che paraclasi, ma in quest'ultime lo spostamento è minimo. Le litoclasi a larga apertura sono rare e sempre riempite da quarzo, mentre quelle a pareti vicine sono anche riempite da clorite.

Talvolta poi le linee delle litoclasi, massime al loro termine, sono appena riconoscibili da laterali infiltrazioni ocracee. La fig. 3ª *a* rappresenta al naturale il fine di una litoclasi la quale, ove non è più visibile, rimane ancora indicata da un'infiltrazione laterale ocracea eguale in intensità di colore, ma che diminuisce in esten-

(1) *Études synthétiques de géologie expérimentale*, pag. 351.

sione laterale. Altre volte invece, come nella fig. 3ª *b*, le infiltrazioni laterali sono parallele alla linea di rottura ed il colore diminuisce gradatamente d'intensità.

Dette infiltrazioni sono sovente il solo indizio di una litoclasi.

I minerali che sinora io rinvenni nelle indicate varietà di gneiss, eccettuando quelli che hanno uno sviluppo solo microscopico, tenendo conto anche degli accessori nelle roccie e dei componenti principali quando formino druse cristalline, sono per ordine di frequenza i seguenti: *Quarzo, Tormalina, Clorite, Ortosio, Mica, Staurotide, Cianite, Laumontite, Calcite, Fluorite, Menaccanite, Limonite, Pirite, Pirrotina, Marcassite, Stilbite, Titanite, Apatite, Anatasio.*

Detto ordine di frequenza è solo relativo agli esemplari da me trovati.

Il *Quarzo* è il minerale più abbondante. Le forme cristalline osservate, oltre le comuni del prisma e dei due romboedri sono: i romboedri diretti: $13\,\bar{2}\,\bar{2}$, $7\,\bar{2}\,\bar{2}$, $3\,\bar{1}\,\bar{1}$ e gli inversi $8\,8\,\bar{7}$, $4\,4\,\bar{5}$ i quali due trovai ben distinti solo in qualche cristallo, ma la curvatura che osservasi comunemente fra le faccie del prisma e del romboedro $2\,2\,\bar{1}$ deve certamente attribuirsi alle faccie dei detti romboedri inversi, le quali sono generalmente coperte da strie parallele alle caratteristiche del prisma.

Oltre ai detti romboedri vi sono a seconda dei cristalli le emiedrie di destra o di sinistra dello scalenoedro $4\,\bar{1}\,\bar{2}$ generalmente molto sviluppato come nella fig. 4 e nella fig. 5 dove la faccia 10.0 già poco estesa per uno sviluppo con pseudosimmetria rombica del cristallo, è quasi scomparsa per l'estensione della faccia $4\,\bar{2}\,\bar{1}$. Non tanto comuni sono le emiedrie dell'isosceloedro $4\,1\,\bar{2}$. In qualche cristallo osservai pure piccolissime faccie striate che ritengo dell'emiscalenoedro $5\,2\,\bar{4}$.

Nel gneiss di Beura non si trovarono sinora giganteschi cristalli come in altre località alpine, e la grandezza maggiore da me veduta fu di 30 centimetri di diametro.

Riguardo al colore sono o ialini o affumicati, questi sembrano i più comuni.

Non osservai differenze morfologiche per sviluppo o numero di forme cristalline fra le due varietà di colore.

Vi sono cristalli levogiri e destrogiri, e talvolta trovansi entrambi nello stesso aggruppamento cristallino di una drusa, la qual cosa credo interessante per la genesi.

I cristalli di quarzo sono ricchissimi d'inclusioni. Anzitutto vi sono bolle microscopiche con liquido, delle quali si può osservare la mobilità muovendone il cristallo. Per tale osservazione si presta bene la costruzione del goniometro-microscopico di Hirschwald perchè centrata una bolla di una lamina di quarzo si può, contemporaneamente all'osservazione microscopica, imprimere un movimento sufficiente a spostare il liquido. Esaminando al microscopio, coll'apparato elettrico di Vogelsang, l'influenza della temperatura sopra dette bolle trovai che a 120° esse si spostano ma non scompaiono. Ponendo invece la lamina di quarzo semplicemente sopra un sostegno di filo di platino, onde evitare le perdite di calore che si hanno coll'apparato, le bolle si possono far scomparire e ricomparire per successiva diminuzione di temperatura, e se si prolunga il riscaldamento, il quarzo si screpola con fessure che hanno per origine i vani delle inclusioni. Il liquido deve ritenersi acqua.

Non ho trovato esemplari di quarzo con bolle semoventi.

Ho notato anche inclusioni di quarzo in microscopici cristalli sparsi nell'interno sopra piani paralleli a due faccie adiacenti del prisma e di quelle d'un romboedro. Sembra che essi dopo di essersi depositati sopra dette faccie del cristallo siano stati compresi da altro involucro di quarzo. Ciò dimostrerebbe la cristallogenesi ad intervalli successivi.

Comuni poi sono le inclusioni di tormalina nera, e la fig. 6 rappresenta in grandezza naturale un frammento di cristallo di quarzo affumicato nel quale vi sono una quantità di prismi aciculari di detto silicato. Talvolta hanno comunicazioni all'esterno, altre volte sono frammenti di varia lunghezza e diametro sparsi senz'ordine nella massa quarzosa. Mi fu dato anche di osservare dei vani lasciati dai cristalli di tormalina, ed in uno di questi, che però comunica all'esterno trovai un complesso di cilindri concentrici, forse concrezioni, di colore bianchiccio, e la fig. 7 ne indica la disposizione con ingrandimento di 60 diametri.

La clorite è pure sovente inchiusa nel quarzo, disposta talvolta a strati esili e paralleli a due o tutto al più tre faccie adiacenti del prisma e dei romboedri, e ciò dipendentemente dalla posizione che aveva nella drusa il cristallo quando vi si depositava sopra la clorite fra i depositi ad intervallo di quarzo. Lamelle di menaccanite sono pure non rare come inclusioni.

La *Tormalina nera* si presenta sempre in cristalli aciculari

del maggior diametro, da me osservato, di 4 millimetri, e della lunghezza anche di 10 centimetri. Per essere detti cristalli generalmente penetranti coi loro capi nelle pareti delle druse o dei cristalli di quarzo riesce difficile averli colle faccie terminali, ed i pochi da me esaminati presentano, oltre il prisma e l'emiprisma esagono, le cui faccie sono sempre striate, solo i romboedri $11\bar{1}$, 100 predominanti, e poi poco sviluppate quelle del 110 e del pinakoide. I cristalli aciculari costituiscono sovente delle masse a struttura fibrosa, ed altre volte si trovano nelle druse degli aggruppamenti cristallini così capillari da sembrare, se si fa astrazione del colore, all'asbesto.

Il colore è apparentemente nero; ma il vero colore visibile, nelle lamine sottili e nei cristalli di un diametro inferiore a mezzo millimetro, è bruno rossastro.

Detto colore non è sempre uniforme, e talvolta si vedono nei cristalli capillari due colori; parimente, osservando il dicroismo in lamine tagliate parallelamente all'asse ottico, mi accadde di vedere due colorazioni disposte come nella fig. 8, dove le macchie oscure danno i colori dicroici roseo-bruno ed azzurro, ed il resto del cristallo rossastro e bruno. La differenza di colore si scorge sovente anche nelle sezioni perpendicolari all'asse ottico, e la fig. 9 ne rappresenta una nella quale si vede un cristallo interno di colore non uniforme, ma con venature verdi celesti in campo verde oliva oscuro, ed un inviluppo di colore verde oliva chiaro con venature più oscure. Nell'interno si osservano inoltre tre macchie poligonali di colore ocraceo e coi lati orientati colla simmetria del cristallo.

La *Tormalina gialla* non si rinvenne mai in druse, e non si presenta con struttura così aciculare come la nera, ma in piccoli cristalli colle faccie terminali del romboedro 100; e le faccie degli emiprismi più distinte e meno striate che nella varietà nera.

Il colore è giallo topazio nel micaschisto a mica bianca, e giallo verdognolo in quello a mica oscura.

Dette tormaline gialle sono fusibili in scoria bianca, epperò debbono appartenere al gruppo detto da Rammelsberg (1) delle magnesiache non ferrifere.

---

(1) *Handbuch der Mineralchemie*, pag. 539.

Riguardo ad inclusioni, le tormaline nere delle druse è rarissimo che ne abbiano, e le impastate nelle roccie invece ne contengono assai di quarzo, come alla fig. 10, in tale quarzo poi talvolta vi sono bolle ed anche di quelle semoventi. Le gialle sono ricche in bolle, e in quarzo contenenti anche bolle, inoltre si osservano microliti con forma prismatica rettangolare e osservando le varie sezioni alla luce polarizzata, sembrano trimetrici.

La *Clorite* si trova sia compatta che scagliosa, ma in ambi i casi al microscopio si presenta cristallizzata. La compatta è costituita da un intreccio di tanti prismi esagonali vermiformi, come nella fig 11, con un diametro in generale non maggiore di 40 micromillimetri.

Per detta struttura, frequentissima in molti cloriti, potrebbe anche avere il nome di Elminto se la clorite, così chiamata da Otto Volger, non fosse rombica, o secondo Naumann monoclina, come varietà di Clinocloro, ossia non fosse biasse, mentre la nostra si sfalda in lamine esagonali, le quali si comportano alle osservazioni stauroscopiche assolutamente come uniassi.

Anche la clorite in polvere o scagliosa è costituita da lamine esagonali uniassi.

Il colore verde è più chiaro nella scagliosa che nella compatta, differenza solo causata dalla struttura perchè la seconda, ridotta in polvere, ha lo stesso colore che la prima.

Nella compatta si osservano anche venuzze giallastre, le quali corrispondono a superficie di separazione di colore ocraceo per parziale alterazione dell'ossido di ferro del minerale.

L'*Ortosio*, considerato come minerale accessorio, è rappresentato dalla varietà adularia ed in cristalli semplici con le forme 110 e 101 se in druse con molta clorite, se invece non havvi clorite, allora, oltre le dette forme, vi sono anche le 010, 001 e 111. Accenno tale differenza perchè credo possa essere utile per lo studio dell' influenza che può avere riguardo la ricchezza di forme cristalline, la presenza di altre sostanze durante la cristallogenesi.

Quando vi è associata la clorite, sovente questa si trova rinchiusa per un certo tratto dalla superficie, come si vede nella fig. 12. In detta adularia si trovano frequenti inclusioni di bolle non solo, ma io ne osservai anche semoventi con movimento però più lento che in quelle del quarzo. La presenza di bolle semoventi nell'adularia non pare comune, perchè, a cagion d'esempio, le adu-

larie di Pfitschthale e del S. Gottardo, secondo Rosenbusch (1) ne sarebbero prive.

La *Mica*, sia la bianca biasse che la bruna uniasse si trova in piccole lamine sparse nella clorite, e si distingue da quella della roccia dall'essere le lamine affatto piane, prive cioè di quelle ondulazioni caratteristiche in generale della mica considerata come componente principale del gneiss.

La *Staurotide* e la *Cianite* sparse nella roccia, si presentano la prima in minuti cristalli rombici, la seconda in piccole lamine.

La *Laumontite* si rinviene nelle litoclasi del gneiss in piccoli cristalli con le forme 110 e $\bar{1}01$. e di colore bianco. Essa si altera presto sgretolandosi, se non si ha l'avvertenza di conservarla in un'atmosfera umida od anche nell'acqua.

La *Calcite*, frequente nelle druse, è cristallizzata abitualmente in lamine esagonali, le quali se sottili sono trasparenti; ma il più delle volte sono opache per una sovrapposizione di lamelle parallela alla faccia del pinakoide. Ed in alcuni esemplari, come nella fig. 13, si riconosce facilmente che dopo essersi formato un piccolo cristallo prismatico, avvenne un successivo deposito in lamine esagonali con eguale orientazione, così si osserva il nucleo trasparente ed il resto della lamina opaco. È una struttura analoga a quella osservata nello stesso minerale da Scharff nella valle di Madaran.

Altra forma della calcite di Beura sono cristalli, come nella fig. 14, con le faccie di un romboedro inverso tutte rugose e con splendore sericeo prodotto dai riflessi di microscopiche sporgenze lamellari perpendicolari all'asse di simmetria, mentre le faccie del pinakoide sono piane ed in direzione ad esse perpendicolari; il cristallo è di una perfetta trasparenza.

Osservai pure piccoli scalenoedri molto alterati, e associati con clorite.

Nella calcite non sono rare le inclusioni di tormalina, clorite, fluorite, pirite; pure frequenti sono le inclusioni liquide specialmente nelle lamine costituite da sovrapposizione parallela al pinakoide. I vani di tali inclusioni (fig. 14 *bis*) sono compresi fra dette sovrapposizioni e perciò molto allargati secondo il piano della lamina, e limitati ai fianchi generalmente da linee rette,

(1) Op. c., vol. 1, pag. 335.

e talvolta hanno la forma di triangoli equilateri. La bolla non si presenta quindi come una sfera, ma bensì come un cilindro di altezza minima in confronto al diametro delle basi formate dalle due pareti parallele del vano. A 100° la bolla si sposta, ma con poca variazione di volume. A temperatura più alta essa scompare, ed arrestando il calore prima che ne avvenga la rottura del vano, ricompare o la bolla o si formano repentinamente varie bollicine, le quali si riuniscono poi a formare la bolla primitiva. Credo che nell'inclusione vi sia acqua con bicarbonato calcico e acido carbonico.

La *Fluorite* è in ottaedri con traccie del cubo e del rombododecaedro. In alcuni cristalli le faccie sono rugose per corrosione, ed hanno profonde solcature secondo le linee di sfaldatura. La fig. 15 ne dà un saggio in grandezza naturale di un esemplare rinvenuto senz'altri minerali in una litoclasi.

Il colore è generalmente roseo pallido talvolta verdognolo.

Anche la fluorite contiene inclusioni liquide a bolla mobile per riscaldamento.

La *Menaccanite* è in lamine esilissime e le reazioni avute per il titanio mi autorizzano a ritenere il minerale per menaccanite piuttostochè per ematite titanifera.

La *Pirite*, in piccoli cristalli di cubo ottaedri, si trova nelle litoclasi cloritose, e quarzose.

La *Pirrotina* non rinvenni mai in cristalli come nei giacimenti metalliferi ossolani di Miggiandone, Pestarena e Val Toppa, ma solo in noduli nel quarzo.

La *Limonite* si presenta pseudomorfa dei solfuri di ferro.

Alla *Marcassite* ascrivo una polvere nerastra che trovai in piccole druse di quarzo con pirrotina, e che al microscopio si presenta costituita da minuti aggregati dendritici, e al saggio chimico dà la reazione della pirite.

La *Titanite*, la *Stilbite*, l'*Anatasio* e l'*Apatite* sono i minerali che nelle mie ricerche sono i più rari, avendone di essi un solo esemplare.

La *Titanite* è in piccoli aggregati cristallini sopra quarzo e di colore roseo pallido.

La *Stilbite* è in un aggregato radiato di cristalli associato in una drusa con adularia e quarzo.

D'*Anatasio* sono tre cristalli del diametro di $^1/_4$ di millimetro, e al microscopio presentano le nitide faccie del pinakoide e le striate dell'ottaedro 111.

Per *Apatite* ritengo alcuni cristalli aciculari di $^1|_3$ di millimetro di diametro sparsi fra l'adularia e che al microscopio, in direzione dello allungamento del cristallo, presentano un pinakoide, e disposte in simmetrie esagonali le faccie corrispondenti a 3 piramidi.

Il Barelli (1), alla località Beura, fa menzione solo di gneiss a grana fina con mica bianca argentina e dei minerali, *attinoto verde oscuro*, e *clorite polverolenta*. Il Bombicci (2) nel suo itinerario mineralogico a Beura indica l'*attinoto verde oscuro*, *clorite terrosa* e *mica argentina nel gneiss*. Infine il Jervis (3) a Beura cita i minerali *quarzo*, *anfibolo verde oscuro* e *tormalina nera*. Niuno però descrive i minerali citati.

Risulta quindi che i tre autori stabiliscono la presenza dello attinoto che io non rinvenni. Ora, siccome è probabile che i due ultimi, riguardo tale minerale, abbiano riprodotto, sebbene non lo dicano, la citazione del Barelli, e ciò sarebbe consono colla data delle pubblicazioni del Barelli nel 1835, del Bombicci nel 1862 e del Jervis nel 1873, così mi basta di fare l'osservazione sul Barelli.

L'esemplare che servì al Barelli esiste al Museo della Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, e dalla mia osservazione risulta bensì di anfibolo e magnetite, ma non posso credere che provenga dal gneiss di Beura, perchè ha tutto il carattere di un esemplare proveniente dalla zona anfibolica, la quale, comparendo a giorno più in alto delle cave di gneiss e sullo stesso versante, non è fuori caso che di essa si trovino detriti insieme a quelli del sottostante gneiss.

Ho fatto quest'osservazione perchè essendo l'attinoto menzionato da tre autori, parrebbe dovesse essere assai comune, e quindi abbastanza strano che fosse sfuggito alle mie ricerche, le quali dànno un numero di minerali maggiore di quello indicato dai detti scrittori.

Gli accennati minerali di Beura si rinvengono o nelle druse o sulle pareti delle litoclasi, o disseminati nella massa gneissica.

Le druse poi sono o sparse nella roccia generalmente attorniate da matrice quarzosa, ovvero si trovano nel quarzo che riempie le grandi litoclasi.

---

(1) *Cenni di statistica mineralogica degli Stati Sardi*, pag. 452.
(2) *Corso di mineralogia*.
(3) *I tesori sotterranei dell'Italia*, parte I^a, pag. 176.

Talvolta poi, come osservai nella cava Cirla, vi sono druse che formano come centro di un sistema raggiante di piccole diaclasi riempite di quarzo.

I minerali che si trovano solamente disseminati nella roccia sono le tormaline gialle, la staurotide e la cianite.

La tormalina nera, oltre all'essere sparsa nel gneiss come accessorio caratteristico, è pure abbondante nelle druse, specialmente associata al quarzo, di preferenza se affumicato, e alla clorite.

I cristalli di quarzo sono sempre presenti, sia nelle druse della roccia, che in quelle dei riempimenti quarzosi delle litoclasi: alle prime è più comune la varietà affumicata, alle seconde la jalina.

La clorite, sebbene frequente nelle druse della roccia, è però più abbondante in quelle delle litoclasi, delle quali, se piccole, costituisce non di rado tutto il riempimento. La compatta si trova in ambo le giaciture, la scagliosa solo nelle druse.

Talvolta nelle vicinanze delle litoclasi cloritose la clorite si trova sparsa nella roccia in modo da formare quasi un gneiss cloritico, e sembra che sostituisca piuttosto la mica biotite che non la muscovite.

Talvolta le litoclasi presentano delle cavità per non avvenuto riempimento, e sovente alle pareti così libere sono attaccati dei cristalli isolati o di quarzo o di laumontite o di fluorite.

Quest'ultimo minerale, quando ha tale giacitura, si presenta in cristalli con faccie rugose per corrosione, come nella fig. 15, dove un cristallo di fluorite cementa un frammento di roccia alle pareti, ed in esso si ha pure un evidente esempio che la corrosione nei minerali sfaldabili debba agire più facilmente secondo le linee di sfaldatura. I cristalli di fluorite nelle druse hanno invece faccie liscie.

Una spiegazione di tale diverso stato fisico delle facce può aversi considerando che i cristalli delle druse sono più preservati generalmente dalle infiltrazioni di quelle acque minerali, le quali possono sciogliere il fluoruro di calcio, ciò che non avviene nelle litoclasi non riempite. Ed una prova che la solcatura delle facce sia prodotta da soluzioni che s'infiltrano si è, che le pareti delle litoclasi non presentano una superficie ordinaria di rottura, ma vi si osserva che le lamine di mica e i granuli di quarzo sono sporgenti per i vani lasciativi dall'ortosio, che più facilmente fu decomposto.

Del resto, il minuto esame delle litoclasi ancora aperte, e dei minerali che vi si trovano, dimostra ad evidenza come esse costituiscano le arterie e le vene necessarie a quella continua circolazione acquea sotterranea che aiuta il moto della materia nelle sue continue evoluzioni.

Riguardo all'epoca relativa della genesi dei minerali, dirò solo di quelli che potei osservare in varie associazioni, e mi pare di poter conchiudere che la tormalina nera è il più antico minerale. S'intende delle druse, perchè quella che fa parte della roccia doveva essere ancora più antica, cioè contemporanea ai componenti del gneiss, come ne sono prova le numerose inclusioni di quarzo nella tormalina delle roccie, mentre quella delle druse ne è priva; che il quarzo si formò a varii intervalli, come pure la calcite, la fluorite e la clorite, e che la laumontite sia il più recente.

E la descrizione di un minerale, il quale rinchiude: Quarzo, Calcite, Tormalina nera, Fluorite, Clorite, Laumontite e Titanite può avvalorare le induzioni fatte in parziali osservazioni.

Ad un cristallo di quarzo affumicato sono attaccate grosse lamine parallele di calcite, le quali penetrano in parte nella massa quarzosa, sopra detta calcite, ed anche inchiusi fra le lamine vi son piccoli ottaedri di fluorite, e della clorite. Cristalli aciculari di Tormalina sono inchiusi nel quarzo in parte e attraversano la calcite, ed involgente uno di essi, vi ha un cristallo di laumontite orientato in modo che gli spigoli del prisma sono paralleli all'asse di simmetria della tormalina.

La Titanite giace con cristallini di adularia sul quarzo.

Dallo studio dei minerali nelle druse ho potuto conoscere come si possano constatare, anche indipendentemente dalle litoclasi, i movimenti cui va soggetta la crosta terrestre.

Nella clorite delle druse, massime scagliosa, non è raro trovarvi sepolti frammenti di minerali costituenti la drusa; e non è a credersi che ciò possa avere per causa scuotimenti artificiali, perchè sovente si rinvengono cristalli di quarzo staccati dalla matrice quarzosa della drusa, coperti di una patina di clorite fortemente aderente anche alla superficie di rottura del cristallo.

Di tale fatto ebbi già altra volta esempio in una cava di pietra sopra Dresio di Vogogna, dove avendo io da una cavità ripiena di clorite compatta toltone un pezzo, nel suddividerlo, vi trovai inchiuso un cristallo di quarzo colla clorite così aderente anche alla superficie di frattura da non potersi levare.

Altra prova di movimenti sono le inclusioni, frequentissime a Beura, nel quarzo, di tormalina nera in frammenti di varia grossezza e senza corrispondenza all'esterno.

In tali casi mi pare debba ammettersi che vi furono scosse le quali produssero la rottura di cristalli di tormalina preesistenti durante la formazione del cristallo di quarzo che li inchiude.

E per gli esemplari da me raccolti non si potrebbe ammettere la spiegazione data dal Bischof (1) per un fatto analogo osservato al S. Gottardo, perchè i frammenti di tormalina non appartengono allo stesso cristallo, ma bensì a varii di diverso diametro, nè tanto meno si può spiegare il fatto con la ingegnosa ipotesi data dal Volger (2) per dimostrare la presenza di cristalli di titanite sospesi nell'adularia.

A mio credere è fuori dubbio che l'inclusione dei frammenti siasi operata durante la cristallizzazione, e ritengo più facile di spiegare il fatto con tale ipotesi sostenuta dalle moderne ricerche microscopiche, che non ricorrendo ad una speculazione di pseudomorfosi; massime che nel nostro caso, se si dovesse anche trovare un possibile processo chimico di pseudomorfosi, rimarrebbe sempre per incognita la forma frammentaria dei cristalli inchiusi, dovendo la pseudomorfosi lasciare inalterato il carattere morfologico esterno.

L'ipotesi, che i frammenti di tormalina, che si trovano sospesi nei cristalli di quarzo, siano caduti nella soluzione dalla quale cristallizzava l'anidride silicica, può avere in favore la seguente osservazione.

Molti dei frammenti non sono perfettamente circondati dalla massa quarzosa, ma vi ha un leggero distacco visibile solo per luce riflessa e talvolta per gli anelli di Newton, e la larghezza e la forma di tale distacco varia, come nella fig. 16, dove sono rappresentati tre esempi presi dal vero con ingrandimento di 10 volte.

Ora detta circostanza può benissimo spiegarsi dal fatto che lasciando cadere minuti frammenti di una sostanza in un liquido di minore densità, essi trascinano sovente seco delle bolle d'aria, le quali difficilmente abbandonano il frammento, massime se il liquido è vischioso.

---

(1) *Lehrbuch der chemischen u. physikalischen Geologie*, II, pag. 553.

(2) *Studien zur Entwickelungsgeschichte der Mineralien*, pag. 160.

Se quindi dal liquido si solidifica una sostanza in modo quasi repentino come da soluzioni soprasature, non è improbabile che la compressione prodotta dalla contrazione ritenga aderente al frammento l'aria della bolla, togliendo però a questa la forma sferica permessale prima dal liquido in cui era, e darle quella forma casuale proveniente dall'irregolare azione delle forze contrattive, prodotta dalla presenza dello stesso frammento.

Escirei dalla cerchia di cenni monografici se io dovessi trattare la difficile questione delle origini delle inclusioni nel quarzo, massime che dopo il classico lavoro dello Söchting sulle varie ipotesi messe per spiegare le inclusioni nei minerali, non si ebbe sino ad oggi un positivo progresso che possa facilitare la soluzione di problemi così astrusi ed in pari tempo importanti di minerogenesi.

Un altro fatto che dimostra potersi trovare nelle druse gli effetti di scosse, è il seguente, che, sebbene non osservato a Beura, tuttavia credo opportuno il citarlo.

A Monte Orfano, nella cava di granito del signor Maulini, alcuni anni or sono, potei io stesso staccare dall'interno di una drusa, di circa 30 centimetri di larghezza e 50 di profondità, un conglomerato di frammenti di cristalli di ortosio cementati da calcite cristallizzata in grossi prismi.

Lo stabilire le cause di tali rotture non è certo cosa facile. Si possono attribuire alle litoclasi quando le druse sono attraversate da esse, ma per le altre che non lo sono, pare meglio il darne motivo alla pressione, la quale, deformando le druse, può naturalmente causare la rottura di cristalli preesistenti attaccati alle pareti. E che la pressione possa produrre tale effetto oltre essere provato dalle esperienze di Daubrée, il quale la ritiene anche come causa delle stesse litoclasi, è anche appoggiato dalla osservazione delle piccole screpolature riempite di quarzo, le quali irradiano per breve tratto da alcune druse della roccia, e che possono aversi per compressione di vani inchiusi in materia poco elastica.

Naturalmente in tale ordine di ipotesi bisogna ammettere che il riempimento quarzoso delle screpolature sia stato posteriore alla formazione dei cristalli interni di quarzo che subirono frattura, che cioè il deposito della anidride silicica siasi fatto in varie epoche; fatto del resto provato da altre osservazioni.

Altra ipotesi che, a parer mio, non è senza valore per spiegare le rotture di cristalli nelle druse, sarebbe quella fondata sulle

rapide scosse che i terremoti possono trasmettere alle masse rocciose, specialmente quando scosse precedenti, producendo numerose litoclasi, abbiano interrotta la continuità di resistenza, ossia diminuita la superficie di elasticità che impedirebbe l'urto repentino.

Termino questi cenni col riferire un altro fatto di osservazione, che, sebbene trovasse posto parlando delle inclusioni dei minerali, tuttavia per la sua singolarità merita di essere citato a parte.

In un grosso cristallo di quarzo affumicato vi sono due vani la cui forma è rappresentata dalla fig. 17 ingrandita di 8 volte, e le cui pareti sembrano formate da una rete di cristalli capillari, ed all'estremità dei vani vi è un frammento di tormalina nera.

Daubrée (1), parlando di cavità con impronte cristalline nel quarzo, si esprime: « Les cavités avaient la forme de cube, mais » elles sont souvent déformées, comme si le quartz avait été » encore mou, lorsque les cristaux ont disparu ».

Io, per meglio descrivere il mio caso, potrei dire: la cavità sembra il vano che lascierebbe dietro a sè un corpo unito a bolla d'aria, il quale, trovandosi sospeso in una sostanza gelatinosa, subisse un repentino moto di translazione.

Sono quei fatti che talvolta si descrivono meglio con paragoni, i quali spiegherebbero facilmente la causa, se l'ipotesi che inchiudono non fosse troppo strana.

Dette inclusioni le osservai in un solo esemplare, ma debbo aggiungere che è anche l'unico cristallo da me trovato che presenti una superficie di rottura con successiva cementazione; inoltre noto che la direzione longitudinale delle cavità è quasi parallela alla detta superficie.

E. Naville, nella sua *Logica delle ipotesi*, ridusse a tre le operazioni del pensiero per la soluzione dei problemi scientifici: osservare, supporre, verificare. E nel presente caso, essendo la seconda troppo facile e la terza troppo difficile, io mi limitai alla prima.

---

(1) *Ann. des Mines*, 5. 13, pag. 237.

Il Socio Cav. Giuseppe Basso legge il seguente suo lavoro:

APPARATO REOMETRICO

A MASSIMA DEVIAZIONE.

Gli importanti progressi che nel campo dell'elettrologia si fecero in questi ultimi anni, ed in particolare l'invenzione delle macchine dinamoelettriche, rendono in molti casi economicamente utile la mutua trasformazione delle energie elettrica, meccanica, termica e chimica. Per conseguenza, la determinazione degli elementi che influiscono sulla produzione e sulla distribuzione della energia elettrica, e, fra le altre cose, la misura dell'intensità delle correnti elettriche. dànno luogo a problemi sperimentali la cui risoluzione viene ricercata, non più solamente nel laboratorio del fisico, ma eziandio nell'officina dell'industriale.

Di qui la necessità di cercare procedimenti applicabili allo studio delle correnti elettriche di notevole intensità, e dai quali si esiga non tanto somma precisione di misure, quanto la semplicità e la speditezza delle operazioni.

Per ciò che riguarda la valutazione dell'intensità delle correnti, parecchi nuovi apparati vennero proposti di recente; basterà citare gli elettrodinamometri di Werner Siemens e di Walter-N-Hill (*), il galvanometro a spina di pesce di Marcel Deprez (**) ed infine la bussola senza resistenza di Terquem e Damien (***).

Ora, a me non parve inutile cercare se, per la facile misura dell'intensità delle correnti elettriche alquanto poderose, non si

(*) *American Journal of sciences and arts;* 1° semestre 1880, vol. XIX.
(**) *Journal de Physique, théorique et appliquée;* luglio 1880, tom. IX.
(***) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences;* seduta 20 febbraio 1882.

potesse trarre partito da un fenomeno di elettrodinamica relativo alla massima deviazione di un solenoide sotto l'azione della corrente; fenomeno da me studiato sotto l'aspetto teorico in un recente lavoro (*). Perciò procurai innanzi tutto di immaginare e di attuare un apparato, nel quale fossero prossimamente verificate le condizioni teoriche del fatto a cui alludo. Dopo qualche tentativo mi attenni alla seguente disposizione sperimentale.

Da uno zoccolo MM (vedi fig. 1ª) orizzontale di legno si ergono, a guisa di colonnette, due vasetti cilindrici A, B, della altezza comune di 6 centimetri, del diametro interno di 4 millimetri circa, e distanti l'un dall'altro di mezzo metro. Ciascuno di essi contiene mercurio ed è in comunicazione metallica con un serrafilo vicino. È fissata sul piano dello zoccolo una bussola ordinaria L L, in cui l'ago ha la lunghezza di 7 centimetri e l'asse verticale, intorno a cui questo può girare, giace nel piano degli assi dei due vasetti A, B ed è equidistante dai medesimi. Il piano orizzontale in cui è mobile l'ago è di qualche millimetro al disopra del piano dello zoccolo e passa per i fori dei due serrafili. Lo strumento deve sempre essere orientato in maniera che il piano degli assi dei due vasetti e dell'asse di rotazione dell'ago, coincida col meridiano magnetico del luogo; a far che ciò sia in ogni caso, basta evidentemente ricorrere all'ago stesso. Un filo di rame $abcd$ del diametro di 3 mm. circa ha la forma e la disposizione indicata nella fig. 1ª; ciascuno dei suoi capi pesca nel mercurio di uno dei vasetti e la sua porzione orizzontale bc è sostenuta in due punti p, q da una solida forchetta d'ottone poq, dalla quale però resta elettricamente isolata. Questa forchetta, nel suo punto o di mezzo, è rigidamente unita ad una dentiera verticale che, mediante un bottone r, si può far scorrere in senso verticale; così anche la parte orizzontale bc del conduttore di rame potrà muoversi parallelamente a se stessa abbassandosi od alzandosi, mentre i suoi capi stanno sempre immersi più o meno profondamente nel mercurio dei vasetti.

Il filo bc può in tal modo venir abbassato tanto, da sfiorare il vetro che serve di custodia alla bussola; in questa posizione esso si trova di pochi millimetri soltanto distante dall'ago. Ne

(*) *Sopra un caso particolare di equilibrio per un solenoide soggetto all'azione magnetica terrestre ed a quella d'una corrente elettrica;* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XVII.

può poi venir allontanato con movimento dolce e regolare fino all'altezza di 5 centimetri ed oltre.

Quando il conduttore mobile, mediante i serrafili ed i corrispondenti vasetti di mercurio, si trova inserito in un circuito elettrico, è chiaro che le piccole porzioni a e b, c e d di corrente verticale situate al disopra della porzione orizzontale bc esercitano sull'ago azioni che fra loro si elidono. Così ancora è insensibile l'azione esercitata dalle porzioni di filo esterne allo istrumento che vengono ad attaccarsi ai due serrafili; purchè però si abbia cura di tenerne i tratti più vicini distesi press'a poco nel piano orizzontale dell'ago. Infatti, ogni elemento di corrente giacente in questo piano agisce su ciascun polo dell'ago con una forza diretta verticalmente, la quale perciò non ha componente parallela al piano in cui l'ago può muoversi.

Se l'azione esercitata sull'ago calamitato, nell'apparato ora descritto, da una corrente elettrica continua passante per il conduttore A$abcd$B fosse precisamente identica a quella che una corrente lineare della stessa disposizione produrrebbe sopra un solenoide elementare rettilineo sostituito all'ago ed avente per lunghezza la distanza fra i poli di quest'ultimo, si avrebbe la formola:

$$I = p \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tang} \alpha + q \operatorname{sen}^3 \alpha \operatorname{tang} \alpha \quad \ldots\ldots (1),$$

nella quale I è l'intensità della corrente elettrica che si fa passare per il conduttore; α è l'angolo massimo di cui l'ago devia dal meridiano magnetico e che si trova facendo variare la distanza della porzione orizzontale cb del conduttore dal piano della bussola; p è una quantità sensibilmente costante per uno stesso ago, non dipendendo da altro che dal momento magnetico proprio di questo e dal momento della coppia magnetica terrestre proiettata orizzontalmente; q è pure una costante dello strumento e vale $-pr^2$, essendo r il rapporto fra la distanza dei poli dell'ago e la lunghezza cb orizzontale del conduttore.

L'espressione di I si semplificherebbe, riducendosi al solo primo termine $p \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tang} \alpha$, quando la parte cb del conduttore fosse molto lunga per rapporto alle dimensioni dell'ago; cosicchè la

sua azione su questo eguagliasse sensibilmente quella d'una corrente orizzontale indefinita e diventassero trascurabili le azioni esercitate dalle porzioni verticali di corrente.

L'assimilazione del grosso filo di rame destinato a far parte di un circuito ad una semplice corrente lineare e l'assimilazione dell'ago magnetico ad un solenoide elementare, non sono certo abbastanza legittime da permetterci di applicare rigorosamente al nostro apparato la relazione (1). Tuttavia è, possibile, che, calcolando per questo le costanti p e q per mezzo di buone esperienze preliminari, si abbia a trovare un soddisfacente accordo fra la realtà e la legge teorica della formola, almeno per valori di α e quindi di I compresi entro certi limiti.

Per accertarmi di ciò, risolsi di istituire una serie di ricerche sperimentali nel modo seguente. In uno stesso circuito erano intercalati:

1° Una pila di elementi Bunsen di media grandezza il cui numero poteva salire a cinquanta;

2° Il conduttore dell'apparato reometrico precedentemente descritto;

3° Uno o più rocchetti di resistenza;

4° Un voltametro ad acqua acidulata, nel quale gli elettrodi erano laminette di platino di estensione superficiale varia secondo i casi.

Potevasi far variare, nelle successive esperienze, l'intensità della corrente, sia per mezzo dei rocchetti di resistenza, sia modificando il numero e la disposizione degli elementi di pila. Per ciascuna corrente, mantenuta costante, si osservava allo apparato reometrico l'angolo α di deviazione massima e, contemporaneamente, raccoglievasi al voltametro l'idrogeno che in un tempo determinato si svolgeva per l'elettrolisi dell'acqua. Nella misura di tale effetto elettrolitico procurai di applicare le ben note precauzioni che tendono a scemare le cause d'errore, e tenni speciale conto delle indicazioni fornite a tale riguardo da Mascart nel suo recente lavoro « *Sull' equivalente elettro-chimico dell'acqua* » (*), che fa seguito a quelli di Weber e di Kohlrausch sullo stesso argomento. Ritenendo poscia che un *ampère* svolga al minuto primo centimetri cubi 10, 64 di gaz tonante, esprimevo immediatamente in ampère le intensità delle correnti esperimentate.

(*) *Journal de Physique, théorique et appliquée;* marzo 1882.

Raccolti ed ordinati i risultati numerici relativi ad un grande numero di osservazioni, reietti senz'altro tutti quelli che erano evidentemente alterati da errori sperimentali troppo gravi, non tardai ad accorgermi che, così per le correnti più deboli da me adoperate, come per quelle d'intensità molto considerevole, non sarebbe stato possibile determinare le costanti p e q in maniera da rendere la formola (1) atta a rappresentare in modo soddisfacente i fatti. E ciò era a prevedersi, poichè:

1° Per correnti tanto deboli che la corrispondente deviazione massima dell'ago sia solo di qualche diecina di gradi, a fine di ottenere questa deviazione devesi abbassare di molto il conduttore bc dello strumento, tanto da fargli quasi sfiorare il vetro sotto il quale trovasi a pochissima distanza l'ago. In questo caso è evidente che le condizioni teoriche, rispetto cui fu dedotta la formola (1) non sono più verificate, neppure in modo grossolano; non si può più considerare come lineare la corrente che attraversa il conduttore, e non è lecito ritenere come invariabile la posizione dei poli nell'ago;

2° Per correnti troppo poderose il difetto di sensibilità del procedimento si fa molto grave; quand'anche la legge che collega l'intensità della corrente colla deviazione massima fosse presso a poco quella rappresentata dalla relazione (1), risulta dalle mie sperienze che, se l'angolo α è vicino a 90°, una piccola variazione del suo valore importa una variazione notevolissima nel corrispondente valore di I. Ne consegue che, ad ogni inesattezza, anche lieve, che si commetta nella osservazione della deviazione massima, quando il suo valore è molto grande, corrisponde un errore, che può essere gravissimo, nella valutazione dell'intensità di corrente.

Per l'apparecchio rappresentato nella fig. 1ª, sul quale ho istituite le mie ricerche, riconobbi che non si possono avere buoni risultati quando le correnti, di cui si fa uso, imprimono all'ago deviazioni massime inferiori a 20°, ovvero superiori a 65°. Le intensità corrispondenti alle deviazioni comprese fra questi limiti variano all'incirca fra una metà di ampère e dieci ampère.

A cagione di quanto ora si è detto, per procedere alla determinazione dei valori di p e di q relativi al mio apparato, mi sono ristretto ad applicare il metodo dei minimi quadrati ai risultati di sole 10 esperienze, scelte fra quelle che ho motivo di credere più degne di fiducia.

Indico con α la deviazione massima letta all'apparato reometrico in una qualunque delle dieci esperienze e con I la corrispondente intensità di corrente espressa in ampère e trovata col procedimento elettrolitico. Pongo per brevità:

$$a = \text{sen}\,\alpha\,\text{tang}\,\alpha \ ,$$
$$b = \text{sen}^3\alpha\,\text{tang}\,\alpha \ ;$$

e calcolo i valori $a_1, a_2, a_3, \ldots$ di a ed i valori $b_1, b_2, b_3, \ldots$ di b per ciascuno dei valori di α osservati. Si hanno così dieci equazioni della forma

$$I = ap + bq \ ,$$

e si debbono cercare per le costanti p e q valori che meglio si adattino alle equazioni stesse. Perciò si ponga:

$$\Sigma a^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots\ldots + a_{10}^2 \ ,$$
$$\Sigma b^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + \ldots\ldots + b_{10}^2 \ ,$$
$$\Sigma ab = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots\ldots + a_{10} b_{10} \ ,$$
$$\Sigma aI = a_1 I_1 + a_2 I_2 + \ldots\ldots + a_{10} I_{10} \ ,$$
$$\Sigma bI = b_1 I_1 + b_2 I_2 + \ldots\ldots + b_{10} I_{10} \ .$$

Il metodo dei minimi quadrati conduce alle due equazioni:

$$\left.\begin{aligned} p\Sigma a^2 + q\Sigma ab &= \Sigma aI \\ p\Sigma ab + q\Sigma b^2 &= \Sigma bI \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2).$$

Servendomi dei valori sperimentali di α contenuti nella colonna (I) della tabella seguente e dei valori corrispondenti di I, pure forniti dalle migliori esperienze e contenuti nella colonna (V) della stessa tabella, trovo:

$$\log \Sigma a^2 = 0,7914801$$
$$\log \Sigma b^2 = 0,4489381$$
$$\log \Sigma ab = 0,6108092$$
$$\log \Sigma aI = 1,4748550$$
$$\log \Sigma bI = 1,2947600 \ .$$

Quindi le equazioni (2) dànno:

$$p = 4,7517$$
$$q = 0,2212 \ .$$

Mediante i valori di p e di q così trovati, si calcolano i prodotti ap, bq, corrispondenti a ciascuno dei dieci valori sperimentati di α; essi sono scritti rispettivamente nelle colonne (II) e (III) della tabella. La colonna (IV) contiene i valori della somma $ap + bq$, cioè i valori di I calcolati nell'ipotesi che sia verificata la relazione (1); infine la colonna (VI) dà le differenze fra le I calcolate e le I sperimentali.

Sperienze n° 10.

I	II	III	IV	V	VI
Deviazioni massime α	Valori di ap	Valori di bq	Valori di I calcolati	Valori di I sperimentali	Differenze
19°	0,5326	0,0026	0,5352	0,56	−0,0248
24°	0,8605	0,0066	0,8671	0,89	−0,0229
26° 30′	1,0571	0,0098	1,0669	1,08	−0,0131
31°	1,4705	0,0181	1,4886	1,49	−0,0014
34°	1,7922	0,0261	1,8183	1,81	+0,0083
39° 30′	2,4914	0,0469	2,5383	2,50	+0,0383
45°	3,3600	0,0782	3,4382	3,37	+0,0682
51°	4,5602	0,1282	4,6884	4,57	+0,1184
57°	6,1365	0,2009	6,3374	6,20	+0,1374
61°	7,4975	0,2669	7,7644	7,70	+0,0644

La figura 2ª dimostra, sotto forma grafica, i risultati più importanti contenuti nella tabella. Le ordinate della curva rappresentano le intensità di corrente riportate nella colonna (IV); l'ampère corrisponde alla lunghezza del doppio centimetro. Le ascisse sono le deviazioni massime della colonna (I), corrispondendo il grado alla lunghezza del millimetro. La curva è tangente nell'origine all'asse delle ascisse ed ha per assintoto la retta M N parallela all'asse delle ordinate e distante di 90 da

questo. I punti segnati con piccole croci rappresentano i valori di I sperimentali della colonna (V).

Ho ricordato più sopra che la costante q è, secondo la teoria, una quantità negativa e dipendente dal rapporto che passa fra la distanza dei poli nell'ago e la lunghezza orizzontale del conduttore mobile. Invece, calcolata sui dati forniti dalla sperienza, la q risulta positiva. Questa discrepanza però non è di grave momento, se si considera la piccolezza del termine bq del binomio che dà l'espressione (1) della intensità I. Anzi, se si confrontano i valori di bq inscritti nella colonna (III) con quelli corrispondenti di ap contenuti nella colonna (II), si scorge subito quanto sia lieve l'influenza esercitata dai primi nella valutazione delle intensità e come si possa ritenere, senza grave errore, che queste ultime sono date semplicemente dal termine ap.

Credo pertanto che si possano accogliere come prossime al vero le conclusioni seguenti:

1° Un apparecchio fondato sul principio della deviazione massima, può, entro certi limiti, essere impiegato convenientemente per la misura dell'intensità delle correnti elettriche. Quello da me adoperato dà risultati abbastanza soddisfacenti, purchè l'angolo da leggersi non sia minore di 20°, nè maggiore di 65°; le correnti elettriche corrispondenti a tali angoli sono a un dipresso comprese fra un mezzo ampère e dieci ampère;

2° Dalle determinazioni fatte apparisce che, se si tratta di correnti deboli, l'apparecchio dà valori ordinariamente minori del vero; peccano invece per eccesso le misure eseguite su correnti di grande intensità;

3° Se la lunghezza della porzione orizzontale del conduttore mobile è molto considerevole rispetto alla lunghezza dell'ago, l'azione esercitata dalle parti verticali di corrente è trascurabile, e l'azione esercitata dalla porzione orizzontale è sensibilmente eguale a quella che sarebbe dovuta ad un conduttore di lunghezza indefinita. In tal caso si può ritenere che l'intensità della corrente sia semplicemente proporzionale al prodotto del seno per la tangente dell'angolo di deviazione massima.

Il Socio Cav. Angelo Mosso presenta e legge una Nota preliminare da lui scritta in collaborazione col sig. I. GUARESCHI, intitolata « *Ricerche sulle ptomaine* », la quale verrà pubblicata nel seguente fascicolo di Giugno.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Maggio 1882.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 7 Maggio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Professore Pasquale D'ERCOLE, ammesso dalla Classe a leggere un brano d'un suo lavoro, fa la seguente

LETTURA
SULL'
ENTE POSSIBILE
di **A. ROSMINI** (*)

L'ente possibile è, notoriamente, la base di tutto l'edifizio filosofico di Rosmini; perchè questo edifizio possa reggere, è necessario che sia salda la base che lo sostiene. È salda questa base che è l'ente possibile? È quello che noi ci proponiamo di esaminare.

Siccome l'ente possibile ricorre in Rosmini sotto diverse denominazioni, in parecchie delle quali avverrà anche a noi di

(*) Questa non è propriamente la lettura nella sua integrità, ma un sunto della medesima. Ciocchè fu letto all'Accademia fa parte di un'opera, che l'Autore pubblicherà prossimamente con questo titolo: *Il Teismo*, considerato teoricamente e storicamente, con ispeciale riguardo alla filosofia teistica italiana del secolo XIX. Vol. I, *Il Teismo considerato teoricamente*; Vol. II, *Il Teismo considerato storicamente*.

ricordarlo e considerarlo, così è bene innanzi tutto di rilevarli questi diversi nomi, che sono quelli di *ente possibile*, *essere ideale*, *essere in universale*, *essere indeterminato*, *idea di esistenza*, *lume della mente*. Questi nomi che sono, se non tutti. certo i principali, con cui Rosmini designa il suo ente; hanno per lui più o meno l'istesso senso e valore.

Ma più importante è di premettere il concetto che Rosmini si fa della natura di quest'ente; ed è che questo non è un ente reale, ma soltanto la possibilità degli enti reali, ossia è l'*idea* universalissima de' medesimi, per forma che si possa appellarlo anche l'essere ideale. Che l'ente possibile non sia un ente reale non vuol però per Rosmini significar punto che esso sia un nulla. « Sarebbe errore gravissimo, dic'egli, il credere che .... fosse nulla .... anzi è un' entità verissima e nobilissima », e tanto che « nell'essere universale si contiene già tutto »: tutto però, s'intende, *idealiter* e non *realiter*. Nella relazione di quest'essere col pensiero, va notato che esso è la condizione dell'esercizio del pensiero istesso, anzi è la forma del pensiero e dell'intelligenza; ed è innato in noi. Comunque quest' essere ideale sia sempre presente alla mente e di continuo la illumini, pur non è a pensare che esso sia la mente istessa: chè anzi se ne distingue essenzialmente: è presente alla mente, ma non si confonde con essa; ed è per questo che l'ente possibile, o l'idea dell'essere, secondo Rosmini, non è soggettiva, ma oggettiva. Tale è l'ente possibile. Consideriamolo ora in alcuni rispetti principali, come in quello della realtà e in quello della sua relazione colle idee, delle quali è principio formatore, e vediamo come la stia con esso.

Richiamiamo primamente l'attenzione del lettore su due attributi principali della natura di quest' essere, quello cioè della indeterminazione e quello della universalità o comunità che voglia dirsi. L'ente possibile dovrebbe essere indeterminato. Si noti intanto che già l'attributo di possibile aggiunto dal Rosmini stesso all'ente, toglie quest'ultimo alla sua natura indeterminata, appunto perchè lo determina siccome possibile rispetto all'ente attuale o reale. Ma non basta: Rosmini, dopo averci caratterizzato l'ente o l'essere come possibile, ce lo caratterizza in *sette* altri modi, cioè come *oggettivo, universale, semplice, uno od identico, necessario. immutabile* ed *eterno*. Nessuno negherà che sette caratteri son sette attributi o qualificazioni, cioè sette determinazioni, le quali

aggiunte a quella di possibile fanno otto. L'ente indeterminato rosminiano ha così otto determinazioni. Ma la serie delle determinazioni non è ancora esaurita, giacchè Rosmini ne scopre una nona. E qual'è questa? l'*indeterminazione*. Vorranno tutti convenire che un ente indeterminato che è costituito da nove determinazioni è una vera mostruosità scientifica.

Vien la volta dell'attributo della universalità o comunità. L'ente possibile è universale o comunissimo. A qual titolo quest'ente può dirsi universale o comunissimo? a titolo che esso sia predicabile di tutti gli esseri reali. Ed a qual titolo può esser predicabile di tutti gli esseri reali? a titolo che esso costituisca un real principio de' medesimi, e che perciò sia presente ed immanente in ciascuno di essi: altrimenti ci avverrebbe di predicare di un ente un principio che non fa parte della natura del medesimo: il che sarebbe illogico ed assurdo. Ebbene il Rosmini ci dice, al contrario, che esso non è un essere reale, nè alcuno degli esseri reali, nè fa parte della natura di questi. Se è così, diciam noi, quest'ente non è più comunissimo; giacchè per esser comunissimo dovrebb'esser proprio di tutti gli esseri reali. ed invece non è proprio di nessuno. L'essere comunissimo è un essere comune negativo e soltanto nominale, e non già positivo e reale.

E che cosa dire della sua esistenza? giacchè, se esso è una *entità* verissima e nobilissima, come dice il Rosmini, bisogna che pur esista in un modo qualsiasi; altrimenti non entrerebbe in guisa alcuna nell'ordine degli enti. Ebbene, secondo il Teismo, giacchè Rosmini è un teista, gli esseri tutti son divisi in tre categorie, cioè l'essere infinito o Dio, l'essere finito materiale, o mondo, e l'essere finito spirituale. Il Teismo non conosce altre nature di entità. Ora noi diciamo che, perchè una entità sia *oggettiva*, *presente* allo spirito senza esser lo spirito istesso, e però *distinta* da un altro essere, non son possibili ed escogitabili che due soli casi, che cioè: O quest'essere entri in una delle tre categorie indicate, e faccia parte di una delle tre specie di entità: Ovvero che abbia sede in qualcuno degli esseri delle tre specie istesse. Ma l'ente rosminiano non entra in nessuno de' due casi; giacchè non è Dio o lo spirito infinito, non è alcun essere mondano materiale, non è lo spirito finito: come da altra parte non è in Dio, non nel mondo materiale e neppur nello spirito, sia umano, sia angelico. E dov'è mai e che è mai? è un essere

senza sede o meglio senza consistenza e senza realtà, ossia, diciamolo francamente ed apertamente, è un essere immaginario, chimerico; e Gioberti aveva perfettissimamente ragione, quando lo designava siccome « un mito del Rosmini ».

Se si consideri questo ente in certi altri suoi attributi, come in quelli di *verità*, di *eternità* e consimili, si urta in iscogli e in contraddizioni insormontabili. L'ente possibile è ente vero ed eterno, ed è persino verità assoluta, secondo il Rosmini. Ebbene, e Dio non è anche ente vero, eterno ed assoluto? E come faremo noi ad accordare insieme due enti che sono entrambi eterni, veri ed assoluti, che son l'uno fuori dell'altro, e l'uno l'opposto dell'altro? giacchè l'uno è l'essere *possibile*, l'altro è l'essere *reale*. E che cosa sono due enti veri ed assoluti se non due assoluti? E come son possibili e conciliabili due assoluti? Ed inoltre, perchè di questi due assoluti l'uno è soltanto possibile e l'altro soltanto reale? Ed inoltre ancora, poichè di questi due enti l'uno, cioè l'ente possibile, è creato, come faremo a conciliare insieme un ente assoluto creato ed un ente assoluto increato? Ed in generale, come è mai possibile un ente assoluto che sia creato? se è creato, da chi è creato? certo, da un altro assoluto: ed un assoluto crea un altro? Quest'ente possibile creato, ci soggiunge il Rosmini, è eterno; e noi domandiamo: come è possibile e concepibile che un ente creato sia eterno? se è creato, non era prima che fosse creato; e se non era, come fa esso ora ad essere eterno? giacchè eterno è soltanto ciocchè sempre fu e sempre sarà. Testè avevam detto che l'ente possibile rosminiano è un ente immaginario, qui soggiungiamo che è un ente assurdo, e però un ente di non possibile esistenza. Rosmini lo ha appellato l'ente possibile, ed esso non è invece che un ente impossibile.

Ma vi è un altro lato essenzialissimo dell'ente possibile che non possiamo a meno di ricordare, siccome quello che è d'una importanza straordinaria, intendiamo dire quello dell'ufficio da esso esercitato nella formazione delle idee. Gli elementi essenziali ed immancabili che, secondo Rosmini, son presenti ed agenti nella formazione di ogni idea sono l'ente possibile, o che vale lo stesso l'essere ideale, e la sensazione od il sentimento, come anche egli si esprime. Intanto come le idee sono gli elementi del pensiere e dello scibile, così l'ente possibile è il principio fondamentale, onde trae origine il pensiere e lo scibile istesso. Ebbene, coll'ente

possibile non si possono formar le idee, e quindi divien con esso impossibile il pensiere e lo scibile. Di fatto, perchè si formi una idea, per esempio, quella di colombo, è necessario, secondo Rosmini, che noi, alla sensazione del colombo, *aggiungiamo* l'idea di esistenza (che è l'essere ideale o l'ente possibile). Con questa aggiunzione unificheremo insieme nella nostra coscienza (si noti bene *nella* nostra coscienza) l'*elemento ideale* rappresentato dall'ente possibile, e l'*elemento sentimentale* rappresentato dalla sensazione, e l'idea è formata. *Aggiunzione* dunque dell'elemento ideale alla sensazione, e, per giunta, *nella* nostra coscienza. È ciò possibile? veramente no; perchè, secondo Rosmini, l'essere ideale è oggettivo rispetto alla nostra mente, e però rispetto alla coscienza; e se è oggettivo, è altro da essa e fuori di essa; e non solo è altro da essa, ma non deve assolutamente confondersi con essa. Se è fuori di essa, come farà ora l'ente possibile il prodigio di smettere la sua oggettività e di passare dal di fuori della coscienza nell'interno della medesima? Se non deve confondersi con essa, come farà l'ente possibile a smettere la sua oggettività e a passare nel soggetto, unificandosi con esso nella coscienza e però facendosi soggettivo? Tutti ammetteranno che un tal passaggio dal di fuori al di dentro e una tal fusione di quei due che non debbono fondersi e confondersi sono assolutamente ineseguibili, inimmaginabili ed impossibili.

Se ciò è impossibile, è parimenti impossibile la formazione delle idee. Del resto, anche ammessa come possibile la predetta impossibilità, le idee non potrebbero formarsi per un'altra ragione importantissima, e cioè che l'aggiunzione pura e semplice dell'ente possibile all'oggetto sentito non ci dà punto l'idea di questo. Di fatto l'aggiunzione di un principio a checchessia, o più giustamente, la determinazione di checchessia secondo un dato principio, non fa altro che determinare e qualificare questo checchessia secondo quel principio istesso. Così aggiungere l'ente possibile al colombo sentito non può significar altro se non che: *Questo* colombo è possibile, o tutt'al più, *il* colombo è possibile. Ma mi son io con ciò formato l'idea del colombo? tutt'altro; giacchè l'idea del colombo importa che esso è un animale, che tra gli animali è di questa o quell'altra specie, che anche siccome tale specie è costituito da questi o quei caratteri, e via dicendo. E tutto ciò non si otterrà mai in sempiterno coll'aggiunzione dell'ente possibile. La conclusione di tutto ciò è che l'ente rosminiano

è un vero ente immaginario, al quale Rosmini ha attribuito delle funzioni che non può compiere, per la pura e semplice ragione che è un essere che non solo non ha un'esistenza soltanto ideale, ma non ha esistenza di sorta. L'ente possibile, il ripetiamo, non è che un ente impossibile, e con esso rovina irreparabilmente la dottrina filosofica rosminiana che vi poggia su tutta intera.

Adunanza del 21 Maggio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ARIODANTE FABRETTI
DIRETTORE DELLA CLASSE

Il Socio Barone Antonio MANNO, incaricato col Socio Cav. Vincenzo PROMIS di esaminare un lavoro presentato all'Accademia dai signori Generale DUFOUR e Prof. RABUT, legge la seguente Relazione :

Egregi Colleghi,

Compiendo l'onorevole incarico che ci avete affidato esaminammo con diligenza il nuovo scritto presentato dai signori Generale DUFOUR e Professore RABUT, intitolato « *Sigillographie de la Savoie — Second Mémoire* ».

La nostra Relazione non può essere che brevissima e favorevole. Infatti questa Memoria non è che un complemento, diremmo necessario, di quella che già precedentemente avete approvata.

Ricorderete che nel primo lavoro trattavasi de' sigilli ecclesiastici della Savoia; eguale è l'argomento della seconda, eguale il metodo di esposizione.

Nella prima davansi i sigilli degli istituti prelatizi secolari; qui si completano le notizie con quelle di sigilli appartenuti a

Collegiate, a Pievanie, a Parrocchie e ad alcuni notevoli Personaggi di Chiesa. In quella approvata non prendevansi ad esame che i sigilli del clero secolare, in questa che vi presentiamo si fa anche la rassegna di quelli del clero regolare. Epperciò non possiamo che suggerirvi che se ne faccia lettura alla Classe.

V° PROMIS.
ANTONIO MANNO, *Relatore.*

La conclusione è accolta dalla Classe, la quale, dopo averne udita la lettura, approva il lavoro dei signori DUFOUR e RABUT per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° al 31 Maggio 1882

	Donatori
American Journal of Mathematics, edited by J. J. SYLVESTER; published under the auspices of the Johns Hopkins University; vol. IV, n. 1, 2. Baltimore, 1881; in-4°.	Università J. HOPKINS (Baltimora).
American chemical Journal etc., edited by J. REMSEN, vol. II, n. 1-6; vol. III, n. 5-6, vol. IV, n. 1. Baltimore, 1880-1882; in-8°.	Id.
The American Journal of Philology, etc., vol. I, n. 1-4; vol. II. n. 5-8. Baltimore, 1880; in-8°.	Id.
Studies from the biological Laboratory, etc., n. IV, 1880; vol. II, n. 1-2. Baltimore, 1880-81; in-8°.	Id.
On the mechanical equivalent of heat with subsidiary researches on the variation of the mercurios from the air thermometer, etc., by N. A. ROWLAND. Cambridge, 1880; 1 fasc. in-8°.	Id.
Fifth and sixth annual Report of the Johns Hopkins University; Baltimore, Maryland. Baltimore, 1880-81; 2 fasc. in-8°.	Id.
The development of the Squid. Loligo Pealii (Lesueur); by W. R. BROOKS. Boston, 1880; 1 fasc. in-4°.	Id.
Johns Hopkins University circulars, etc. n. 13. Baltimore, 1882; in-4°.	Id.

Società Med.-chirurgica di Bologna.

Bullettino delle scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; Aprile 1882. Bologna, 1882; in-8°.

Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc., n. 9, 10; 1 et 15 Mai 1882. Bordeaux, 1882; in-8°.

Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).

Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc. Marzo, Abril de 1882; entrega 3, 4, t. XIII. Buenos Aires, 1882; in-8°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

Journal of the Asiatic Society of Bengal; extra number to part I, for 1880, etc Calcutta, 1880; in-8°.

Id.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc. n. 2, Feb. 1882. Calcutta, 1882; in-8°.

Museo di Zool. compar. del Coll. Harvard (Cambridge).

Memoirs of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. VII, n. 2, part. 2. Cambridge, 1882; in-4°.

Id.

Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College; vol. IX, n. 6-8. Cambridge, 1882; in-8°.

Accad. Gioenia di Scienze natur. in Catania

Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania; serie 3ª, t. XV. Catania, 1881; in-4°.

Società reale delle Scienze di Copenaghen.

Vidensk. Selsk. Skr., 6 Raekke, naturvidenskabelig og mathemisk, Afd. I, 5. Kjöbenhavn, 1881; in-4°.

Id.

Oversigt over det Kongelige Danske Vidensk. Selsk. Forhandlinger etc. 1881, n. 3; 1882, n. 1. Kjöbenhavn, 1881-82; in-8°.

Soc. zoologica di Londra.

Transactions of the zoological Society of London; vol. XI, parts 3-5. London, 1881; in-4°.

Id.

Proceedings of the scientific meetings of the zool. Soc. of Lond., for the year 1880, part 4; for the year 1881, parts 1-3. London, 1880-81; in-8°.

Id.

A List of the Fellows and Honorary, Foreign, and Corresponding Members, and Medallists of the zool. Soc. of London; corrected to May Ist. 1881, London, 1881; 1 fasc. in-8°.

R. Soc. Astron. di Londra.

Monthly Notices of the R. Astronomical Society; vol. XLII, n. 6. London, 1882; in-8°.

Soc. geologica di Manchester.

Transactions of the Manchester geological Society; etc., vol. XVI, parts 14 and 15. Manchester, 1882; in-8°.

R. Istit. Lomb. (Milano).

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda: vol. XV, fasc. 7. Milano, 1882; in-8°.

Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. XXIV, fasc. 2-4, fogli 6-17 $^1/_4$. Milano, 1882; in-8°.	Società Italiana di Sc. naturali (Milano).
Osservazioni meteorologiche orarie ottenute da strumenti registrati durante l'anno 1880, rilevate e calcolate da Celso Fornioni (n. XX delle Pubblicazioni del R. Osserv. di Brera in Milano). Milano, 1882; in-4°.	R. Oss. di Brera in Milano.
Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der K. bayerischen Akademie der Wissenschaften; XVI. Bd., 2 Abth.; – der hist. Classe etc. zu München; XV. Bd.; 1 Abth. München, 1881-82; in-4°.	R. Acc. Bavarese delle Scienze (Monaco).
Sitzungsberichte der philos-philol. und hist. Classe der k. bay. Akademie der Wiss. zu München; 1881, Heft 2–5; – der mathem.- phys. Classe: 1882, Heft 1, 2, 4. München, 1881-82; in-8°.	Id.
Gedächtnissrede auf Otto Hess gehalten in der öffentlichen Sitzung der K. bay. etc. em 28 Marz 1882, von Gustav Bauer. München, 1882; 1 fasc. in-4°.	Id.
Associazione meteorologica italiana: Bullettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del Reale Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, serie 2ª, vol. II, n. 1. Torino, 1881; in-4°.	Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri.
Bollettino decadico pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, anno X, 1881-82, n. 2, Gennaio 1882. Torino, 1882; in-4°.	Id.
Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli; fasc. 3, 4, Marzo, Aprile 1882. Napoli, 1882; in-4°.	Società Reale di Napoli.
Resoconto delle adunanze e dei lavori della R. Accademia Medico-chirurgica di Napoli; redaz. del Segr. Prof. Comm. T. Livio De Sanctis; t. XXXVI, fasc. 1, Napoli, 1882; in-4°.	R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli.
Assemblea generale dell'Associazione meteorologica italiana nella città di Napoli, dal 25 al 30 Settembre 1882. Napoli, 1882; 1 fasc. in-8°.	Municipio di Napoli.
Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais etc., t. 1, livrais. 3. Nouvelle-Orléans, 1882; in-8°.	La Direzione (Nuova-Orleans).
Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France; XLI, 2ᵉ série. Paris, 1879; in-4°.	Istit. di Francia (Parigi).
Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences etc., t. XXVI. Paris, 1879; in-4°.	Id.
Mémoires de l'Institut National de France (Académie des Inscriptions et Belles Lettres; t. XXIX, 2 partie: – t. XXX, 1 partie. Paris, 1879-81; in-4°.	Id.

Istit. di Francia (Parigi). Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque nationale, etc., t. XXV, 1 partie; t. XXVII, 2 partie; t. XXIX, 2 partie. Paris, 1880-81; in-4°.

Id. Recueil de Mémoires, etc. relatifs à l'observation du passage de Vénus par le Soleil; t. II, 2 partie. Paris, 1880; in-4°.

Id. Tables générales des travaux contenus dans les Mémoires présentés par divers savants à l'Académie, publiées par MM. les Secrétaires perpétuels; 1 série, t. I et II (1806-1811); - 2 série, t. I à XXV (1827-1877). Paris, 1881; in-4°.

Id. Tables générales des travaux contenus dans les Mémoires de l'Académie, publiées par MM. les Secrétaires perpétuels; 1 série, t. I à XIV (an VI, 1815); 2 série, t. I à XL (1816-1878). Paris, 1881; in-4°.

Società di Geogr. (Parigi). Bulletin de la Société de Géographie etc. Novembre 1881. Paris, 1881; in-8°.

Id. Compte-rendu des Séances de la Soc. de Géographie etc., n. 8-10, pag. 189-244. Paris, 1882; in-8°.

R. Soc. geologica di Cornwall (Penzance). Transactions of the R. geological Society of Cornwall, etc., vol. X, part. 4. Penzance, 1882; in-8°.

Osserv. astronom. di Praga. Astronomische, magnetische und meteorologische Beobachtungen an der K. K. Sternwarte zu Prag im Jahre 1881; Auf öffentliche Kosten herausgegeben von C. Hornstein; 42 Jahrg. Prag, 1882; 1 fasc. in-4°.

Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma). Annali dell'Industria e del Commercio, 1882: - Sulle applicazioni industriali della corrente elettrica alla mostra internazionale di elettricità tenuta in Parigi nel 1881. — Relazione di Galileo Ferraris, Prof. nel R. Museo ind. ital. Roma, 1882; 1 vol. in-8°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). Transunti della R. Accademia dei Lincei, ecc., serie terza, vol. VI, fasc. 11, 13. Roma, 1882; in-4°.

Società degli Spettr. Ital. (Roma). Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XI, disp. 4, Aprile 1882. Roma, 1882; in-4°.

Municipio di Roma. Bullettino della Commissione speciale d'igiene del Municipio di Roma; anno III, fasc. 3, 4, Marzo e Aprile 1882. Roma, 1882; in-8°.

Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma). Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei compilati dal Segretario; anno XXXIV, sessione IV del 20 Marzo 1881, e sessione V del 24 Aprile 1881. Roma, 1881; in-4°.

Soc. di St. eccles. e d'Arch. relig. ecc. (Romans). Bulletin d'histoire ecclésiastique et d'archéologie religieuse des diocèses de Valence, Gap, Digne, Grenoble et Viviers; 1ère année, Mai-Juin, Novembre-Décembre 1881; 2e année, Janvier-Avril 1882. Romans, 1881-82; 4 fasc. in-8°.

Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie terza, vol. III, fasc. 4 e 5. Siena, 1881-82; in-4°. — R. Accademia de' Fisiocritici di Siena.

Rapporti e Processi verbali; t. I, fasc. 2. Siena, 1882; in-8°. — Id.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino pubblicato per cura dell'ufficio di Presidenza; Aprile 1882, n. 4. Torino, 1882; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

Sessioni del Consiglio Comunale di Torino, ecc. dal 28 Nov. 1881 al 1° Maggio 1882, n. 3-26. Torino, 1881-82; in 4°. — Il Municipio della Città di Torino.

Bollettino medico-statistico della città di Torino; dal 16 Ottobre al 31 Dicembre 1881, n. 42-52; e dal 1° Gennaio al 22 Aprile 1882, n. 1-16, 1881-82; in-4°. — Id.

Rivista alpina italiana: Periodico mensile del Club Alpino italiano, pubblicato per cura della Direzione centrale, ecc., redattore Dott. Francesco VIRGILIO, vol. I, n. 4, 5. Torino, 1882; in-4°. — Il Club alp. ital. (Torino).

Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal; vol. XIII, année 1881; par H. Hildebrand HILDEBRANDSSON. Upsal, 1881-82; 1 fasc. in-4°. — Osserv. meteor. dell' Università d' Upsal.

Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie quinta, t. VIII, disp. 4, 5. Venezia, 1882; in-8°. — R. Istit. Veneto (Venezia).

Atti dell'Accademia Olimpica di Vicenza; I e II semestre 1879, I e II semestre 1880. Vicenza, 1879-80; in-8°. — Accademia Olimpica di Vicenza.

Abhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt zu Wien; Band XII, Heft 3. Wien, 1882; in-4°. — Istituto geologico di Vienna.

Jahrbuch der K. K. geologischen Reichsanstalt zu Wien; Jahrgang 1881, XXXI Band, n. 4, October-December; - Jahrgang 1882, XXXII Band, n. 1, Janaar-März. Wien, 1881-82, in-8°. — Id.

Verhandlungen der K. K. etc. Jahrgang 1881, n. 16-18; - Jahrgang, 1882; n. 1-7. Wien, 1881-82; in-8°. — Id.

Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. BONCOMPAGNI; t. XIV, Giugno 1881. Roma, 1881; in-4°. — Sig. Principe B. BONCOMPAGNI.

Gazzetta delle campagne, ecc., anno XI, n. 1-8-10-13. Torino, 1882; in-4°. — La Direzione

Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig, IV, n 99-100. Leipzig, 1881-82; in-8°. — L'Autore.

L'Autore. Del Giurì nei giudizi civili; Prolusione al corso di diritto giudiziario civile, letta dal Prof. Avv. Francesco ANGIONI-CONTINI. Cagliari, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. Sull'abolizione dei dazi comunali (dogane interne), del Prof. Giacomo ARNAUDON. Torino, 1872; 1 fasc. in-8°.

L'A. Storia della riviera di Salò, del Conte F. BETTONI. Brescia, 1880; 4 vol. in-gr. 8°.

L'A. Note storiche siciliane del secolo XIV: - Avvenimenti e guerre che seguirono il *Vespro*, dalla pace di Caltabellotta alla morte di Federico II l'Aragonese (1302-1337); di S. Vittorio Bozzo. Palermo, 1882; 1 vol. in-8°.

L'A. Guida allo studio del diritto costituzionale del Dott. Attilio BRUNIALTI; parte generale. Torino, 1882; 1 vol. in-16°.

L'A. I fatti economici della rivoluzione napoletana del 1820 esposti da S. COGNETTI DE MARTIIS. Mantova, 1872; 1 volumetto in-16°.

Id. Gli Stati Uniti d'America nel 1876: Note del Prof. S. COGNETTI DE MARTIIS. Milano, 1877; 1 volumetto in-8°.

Id. Il nuovo patto dell'unione monetaria latina: Studio di S. COGNETTI DE MARTIIS. Torino, 1879; 1 volumetto in-16.

Id. Commemorazione di Giovanni Lanza letta dal Prof. COGNETTI DE MARTIIS nelle sale dell'Assoc. Costituzionale la sera del 24 Marzo. Torino, 1882; 1 fasc. in-16°.

Id. Commemorazione del Senatore Conte Giovanni Arrivabene, del Prof. S. COGNETTI DE MARTIIS. Mantova, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. La rottura della traversa dell'Habra nella provincia d'Oran (Algeria); per l'Ingegnere Gaetano CRUGNOLA. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. Sulle applicazioni industriali della corrente elettrica alla mostra internazionale di elettricità tenuta in Parigi nel 1881: Relazione di Galileo FERRARIS. Roma, 1882; 1 vol. in-8°.

L'A. Embryologie, ou Traité complet du développement de l'homme et des animaux supérieurs, par Albert KÖLLIKER; trad. faite sur la 2 édit. allemande par Aimé SCHNEIDER etc., 10 et dernière livrais. Paris, 1882; in-8°.

L'A. Les origines de l'histoire après la Bible et les traditions des peuples orientaux; par F. LENORMANT; t. II, 1er partie. Paris, 1882; in-8°.

Resúmen de los acuerdos y tareas de la R. Academia de la Historia desde el 29 de Junio de 1879 hasta fin de Abril de 1880: y desde el 30 de Abril de 1880 hasta igual dia de 1882; leidos por su Secretario perpétuo el Exc.mo Sr. D. Pedro De Madrazo. Madrid, 1880-82; 2 fasc. in-gr. 8°. — L'Autore

L'histoire de Guillaume le Maréchal, Comte de Striguil et de Pembroke, Régent d'Angleterre: Poëme français inconnu, conservé dans un Ms. de la Bibliothèque de sir Thomas Philipps, à Cheltenham: Notices et extraits par Paul Meyer. Nogent-le-Rotrou, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A

Sul concorso al Premio Reale per le scienze biologiche nella R. Accademia dei Lincei; Avvertenze per uso della predetta Accademia, del Prof. Filippo Pacini. Livorno, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Edoardo Dulaurier, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze; Brevi cenni di V. Promis. Torino, 1882; in-8°. — L'A.

Gli angoli dati dal goniometro faciale laterale sono da correggere; Nota di E. Regalia. Firenze, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Parole lette dal Presidente Ercole Ricotti all'Assemblea generale della R. Deputazione sovra gli studi di storia patria per le antiche provincie e la Lombardia, a dì 9 del Maggio 1882. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La uniformità nelle leggi della evoluzione animale, di Guglielmo Romiti. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Lezioni di embriogenia umana e comparata de' vertebrati, per Guglielmo Romiti; parte II; - embriogenia faciale ed organogenesi: - I. Sviluppo del sistema nervoso. Siena, 1882; 1 fasc. in-8°. — Id.

Contro il trattato di commercio franco-italiano; Memoria unita alla Relazione della Giunta parlamentare, e discorsi di C. Sperino, Deputato al Parlamento. Roma, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Erreurs courantes sur la vaccine: Lettre au Dr. W. B. Carpenter, par P. A. Taylor. London, 1882; 1 fasc. in-16°. — L'A.

Électrolyse de l'eau; par le Dr. D. Tommasi. Saint-Denis, 1881; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Action du froid sur l'arc voltaïque; par M. D. Tommasi. Paris, 1881, 3 pag. in-4°. — Id.

Cenno storico ed analitico delle varie inoculazioni proposte per preservare il domestico bestiame dagli attacchi de' naturali morbi epizootici e contagiosi; pubblica conferenza tenuta dal Prof. Domenico Vallada nella grand'aula della R. Scuola veterinaria di Torino, addì 5 Maggio 1882. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

L'Autore — Le *Rhéolyseur*, par M. le Prof. E. WARTMANN. Genève, 1882; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Determinazione di un azimut collo strumento de' passaggi; del Prof. T. ZONA. Palermo, 1882; 1 fasc. in-4°.

N. N. — Alcuni appunti sulle promozioni e licenziamenti de' Generali e dei Colonnelli dell'esercito. Roma, 1882; 1 fasc. in-8°.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVII, DISP. 7ª (*Giugno* 1882)

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Giugno 1882.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza dell'11 Giugno 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. Galileo FERRARIS presenta e legge una Memoria del sig. Ingegnere Alberto CASTIGLIANO, Corrispondente dell'Accademia,

INTORNO AD UNA PROPRIETÀ
DEI
SISTEMI ELASTICI.

1. Consideriamo un corpo o un sistema elastico nel quale un punto sia fisso, un secondo punto possa muoversi soltanto sopra una retta fissa passante pel primo, ed un terzo punto non possa spostarsi che in un piano passante per quella retta.

Un tal corpo o sistema sarebbe assolutamente immobile, se fosse rigido, ma essendo elastico, vi si potranno produrre liberamente, in causa delle forze esterne, tutte le deformazioni dovute all'elasticità.

Ora, è noto che, per un tal corpo o sistema elastico, la proiezione sopra una direzione fissa qualunque, dello spostamento del punto cui è applicata una delle forze esterne, è una funzione lineare, senza termine costante, di tutte le forze esterne applicate al sistema.

Se dunque chiamiamo P, Q, R, S, ... le forze applicate ad un corpo o sistema elastico; e p, q, r, s, ... le proiezioni

sulle direzioni delle forze stesse, degli spostamenti dei loro punti d'applicazione, queste ultime saranno funzioni della forma

$$p = \alpha P + \beta Q + \gamma R + \delta S + \ldots\ldots, \tag{1}$$

essendo α, β, γ, δ, ... quantità indipendenti dalle forze.

Per brevità chiameremo d'ora innanzi *spostamento* del punto d'applicazione di una forza, la proiezione, sulla direzione della forza, dello spostamento effettivo di quel punto.

È anche noto che, il lavoro di deformazione di un corpo o sistema elastico, ossia il lavoro delle forze esterne, quando queste crescono con legge qualunque, ma continua, da zero sino al loro valore finale, è espresso dalla formola

$$\tfrac{1}{2}(Pp + Qq + Rr + Ss + \ldots\ldots).$$

Quindi, se invece di p, q, r, s, ... si sostituiscono le loro espressioni della forma (I), e si raccolgono i termini simili, si ottiene, per esprimere il lavoro di deformazione del sistema, la formola di secondo grado

$$\begin{array}{l} \tfrac{1}{2}aP^2 + bPQ + cPR + dPS + \ldots\ldots \\ \qquad + \tfrac{1}{2}b_1Q^2 + c_1QR + d_1QS + \ldots\ldots \\ \qquad\qquad + \tfrac{1}{2}c_2R^2 + d_2RS + \ldots\ldots \\ \qquad\qquad\qquad + \tfrac{1}{2}d_3S^2 + \ldots\ldots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + \ldots\ldots \end{array}$$

ove a, b, c, ..., b_1, c_1, ... sono quantità indipendenti dalle forze P, Q, R, ...

Ora, l'autore del presente scritto ha dimostrato in altri lavori che, *la derivata del lavoro di deformazione di un corpo o sistema elastico, rispetto ad una delle forze esterne, esprime la proiezione, sulla direzione della forza, dello spostamento del suo punto d'applicazione*. Prendendo dunque le derivate della formola precedente rispetto a P, Q, R, S, ... si ottengono le seguenti espressioni degli spostamenti p, q, r, s, ...:

$$\left.\begin{array}{l} p = aP + b\,Q + c\,R + d\,S + \ldots\ldots, \\ q = bP + b_1Q + c_1R + d_1S + \ldots\ldots, \\ r = cP + c_1Q + c_2R + d_2S + \ldots\ldots, \\ s = dP + d_1Q + d_2R + d_3S + \ldots\ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \tag{2}$$

Vedesi qui che i coefficienti della prima linea sono uguali a quelli della prima colonna dopo il segno d'uguaglianza, quelli della seconda linea a quelli della seconda colonna, e così di seguito. In altre parole, dalle formole precedenti risulta il seguente teorema generale:

Se P *e* Q *sono due qualunque fra le forze esterne applicate ad un corpo o sistema elastico, e* p, q *gli spostamenti dei loro punti d'applicazione, il coefficiente di* Q *nell'espressione di* p *è uguale al coefficiente di* P *nell'espressione di* q.

2. Faremo ora alcune applicazioni di questo teorema.

Se si suppone la forza P uguale all'unità, e tutte le altre nulle, le equazioni (2) ci danno:

$$p = a\,, \qquad q = b\,, \qquad r = c\,, \ldots\ldots,$$

cosicchè i coefficienti a, b, c, ... non sono altro che gli spostamenti dei punti d'applicazione delle forze P, Q, R, ... quando la prima è uguale all'unità e tutte le altre son nulle: ora, quando tutte le forze P, Q, R, ... hanno valori finiti, lo spostamento del punto d'applicazione della forza P è dato dall'equazione

$$p = aP + bQ + cR + \ldots\ldots, \tag{3}$$

il cui secondo membro non è altro che la somma dei prodotti che si ottengono moltiplicando gli spostamenti a, b, c, ... del caso precedente per le forze P, Q, R, ... Dunque, *se si conosce la deformazione di un corpo, prodotta da una forza applicata in un punto, si può facilmente calcolare lo spostamento di questo punto qualunque siano le forze applicate al corpo.*

Abbiamo già veduto che se la forza P è uguale all'unità e tutte le altre son nulle, lo spostamento del punto d'applicazione della forza Q è $q = b$: dalla formola (3) vediamo che se invece $Q = 1$ e tutte le altre forze son nulle, si ha $p = b$; dunque, *in un corpo o sistema elastico, lo spostamento di un punto quando una forza è applicata ad un altro*, è uguale *allo spostamento di quest'ultimo quando la forza è applicata al primo.*

Passiamo a qualche applicazione pratica.

Abbiasi per es. una trave orizzontale, colla sezione comunque variabile, appoggiata soltanto alle estremità o anche in altri punti intermedi, oppure incastrata, o vincolata in un altro modo qualunque.

Segue dall'ultima proprietà dimostrata che caricando la trave

con un peso P in un punto A, un altro punto B si abbassa di una quantità $b\,P$, uguale all'abbassamento che avverrebbe nel punto A se il peso si caricasse in B.

Segue poi dalla formola (3) un modo molto facile per calcolare l'abbassamento di un punto qualunque della trave sotto l'azione di un carico composto di pesi isolati, come occorre nei ponti delle strade ferrate al passaggio dei convogli. Difatti, abbiamo veduto che i coefficienti a, b, c, ... non sono altro che gli spostamenti dei punti d'applicazione delle forze P, Q, R, ... nel caso che sia $P=1$, e che tutte le altre forze sian nulle: quindi, si comincierà a determinare la curva d'inflessione della trave nel caso ch'essa sia caricata di un peso uguale all'unità nel punto di cui si vuol trovare l'abbassamento, e si calcoleranno le ordinate a, b, c, ... di questa curva nei punti di applicazione delle forze P, Q, R, ... Si otterrà allora l'abbassamento del punto considerato per mezzo della formola

$$p = aP + bQ + cR + \ldots..$$

Questa medesima formola, cambiando soltanto le ordinate della curva sopra definita, servirà a far conoscere l'abbassamento del punto considerato qualunque sia la posizione dei pesi P, Q, R, ..., e sarà pertanto da applicarsi, nel caso di un convoglio che percorra un ponte, per trovare i valori dell'abbassamento in un punto considerato per diverse posizioni del carico, donde poi si potrà desumere la posizione del carico per la quale si ottiene il massimo abbassamento.

La formola (3) si applica anche quando la trave sia gravata d'un carico continuo che occupi tutta intiera la travata od una parte soltanto. In tal caso, se si chiama x la distanza di un punto della trave da un'estremità, $p\,dx$ il peso caricato sull'elemento dx, η l'ordinata, corrispondente all'ascissa x, della curva d'inflessione della trave, quando questa è caricata soltanto d'un peso uguale all'unità nel punto di cui si vuol trovare lo abbassamento, risulta dalle cose precedenti che quest'abbassamento, sotto l'azione del carico continuo, sarà la somma dei prodotti elementari $\eta p\,dx$, e sarà dato pertanto dalla formola

$$f = \int_{l_0}^{l} \eta p\,dx \;,$$

se il carico è esteso da $x = l_0$ sino ad $x = l$.

Quando il carico è uniformemente distribuito si ha p costante, onde

$$f = p\int_{l_0}^{l} \eta\, dx\ .$$

Benchè non vi sia alcun bisogno di confermare con un esempio particolare la verità delle precedenti considerazioni, cercheremo per mezzo dell'ultima formola la freccia d'inflessione nel mezzo di una trave rettilinea di sezione costante, semplicemente appoggiata alle estremità, caricata d'un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza. È noto che se nel mezzo della trave qui considerata si carica un peso uguale all'unità; la trave s'inflette secondo la curva rappresentata dall'equazione

$$\eta = \frac{1}{48\,EI}(3\,l^2 x - 4\,x^3) + \frac{A}{2\,F\Omega}\,x\ ,$$

essendo

E ed F i coefficienti dell'elasticità normale e tangenziale,
Ω ed I l'area ed il momento d'inerzia della sezione della trave,
A una quantità costante dipendente dalla forma di quella sezione,
l la lunghezza della trave,
x l'ascissa a partire da una delle estremità.

L'equazione riportata non può estendersi che tra 0 ed $\frac{l}{2}$ ossia sino alla metà della trave, ma le due metà della curva sono uguali fra loro e simmetriche rispetto al mezzo della trave, onde bisognerà estendere l'integrale $\int \eta\, dx$ soltanto da 0 ad $\frac{l}{2}$, e duplicarlo: si ottiene così

$$f = \frac{p}{24\,EI}\int_0^{\frac{l}{2}} (3\,l^2 x - 4\,x^3)\, dx + \frac{Ap}{F\Omega}\int_0^{\frac{l}{2}} x\, dx$$

$$= \frac{5}{384}\,\frac{p\,l^4}{EI} + \frac{1}{8}\,\frac{Ap\,l^2}{F\Omega}\ ,$$

che è il noto valore della freccia d'inflessione nel mezzo d'una trave orizzontale di sezione costante, appoggiata semplicemente

per le estremità e caricata d'un peso uniformemente distribuito su tutta la sua lunghezza.

3. Imaginiamo un corpo o sistema elastico, al quale siano applicate in quattro punti A, A', B, e B', quattro forze P, P', Q, e Q', le due prime essendo nella direzione della retta AA', ma rivolte in sensi contrarii, e le due ultime essendo dirette secondo la retta BB', ma rivolte anch'esse in sensi contrarii. Chiamiamo p e p' gli spostamenti dei punti A, A', quando al corpo sono applicate le sole forze Q, Q'; e q, q' gli spostamenti dei punti B, B', quando al corpo sono applicate le sole forze P e P'. S'intende che gli spostamenti p, p' sono valutati nella direzione AA', e quelli q, q' nella direzione BB', avremo

$$p = aQ + bQ', \qquad p' = a'Q + b'Q',$$

a, a', b e b' essendo coefficienti indipendenti dalle forze: di più, avuto riguardo al teorema dimostrato alla fine del N.° 1, avremo anche

$$q = aP + a'P', \qquad q' = bP + b'P'.$$

Supponendo dunque $Q' = Q = P' = P$, avremo

$$p + p' = (a + b + a' + b')P = q + q'.$$

Dunque, *l'allungamento della retta* A A' *quando al corpo sono applicate le due forze* P *nei punti* B *e* B', *è uguale allo allungamento della retta* B B' *quando al corpo sono applicate le due forze* P *nei punti* A, A'.

Naturalmente abbiam parlato di allungamento, ma effettivamente vi sarà accorciamento, il che sarà manifestato dal risultar negativo il coefficiente $a + b + a' + b'$.

Come caso molto particolare della proprietà dimostrata si vede che in un dinamometro ellittico l'accorciamento dell'asse minore quando si applica la forza da sperimentarsi all'estremità dell'asse maggiore, è uguale all'accorciamento che subirebbe quest'ultimo, se la forza si applicasse all'estremità dell'asse minore.

4. Risolvendo rispetto alle forze P, Q, R, ... le equazioni (2), le quali sono in numero uguale a quello delle forze e chiamando Δ, per brevità, il determinante simmetrico formato coi coefficienti dei secondi membri, si ottiene

$$P=\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} p & b & c & d & \dots \\ q & b_1 & c_1 & d_1 & \dots \\ r & c_1 & c_2 & d_2 & \dots \\ s & d_1 & d_2 & d_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}, \qquad Q=\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} a & p & c & d & \dots \\ b & q & c_1 & d_1 & \dots \\ c & r & c_2 & d_2 & \dots \\ d & s & d_2 & d_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}.$$

Sviluppando i secondi membri, vedesi che il coefficiente di q nell'espressione di P, e quello di p nell'espressione di Q, sono rispettivamente

$$-\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} b & c & d & \dots \\ c_1 & c_2 & d_2 & \dots \\ d_1 & d_2 & d_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}, \qquad -\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} b & c_1 & d_1 & \dots \\ c & c_2 & d_2 & \dots \\ d & d_2 & d_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix},$$

e perciò sono uguali fra loro, perchè il numeratore del secondo diventa identico con quello del primo, facendolo ruotare intorno alla sua diagonale principale.

Dunque, esprimendo le forze in funzione degli spostamenti dei loro punti d' applicazione, si ha una proprietà simile a quella degli spostamenti espressi in funzione delle forze.

5. Faremo vedere ancora come dalla proprietà dimostrata al N.° 1, si deduca facilmente un teorema dovuto al chiaro Professore E. Betti.

Al corpo o sistema elastico considerato al N° 1, supponiamo che invece delle forze P, Q, R, ... si applichino, agli stessi punti e nelle stesse direzioni, altre forze P', Q', R', ..., e siano p', q', r', ... gli spostamenti corrispondenti dei punti d'applicazione. Moltiplichiamo le equazioni (2) rispettivamente per P', Q', R', S', ... e sommiamole in colonna, mettendo in evidenza le forze primitive P, Q, R, ...: otterremo

$$\begin{aligned} P'p+Q'q+R'r+\dots = \; & P(aP'+bQ'+cR'+\dots) \\ & +Q(bP'+b_1Q'+c_1R'+\dots) \\ & +R(cP'+c_1Q'+c_2R'+\dots) \\ & +\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

I polinomi chiusi fra parentesi nel secondo membro non sono altro che i secondi membri delle equazioni (2) colla sostituzione delle forze P', Q', R', ... alle forze P, Q, R, ..., e perciò esprimono gli spostamenti p', q', r', ...; quindi si ha

$$P'p + Q'q + R'r + \ldots = Pp' + Qq' + Rr' + \ldots, \tag{4}$$

cioè:

In un corpo elastico, due sistemi di forze applicate agli stessi punti e nelle stesse direzioni, corrispondono a due tali sistemi di spostamenti, che, la somma dei prodotti delle forze del primo sistema per gli spostamenti del secondo, è uguale alla somma dei prodotti delle forze del secondo sistema per gli spostamenti del primo.

Il Prof. Betti ha ottenuto questo teorema partendo dalle equazioni generali dell'elasticità dei solidi, e vi ha dato una forma analitica diversa dalla precedente, ma contenuta in essa. Difatti, se per un corpo o sistema elastico chiamasi ρ la densità nel punto di coordinate x, y, z,

u, v, w gli spostamenti di quel punto parallelamente agli assi delle coordinate,

X, Y, Z le componenti, riferite all'unità di massa, della forza applicata all'elemento di volume dS nel punto considerato,

L, M, N le componenti, riferite all'unità di superficie, della forza applicata all'elemento ds della superficie del corpo,

u', v', w' un altro sistema di spostamenti,

X', Y', Z' e L', M', N' il corrispondente sistema di forze, è chiaro che la formola (4) diventa in questo caso

$$\int_S \rho(Xu' + Yv' + Zw')\,dS + \int_s (Lu' + Mv' + Nw')\,ds$$

$$= \int_S \rho(X'u + Y'v + Z'w)\,dS + \int_s (L'u + M'v + N'w)\,ds,$$

avvertendo che il simbolo $\int_S$ indica un'integrazione estesa a tutta la massa del corpo, e il simbolo $\int_s$ indica un'integrazione estesa a tutta la sua superficie. È questa precisamente l'equazione data dal Prof. Betti.

La forma più semplice che qui abbiam dato a questo teo-

rema, ci mostra come esso si presti ad alcune applicazioni pratiche, in sostituzione delle formole (2) dalle quali l'abbiamo dedotto.

Se per es. si fa

$$P=0\,, \quad Q=1\,, \quad R=0\,, \quad S=0\,, \quad \text{ecc.}$$
$$P'=1\,, \quad Q'=0\,, \quad R'=0\,, \quad S'=0\,, \quad \text{ecc.}$$

l'equazione (4) ci dà

$$p=q'\,,$$

onde si ha la proprietà dimostrata al N° 2, cioè che *in un corpo o sistema elastico, lo spostamento di un punto, quando una forza è applicata ad un altro, è uguale allo spostamento di quest'ultimo, quando la forza è applicata al primo.*

Se si suppone

$$P'=1\,, \quad Q'=0\,, \quad R'=0\,, \quad S'=0\,, \quad \ldots$$

l'equazione (4) diventa

$$p=Pp'+Qq'+Rr'+\ldots\,,$$

e coincide colla formola (3), perchè p', q', r', ... sono gli spostamenti dei punti d'applicazione delle forze P, Q, R, ... nel caso che la prima fosse uguale all'unità e tutte le altre fossero nulle; cioè p', q', r',... non sono altro che i coefficienti a, b, c, ecc.

Milano, il 20 Aprile 1882.

Il Socio FERRARIS presenta ancora e legge la seguente Nota del sig. N. JADANZA, Professore nella R. Università di Torino,

SOPRA

UN

DETERMINANTE GOBBO

CHE SI PRESENTA

NELLO STUDIO DEI CANNOCCHIALI.

— 1 —

Quando si vogliono determinare i parametri di una retta di emergenza da un sistema diottrico centrato in funzione dei parametri di una data retta d'incidenza le cui equazioni sono:

$$y=\frac{\beta^\circ}{n^\circ}(x-N^\circ)+b^\circ$$

$$z=\frac{\gamma^\circ}{n^\circ}(x-N^\circ)+c^\circ\ .$$

Si ottiene per equazioni della corrispondente retta di emergenza:

$$y=\frac{\beta^*}{n^*}(x-N^*)+b^*$$

$$z=\frac{\gamma^*}{n^*}(x-N^*)+c^*\ ,$$

dove n°, n^* sono gl'indici assoluti di rifrazione del primo ed ultimo mezzo, ed N°, N^* indicano ad un tempo i vertici e le ascisse dei vertici della prima ed ultima superficie sferica rifrangente.

I parametri

$$\beta^*, \quad b^*, \quad \gamma^*, \quad c^*$$

sono espressi in funzione di

$$\beta^\circ, \quad b^\circ, \quad \gamma^\circ, \quad c^\circ$$

mediante le equazioni

$$\begin{aligned} \beta^* &= k b^\circ + l \beta^\circ \\ b^* &= g b^\circ + h \beta^\circ \\ \gamma^* &= k c^\circ + l \gamma^\circ \\ c^* &= g c^\circ + h \gamma^\circ , \end{aligned}$$

nelle quali i coefficienti l, g, h dipendono tutti da k. Il coefficiente k viene espresso in funzione degli elementi dati del sistema diottrico mediante il seguente determinante gobbo di grado dispari:

$$k = \begin{vmatrix} u^\circ & -1 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 1 & t' & -1 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 1 & u' & -1 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t'' & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & t^* & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 & u^* \end{vmatrix} \qquad (1)$$

ed i coefficienti l, g, h si ottengono, il primo, togliendo nel determinante precedente la prima orizzontale e la prima verticale; il secondo, togliendo l'ultima orizzontale e l'ultima verticale; il terzo togliendo la prima ed ultima orizzontale, e la prima ed ultima verticale. In altri termini si ha (*):

$$l = \frac{dk}{du^\circ} \; ; \quad g = \frac{dk}{du^*} \; ; \quad h = \frac{d^2 k}{du^\circ du^*} = \frac{dl}{du^*} = \frac{dg}{du^\circ} .$$

(*) CASORATI. *Le proprietà cardinali dei cannocchiali.*

— 2 —

Se il numero delle superficie sferiche rifrangenti che compongono il dato sistema diottrico è m, il determinante k è di grado $2m-1$, e quindi i determinanti l, g sono di grado $2m-2$, ed h è di grado $2m-3$.

Per semplicità ed uniformità di scrittura indicheremo con k_{2m-1} il determinante gobbo (1) e con l_{2m-1}, g_{2m-1}, h_{2m-1}, i determinanti l, g, h, non importa che i loro gradi sieno differenti; intendendo così di dire che essi si possono tutti dedurre dal corrispondente k, colle regole dette innanzi.

Per mettere in evidenza il grado del determinante k, lo scriveremo nel seguente modo:

$$k_{2m-1} = \begin{vmatrix} u_1 & -1 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 1 & t_2 & -1 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 1 & u_3 & -1 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t_4 & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & t_{2m-2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 & u_{2m-1} \end{vmatrix} .$$

Tra il determinante k_{2m-1} ed i suoi *derivati* l_{2m-1}, g_{2m-1}, h_{2m-1}, vi è la relazione

$$l_{2m-1}\, g_{2m-1} - h_{2m-1}\ \ k_{2m-1} = +1 \qquad (2).$$

Infatti, se aumentiamo di un'unità il grado del determinante k_{2m-1}, facendone rimanere inalterata la forma, ed indichiamo con t° il primo elemento del nuovo determinante di grado pari k_{2m}, sviluppando questo nuovo determinante secondo gli elementi della prima orizzontale, si otterrà:

$$k_{2m} = t_0\, k_{2m-1} + l_{2m-1} .$$

Se con l_{2m}, g_{2m}, h_{2m} indichiamo i determinanti derivati di k_{2m}, è evidente che si ha:

$$l_{2m} = k_{2m-1}$$
$$g_{2m} = t_0 g_{2m-1} + h_{2m-1}$$
$$h_{2m} = g_{2m-1} \, ,$$

e quindi

$$l_{2m} g_{2m} = t_0 k_{2m-1} g_{2m-1} + k_{2m-1} h_{2m-1}$$

e

$$k_{2m} h_{2m} = t_0 k_{2m-1} g_{2m-1} + g_{2m-1} l_{2m-1} \, ,$$

donde

$$g_{2m} l_{2m} - h_{2m} k_{2m} = -(g_{2m-1} l_{2m-1} - h_{2m-1} k_{2m-1}) \qquad (3).$$

Ponendo $m = 2$ si ha:

$$k_3 = \begin{vmatrix} u_1 & -1 & 0 \\ 1 & t_2 & -1 \\ 0 & 1 & u_3 \end{vmatrix} ;$$

e poichè

$$l_3 = t_2 u_3 + 1 \, , \qquad g_3 = u_1 t_2 + 1 \, , \qquad h_3 = t_2 \, ,$$

si avrà

$$l_3 g_3 - h_3 k_3 = +1 \, .$$

Quindi per la (3), sarà:

$$l_4 g_4 - h_4 k_4 = -1$$

ecc.

Ed in generale se k è un determinante gobbo della forma (1), si avrà:

$$l\, g - h\, k = \pm 1 \qquad (4)$$

secondo che k è di grado dispari o di grado pari.

— 3 —

È facile sviluppare il determinante k_{2m-1} in funzione dei determinanti di grado minore e della stessa forma, poichè si ha:

$$\begin{aligned}
k_{2m-1} &= u_1 k_{2m-2} + k_{2m-3} \\
k_{2m-3} &= u_3 k_{2m-4} + k_{2m-5} \\
k_{2m-5} &= u_5 k_{2m-6} + k_{2m-7} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
k_3 &= u_{2m-3} k_2 + k_1 \\
k_1 &= u_{2m-1} \;,
\end{aligned}$$

e quindi, sommando

$$\left. \begin{aligned} k_{2m-1} = u_1 k_{2m-2} + u_3 k_{2m-4} + u_5 k_{2m-6} + \ldots\ldots \\ + u_{2m-3} k_2 + u_{2m-1} \end{aligned} \right\} \quad (5).$$

Allo stesso modo, per un determinante di grado pari k_{2m}, si ottiene (chiamando t_0 il primo elemento)

$$\begin{aligned}
k_{2m} &= t_0 \quad k_{2m-1} + k_{2m-2} \\
k_{2m-2} &= t_2 \quad k_{2m-3} + k_{2m-4} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
k_4 &= t_{2m-4} k_3 \quad + k_2 \\
k_2 &= t_{2m-2} k_1 \quad + 1 \quad ,
\end{aligned}$$

e quindi:

$$k_{2m} = t_0 k_{2m-1} + t_2 k_{2m-3} + \ldots + t_{2m-2} k_1 + 1 \qquad (6).$$

A causa della relazione (4) i due determinanti k_{2m-1}, k_{m-2} non possono mai essere nulli simultaneamente. È quindi facile vedere che una delle condizioni da verificarsi perchè sia

$$k_{2m-1} = 0$$

è espressa dalle equazioni:

$$u_1 = 0 \;; \qquad u_3 = 0 \;; \qquad u_5 = 0 \ldots\ldots ; \qquad u_{2m-1} = 0 \qquad (7).$$

— 4 —

Se le condizioni (7) non sono soddisfatte, il determinante k_{2m-1} in generale non sarà nullo; a meno che il secondo membro non si riduca a due gruppi eguali e di segno contrario. Vediamo questo secondo caso quando può avverarsi e quali condizioni esso richiede.

Se il sistema diottrico dato lo immaginiamo composto di $m+n$ superficie sferiche rifrangenti, il corrispondente k sarà di grado $2(m+n)-1$, e sarà indicato con $k_{2(m+n)-1}$. D'altra parte è chiaro che il sistema diottrico di $m+n$ superficie rifrangenti può immaginarsi decomposto in due, uno composto di m, e l'altro di n superficie rifrangenti. A ciascuno di questi due sistemi diottrici corrispondono rispettivamente i due determinanti

$$k_{2m-1}\ ; \qquad k_{2n-1}\ .$$

Vediamo l'espressione di $k_{2(m+n)-1}$ in funzione di k_{2m-1}, k_{2n-1}.

Evidentemente si ha:

$$
k_{2(m+n)-1} = \begin{vmatrix}
u_1 & -1 & . & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\
1 & t_2 & . & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
0 & 0 & . & t_{2m-2} & -1 & 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\
0 & 0 & . & 1 & u_{2m-1} & -1 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\
0 & 0 & . & 0 & 1 & t_{2m} & -1 & 0 & . & 0 & 0 \\
0 & 0 & . & 0 & 0 & 1 & u_{2m+1} & -1 & . & 0 & 0 \\
0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & 1 & t_{2m+2} & . & 0 & 0 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & t_{2(m+n)-2} & -1 \\
0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 & u_{2(m+n)-1}
\end{vmatrix} \qquad (8)
$$

ed è pure evidente che i determinanti k_{2m-1}, k_{2n-1} sono quelli formati dalle prime $2m - 1$ orizzontali e verticali, e dalle ultime $2n - 1$ orizzontali e verticali del determinante precedente.

Se prendiamo la matrice formata dalle prime $2m-1$ orizzontali del determinante $k_{2(m+n)-1}$, e sviluppiamo esso determinante secondo i minori della matrice ora detta, si ottiene:

$$k_{2(m+n)-1}=k_{2m-1}\,l_{2n-1}+k_{2n-1}\,g_{2m-1}+t_{2m}\,k_{2m-1}\,k_{2n-1} \qquad (9)$$

e quindi se k_{2m-1}, k_{2n-1} non sono amendue nulli, il determinante $k_{2(m+n)-1}$ sarà nullo se è soddisfatta la condizione:

$$k_{2m-1}\,l_{2n-1}+k_{2n-1}\,g_{2m-1}+t_{2m}\,k_{2m-1}\,k_{2n-1}=0 \qquad (10).$$

— 5 —

Un sistema diottrico dicesi *telescopico* quando il corrispondente k è nullo; sicchè nel caso di un sistema telescopico debbono essere soddisfatte l'una o l'altra delle condizioni (7) o (10).

Se si osserva che i simboli u_1, u_3, u_5 ... u_{2m-1} rappresentano rispettivamente (*)

$$u_1=\frac{n^0-n'}{r^0}\,; \qquad u_3=\frac{n'-n''}{r'}\,\ldots\ldots$$

dove, come si è detto innanzi, n^0, n', n'' ... sono gli indici assoluti di rifrazione dei successivi mezzi, ed r^0, r', r'' ... sono i raggi delle successive superficie rifrangenti, si vede subito che, perchè abbiano luogo le (7), bisogna che sieno verificate le seguenti equazioni:

$$r^0=\infty\,, \qquad r'=\infty\,\ldots\ldots \qquad (11);$$

ossia: *Tutte le superficie che dividono i differenti mezzi debbono essere piane.* Quando le (11) non sono verificate, è necessario, perchè il sistema sia telescopico, che, immaginandolo decomposto in due sistemi, l'uno di m, l'altro di n, superficie rifrangenti, sia verificata la (10).

(*) Vedi CASORATI, l. c.; e GAUSS, *Dioptrische Untersuchungen.*

Ora se

$$N^{\circ},\ N' \ldots\ldots N^*$$

sono i vertici delle superficie rifrangenti del primo sistema, ed

$$N_1^{\circ},\ N_1' \ldots\ldots N_1^*$$

quelli del secondo, e si osserva che

$$t_{2m} = \frac{N_1^{\circ} - N^*}{n^*} \ ,$$

dove n^* è l'indice assoluto di rifrazione del mezzo compreso tra le superficie sferiche i cui vertici sono

$$N^*,\ N_1^{\circ}$$

la (10) si trasforma nell'altra:

$$k_{2m-1}\, l_{2n-1} + k_{2n-1}\, g_{2m-1} + \frac{N_1^{\circ} - N^*}{n^*}\, k_{2m-1}\, k_{2n-1} = 0 \ ,$$

ovvero

$$k_{2n-1}\left(g_{2m-1} - k_{2m-1}\frac{N^*}{n^*}\right) + k_{2m-1}\left(l_{2n-1} + k_{2n-1}\frac{N_1^{\circ}}{n^*}\right) = 0 \ ,$$

e quindi

$$\frac{N^*}{n^*} - \frac{g_{2m-1}}{k_{2m-1}} = \frac{l_{2n-1}}{k_{2n-1}} + \frac{N_1^{\circ}}{n^*} \qquad (12).$$

Ossia: Un sistema diottrico sarà *telescopico*, quando decomposto in due sistemi non telescopici, *il secondo fuoco principale del primo coincide col primo fuoco principale del secondo.*

La esposizione elementare delle precedenti proprietà del determinante gobbo della forma (1), sarà utile per facilitare la intelligenza della memoria di Gauss, o il libro del Prof. Casorati sulle *proprietà cardinali dei cannocchiali.*

Torino, Maggio 1882.

Il Socio Cav. Capitano F. Siacci presenta e legge una Nota del sig. Dott. Enrico Novarese, Assistente alla Cattedra di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino,

INTORNO

ALLA

MOLTIPLICAZIONE DELLE FUNZIONI ELLITTICHE.

In una Nota precedente sulle formole di addizione delle funzioni ellittiche (*), io ho ricavato le espressioni di

$$\mathrm{sn}(u_1 + u_2 + \ldots + u_m), \quad \mathrm{cn}(u_1 + u_2 + \ldots u_m), \quad \text{ecc.}$$

sotto forma di quozienti di due determinanti d'ordine m, costituiti colle funzioni de' singoli argomenti. Come ho allora osservato, supponendo $u_1 = u_2 = \ldots = u_m = u$, i primi membri di quelle formole divengono $\mathrm{sn}(mu)$, $\mathrm{cn}(mu)$, ecc., ma i secondi membri prendono la forma indeterminata $\frac{0}{0}$. Nella presente Nota, mediante un teorema gentilmente comunicatomi dal ch.[mo] Professore Siacci, questa indeterminazione apparente è vinta; e così ottengo le formole per la moltiplicazione delle funzioni ellittiche sotto forme diverse dalle conosciute, e come caso particolare di quelle per l'addizione.

(*) V. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, fascic. di Aprile 1882.

§ 1.

Il teorema del Prof. SIACCI è il seguente:

« Per $x_0 = x_1 = x_2 = \ldots x_{n-1} = x$, il quoziente

$$\text{»} \quad \frac{\Sigma \pm \varphi_0(x_0)\,\varphi_1(x_1)\ldots\varphi_{n-1}(x_{n-1})}{\Sigma \pm \psi_0(x_0)\,\psi_1(x_1)\ldots\psi_{n-1}(x_{n-1})}$$

» si riduce a

$$\text{»} \quad \frac{\Sigma \pm \varphi_0(x)\,\varphi_1'(x)\ldots\varphi_{n-1}^{(n-1)}(x)}{\Sigma \pm \psi_0(x)\,\psi_1'(x)\ldots\psi_{n-1}^{(n-1)}(x)} \text{ ».}$$

Infatti consideriamo il rapporto di determinanti

$$\begin{vmatrix} \varphi_{00} & \varphi_{10} & \cdot\cdot & \varphi_{n-1,0} \\ \varphi_{01} & \varphi_{11} & \cdot\cdot & \varphi_{n-1,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \varphi_{0,n-1} & \varphi_{1,n-1} & \cdot\cdot & \varphi_{n-1,n-1} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \psi_{00} & \psi_{10} & \cdot\cdot & \psi_{n-1,0} \\ \psi_{01} & \psi_{11} & \cdot\cdot & \psi_{n-1,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \psi_{0,n-1} & \psi_{1,n-1} & \cdot\cdot & \psi_{n-1,n-1} \end{vmatrix}$$

ove si è posto

$$\varphi_{ir} = \varphi_i(x_r), \qquad \psi_{ir} = \psi_i(x_r);$$

e proponiamoci di determinare il valore di tale espressione quando $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ si riducono tutte eguali ad x_0.

Posto

$$x_r = x_0 + h_r,$$

gli elementi della $(r+1)^{ma}$ orizzontale nei due determinanti saranno rispettivamente:

$$\varphi_{ir} = \varphi_{i0} + h_r\varphi'_{i0} + \ldots + \frac{h_r^{\,r}}{r!}\varphi_i^{(r)}(x_0 + \theta h_r)$$

$$[i = 0, 1, 2, \ldots, n-1]$$

$$\psi_{ir} = \psi_{i0} + h_r\psi'_{i0} + \ldots + \frac{h_r^{\,r}}{r!}\psi_i^{(r)}(x_0 + \theta h_r),$$

θ essendo una quantità compresa tra 0 ed 1.

Sottragghiamo nei due determinanti la 1ª linea da tutte le successive, e dividiamo sopra e sotto per $h_1\, h_2 \ldots h_{n-1}$. Gli elementi della $(r+1)^{ma}$ linea diverranno rispettivamente:

$$\varphi'_{i0} + \frac{h_r}{2}\varphi''_{i0} + \ldots + \frac{h_r^{r-1}}{r!}\varphi_i^{(r)}(x_0 + \theta h_r)\,,$$

$$\psi'_{i0} + \frac{h_r}{2}\psi''_{i0} + \ldots + \frac{h_r^{r-1}}{r!}\psi_i^{(r)}(x_0 + \theta h_r)\,.$$

Facciamo $h_1 = 0$ (cioè $x_1 = x_0$), sottragghiamo la 2ª linea da tutte le successive e dividiamo sopra e sotto per $\frac{h_2}{2}\frac{h_3}{2}\ldots\frac{h_{n-1}}{2}$: gli elementi della $(r+1)^{ma}$ linea si ridurranno a

$$\varphi''_{i0} + \frac{h_r}{3}\varphi'''_{i0} + \ldots + \frac{h_r^{r-2}}{3\,.\,4\ldots r}\varphi_i^{(r)}(x_0 + \theta h_r)\,,$$

$$\psi''_{i0} + \frac{h_r}{3}\psi'''_{i0} + \ldots + \frac{h_r^{r-2}}{3\,.\,4\ldots r}\psi_i^{(r)}(x_0 + \theta h_r)\,.$$

Facciamo $h_2 = 0$, sottragghiamo la 3ª linea da tutte le seguenti e dividiamo sopra e sotto per $\frac{h_3}{3}\frac{h_4}{3}\ldots\frac{h_{n-1}}{3}$, e così di seguito: continuiamo quest'operazione finchè siansi poste a zero tutte le h, cioè siansi uguagliate tutte le x. Si vede che allora le linee del determinante numeratore (denominatore) saranno formate dalle n funzioni φ_{i0} (ψ_{i0}) e dalle loro successive $n-1$ derivate; cioè i due determinanti apparterranno a quelli che il Baltzer (*Theorie und Anwend. der Determ.*, ed. 1881, p. 77) chiama *determinanti di* n *funzioni ad una variabile.* E così resta dimostrato il teorema.

§ 2.

Il teorema sovraesposto, applicato alle nostre formole di addizione, ci fornisce l'espressione determinata di sn (mu), cn (mu), ... Gli elementi dei determinanti riescono assai complicati, ma, mercè opportuni artifizî, si possono praticare molte

semplificazioni. Facciamone un esempio nel caso del seno amplitudine e per un numero pari di argomenti. Abbiamo, per m pari [Nota citata, eq. (I)]:

$$\operatorname{sn}(u_1+u_2+\ldots+u_m)=\frac{\begin{vmatrix} s_1^m & s_1^{m-2} & \ldots & 1 & s_1^{m-3}c_1\Delta_1 & s_1^{m-5}c_1\Delta_1 & \ldots & s_1c_1\Delta_1 \\ s_2^m & s_2^{m-2} & \ldots & 1 & s_2^{m-3}c_2\Delta_2 & s_2^{m-5}c_2\Delta_2 & \ldots & s_2c_2\Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_m^m & s_m^{m-2} & \ldots & 1 & s_m^{m-3}c_m\Delta_m & s_m^{m-5}c_m\Delta_m & \ldots & s_mc_m\Delta_m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_1^{m-1} & s_1^{m-3} & \ldots & s_1 & s_1^{m-2}c_1\Delta_1 & s_1^{m-4}c_1\Delta_1 & \ldots & c_1\Delta_1 \\ s_2^{m-1} & s_2^{m-3} & \ldots & s_2 & s_2^{m-2}c_2\Delta_2 & s_2^{m-4}c_2\Delta_2 & \ldots & c_2\Delta_2 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ s_m^{m-1} & s_m^{m-3} & \ldots & s_m & s_m^{m-2}c_m\Delta_m & s_m^{m-4}c_m\Delta_m & \ldots & c_m\Delta_m \end{vmatrix}},$$

essendo

$$s_i=\operatorname{sn}u_i\,,\qquad c_i=\operatorname{cn}u_i\,,\qquad \Delta_i=\operatorname{dn}u_i\,.$$

Supponiamo in tale equazione che tutte le u diventino uguali, ed indichiamo con s, c, Δ, il valor comune che assumono rispettivamente le s_i, le c_i, le Δ_i; riguardando gli elementi dei due determinanti come funzioni di s, avremo:

$$
\operatorname{sn}(mu) = \frac{\begin{vmatrix}
s^m & s^{m-2} & \dots & 1 & s^{m-3} c\Delta & s^{m-5} c\Delta & \dots & s c\Delta \\
\frac{d.s^m}{ds} & \frac{d.s^{m-2}}{ds} & \dots & 0 & \frac{d.s^{m-3} c\Delta}{ds} & \frac{d.s^{m-5} c\Delta}{ds} & \dots & \frac{d.s c\Delta}{ds} \\
\cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\
\frac{d^{m-1}.s^m}{ds^{m-1}} & \frac{d^{m-1}.s^{m-2}}{ds^{m-1}} & \dots & 0 & \frac{d^{m-1}.s^{m-3} c\Delta}{ds^{m-1}} & \frac{d^{m-1}.s^{m-5} c\Delta}{ds^{m-1}} & \dots & \frac{d^{m-1}.s c\Delta}{ds^{m-1}}
\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}
s^{m-1} & s^{m-3} & \dots s & s^{m-2} c\Delta & s^{m-4} c\Delta & \dots & c\Delta \\
\frac{d.s^{m-1}}{ds} & \frac{d.s^{m-3}}{ds} & \dots 1 & \frac{d.s^{m-2} c\Delta}{ds} & \frac{d.s^{m-4} c\Delta}{ds} & \dots & \frac{d.c\Delta}{ds} \\
\cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\
\frac{d^{m-1}.s^{m-1}}{ds^{m-1}} & \frac{d^{m-1}.s^{m-3}}{ds^{m-1}} & \dots 0 & \frac{d^{m-1}.s^{m-2} c\Delta}{ds^{m-1}} & \frac{d^{m-1}.s^{m-4} c\Delta}{ds^{m-1}} & \dots & \frac{d^{m-1} c\Delta}{ds^{m-1}}
\end{vmatrix}}
$$

Chiameremo d'ora innanzi colonna (μ) quella nel cui primo elemento l'esponente di s è μ. Posto ciò, limitiamoci per ora a considerare in questi determinanti le prime $\frac{m}{2}$ colonne: l'ele-

mento $(r+1)^{mo}$ della colonna (μ) sarà

$$\mu(\mu-1)(\mu-2)\ldots(\mu-r+1)s^{\mu-r}.$$

E, se si osserva che il determinante numeratore è riducibile subito all'ordine $m-1$, si vede che tutti gli elementi della sua 1ª colonna saranno divisibili per m, quelli della 2ª per $m-2$, ecc., quelli della $\left(\frac{m}{2}\right)^{ma}$ colonna per 2. Laonde, ponendo per brevità

$$a_{\mu,r}=(\mu-1)(\mu-2)\ldots(\mu-r+1),$$

avremo

$$(1)\quad\ldots\quad \operatorname{sn}(mu)=(-1)^{\frac{m}{2}}m(m-2)(m-4)\ldots 2\,\frac{P}{Q}$$

dove

$$P=\begin{vmatrix} s^{m-1} & s^{m-3} & .\ s & \frac{d.s^{m-3}c\Delta}{ds} & \ldots & \frac{d.sc\Delta}{ds} \\ a_{m,2}s^{m-2} & a_{m-2,2}s^{m-4} & .\ 1 & \frac{d^2.s^{m-3}c\Delta}{ds^2} & \ldots & \frac{d^2.sc\Delta}{ds^2} \\ a_{m,3}s^{m-3} & a_{m-2,3}s^{m-5} & .\ 0 & . & \ldots & . \\ . & . & . & . & \ldots & . \\ a_{m,m-2}s^2 & a_{m-2,m-2} & .\ 0 & . & \ldots & . \\ a_{m,m-1}s & 0 & .\ 0 & \frac{d^{m-1}.s^{m-3}c\Delta}{ds^{m-1}} & \ldots & \frac{d^{m-1}.sc\Delta}{ds^{m-1}} \end{vmatrix}$$

$$Q=\begin{vmatrix} s^{m-1} & s^{m-3} & .\ s & s^{m-2}c\Delta & \ldots & c\Delta \\ a_{m,2}s^{m-2} & a_{m-2,2}s^{m-4} & .\ 1 & \frac{d.s^{m-2}c\Delta}{ds} & \ldots & \frac{d.c\Delta}{ds} \\ a_{m,3}s^{m-3} & a_{m-2,3}s^{m-5} & .\ 0 & . & \ldots & . \\ . & . & .\ . & . & \ldots & . \\ a_{m,m-2}s^2 & a_{m-2,m-2} & .\ 0 & . & \ldots & . \\ a_{m,m-1}s & 0 & .\ 0 & . & \ldots & . \\ a_{m,m} & 0 & .\ 0 & \frac{d^{m-1}.s^{m-2}c\Delta}{ds^{m-1}} & \ldots & \frac{d^{m-1}.c\Delta}{ds^{m-1}} \end{vmatrix}$$

In entrambi questi determinanti si moltiplichi per s^2 la 2ª colonna e la si sottragga dalla 1ª, la 3ª colonna e la si sottragga dalla 2ª ecc., finchè si moltiplicherà per s^2 la $\left(\frac{m}{2}\right)^{\text{ma}}$ colonna e la si sottrarrà dalla $\left(\frac{m}{2}-1\right)^{\text{ma}}$. Si ripeta tale operazione, arrestandosi però alla colonna $\left(\frac{m}{2}-1\right)^{\text{ma}}$; si ripeta un' altra volta arrestandosi alla $\left(\frac{m}{2}-2\right)^{\text{ma}}$, e così via finchè la $\left(\frac{m}{2}-1\right)^{\text{ma}}$ operazione si ridurrà a moltiplicare per s^2 la 2ª colonna ed a sottrarla dalla 1ª. È chiaro che dopo queste $\frac{m}{2}-1$ operazioni ciò che avrà cangiato in ogni elemento sarà il coefficiente della potenza di s. Dopo la 1ª sottrazione $a_{\mu,r}$ si sarà mutato in $a_{\mu,r}-a_{\mu-2,r}$ ed $a_{\mu-2,r}$ in $a_{\mu-2,r}-a_{\mu-4,r}$; e quindi dopo la 2ª sottrazione $a_{\mu,r}$ sarà divenuto $a_{\mu,r}-2a_{\mu-2,r}+a_{\mu-4,r}$. In generale, denotando con $a^{(i)}_{\mu\ r}$ ciò che diviene $a_{\mu,r}$ dopo i sottrazioni, si avrà

$$(2)\ldots\quad a^{(i)}_{\mu,r}=a_{\mu,r}-\binom{i}{1}a_{\mu-2,r}+\binom{i}{2}a_{\mu-4,r}-\ldots+(-1)^i\binom{i}{i}a_{\mu-2i,r}$$
$$=\sum_{0}^{i}{}_h(-1)^h\binom{i}{h}a_{\mu-2h,r}\,.$$

Questo si dimostra, o ricorrendo alle formole conosciute del calcolo delle differenze finite, poichè in sostanza $a^{(i)}_{\mu,r}$, $a^{(i)}_{\mu-2,r}$, ecc., sono le i^{me} differenze delle quantità $a_{\mu,r}$, $a_{\mu-2,r}$, ecc., oppure direttamente coll'induzione. Ammettiamo vera la (2) per un numero i di sottrazioni; dico che è vera per un numero $i+1$.

Infatti abbiamo:

$$a^{(i)}_{\mu-2,r}=a_{\mu-2,r}-\binom{i}{1}a_{\mu-4,r}+\ldots+(-1)^i\binom{i}{i}a_{\mu-2(i+1),r}\,,$$

onde

$$a^{(i)}_{\mu,r}-a^{(i)}_{\mu-2,r}=a^{(i+1)}_{\mu,r}=a_{\mu,r}-\binom{i+1}{1}a_{\mu-2,r}+\binom{i+1}{2}a_{\mu-4,r}$$
$$-\ldots+(-1)^{i+1}\binom{i+1}{i+1}a_{\mu-2(i+1),r}\,,$$

in virtù dell'identità

$$\binom{\nu}{\rho} = \binom{\nu-1}{\rho} + \binom{\nu-1}{\rho-1} .$$

Ma la formola in questione si verifica per $i=1, 2$, dunque essa si verifica in generale.

Mettendo nella (2) in luogo di $a_{\mu-2h,r}$ il suo valore, risulta

$$a^{(i)}_{\mu,r} = \sum_0^i {}_h (-1)^h \binom{i}{h} \sum_0^{r-1} {}_k S_k (-2h)^{r-k-1} ,$$

indicando con S_k la somma dei prodotti delle quantità $\mu-1$, $\mu-2$, ..., $\mu-r+1$ combinate k a k; e questo si può scrivere

$$(3)\ldots \quad a^{(i)}_{\mu,r} = \sum_0^{r-1} {}_k (-2)^{r-k-1} S_k \sum_0^i {}_h (-1)^h \binom{i}{h} h^{r-k-1} .$$

Tale equazione ci rivela due importanti proprietà dei numeri a. Supponiamo $i=r-1$: allora è noto (*) che l'ultimo Σ per $k=0$ vale $(-1)^{r-1}(r-1)!$, e pegli altri valori di k è nullo; dunque

$$(4)\ldots \quad a^{(r-1)}_{\mu,r} = 2^{r-1}(r-1)! .$$

Se invece assumiamo $i=r$, il secondo Σ è sempre zero; dunque

$$(5)\ldots \quad a^{(r)}_{\mu,r} = 0 \quad (^{**}).$$

(*) Ricordiamo le formole di analisi combinatoria:

$$\sum_0^n {}_i (-1)^{n-i} \binom{n}{i} i^n = n!$$

e

$$\sum_0^n {}_i (-1)^{n-i} \binom{n}{i} i^{n-\alpha} = 0 ,$$

purchè α sia intero positivo e non maggiore di n.

(**) Anche queste due equazioni [(4) e (5)] si potrebbero stabilire immediatamente colla teoria delle differenze finite, riguardando $a_{\mu,r}$ come una funzione razionale intera di μ del grado $r-1$.

Da quest'ultima proprietà segue tosto una rilevante semplificazione nei determinanti P e Q. In entrambi sulla colonna (μ) noi operiamo $\frac{\mu-1}{2}$ volte, quindi ad operazioni compiute saranno nulli in essa i primi $\frac{\mu-1}{2}$ elementi $\left(\text{oltre a quelli successivi al } (\mu+1)^{mo}\right)$.

Passiamo ad occuparci delle rimanenti $\frac{m}{2}-1$ colonne del determinante P: in esse l'elemento r^{mo} della verticale (μ) sarà

$$\frac{d^r}{ds^r}s^\mu c\Delta=\sum_0^r{}_j\binom{r}{j}\frac{d^j.s^\mu}{ds^j}\frac{d^{r-j}.c\Delta}{ds^{r-j}}$$

$$=s^\mu\frac{d^r.c\Delta}{ds^r}+\sum_1^r{}_j\binom{r}{j}\mu(\mu-1)..(\mu-j+1)s^{\mu-j}\frac{d^{r-j}.c\Delta}{ds^{r-j}}$$

$$=s^\mu\frac{d^r.c\Delta}{ds^r}+\sum_1^r{}_j\binom{r}{j}\mu a_{\mu,j}s^{\mu-j}\frac{d^{r-j}.c\Delta}{ds^{r-j}},$$

avvertendo però che si deve convenire $a_{\mu,1}=1$.

Pratichiamo su questo secondo gruppo di colonne le medesime operazioni di poco fa, e vediamo come si mutino i loro elementi. Dopo la 1ª sottrazione $\frac{d^r}{ds^r}s^\mu c\Delta$ diventerà

$$\frac{d^r}{ds^r}s^\mu c\Delta-s^2\frac{d^r}{ds^r}s^{\mu-2}c\Delta$$

$$=\sum_1^r{}_j\binom{r}{j}s^{\mu-j}\frac{d^{r-j}.c\Delta}{ds^{r-j}}\left[\mu a_{\mu,j}-(\mu-2)a_{\mu-2,j}\right].$$

Ora quest'ultima differenza vale $\mu a'_{\mu,j}+2a_{\mu-2,j}$ e rappresenta ciò che diviene $\mu a_{\mu,j}$ dopo la 1ª sottrazione: per induzione si dimostra colla massima facilità che, dopo i operazioni, $\mu a_{\mu,j}$ si cambia in

$$\mu a_{\mu,j}^{(i)}+2ia_{\mu-2,j}^{(i-1)};$$

sicchè, dopo i operazioni, l'elemento r^{mo} della colonna (μ) diverrà

$$\sum_{1}^{r}{}_{j}\binom{r}{j}\left[\mu\, a_{\mu,j}^{(i)}+2\,i\,a_{\mu-2,j}^{(i-1)}\right]s^{\mu-j}\frac{d^{r-j}.\,c\,\Delta}{d\,s^{r-j}}\;.$$

Ora il coefficiente tra parentesi quadra è nullo per $i-1=j$, per conseguenza dopo i sottrazioni saranno zero i primi $i-1$ termini di questa somma, e dopo $r+1$ sottrazioni sarà zero tutta la somma. Ma sulla colonna (μ) operiamo $\frac{\mu-1}{2}$ volte; dunque ad operazioni compiute saranno zero in ogni colonna i primi $\frac{\mu-3}{2}$ elementi, e degli elementi successivi i primi $\frac{\mu-3}{2}$ termini. Quindi l'elemento r^{mo} della colonna (μ) varrà

$$\sum_{\frac{\mu-1}{2}}^{r}{}_{j}\binom{r}{j}\left[\mu\, a_{\mu,j}^{\left(\frac{\mu-1}{2}\right)}+(\mu-1)\,a_{\mu-2,j}^{\left(\frac{\mu-3}{2}\right)}\right]s^{\mu-j}\,\frac{d^{r-j}.\,c\Delta}{d\,s^{r-j}}\;,$$

la qual somma rappresenteremo brevemente con $\Phi_{\mu,r}$ $\Bigg($Naturalmente questo non regge pell'ultima colonna, rimasta intatta, e di cui l'elemento r^{mo} è $s\,\frac{d^{r}.\,c\,\Delta}{ds^{r}}+r\,\frac{d^{r-1}.\,c\,\Delta}{ds^{r-1}}\Bigg)$.

Tali osservazioni sul secondo gruppo di colonne valgono anche pel determinante Q, senonchè vuolsi osservare che qui esse sono in numero di $\frac{m}{2}$ e comprendono m elementi in guisa che $\frac{d^{r}}{ds^{r}}s^{\mu}c\Delta$ riesce l'elemento $(r+1)^{mo}$. Quindi ad operazioni compiute saranno nulli nella colonna (μ) i primi $\frac{\mu}{2}$ elementi, e degli elementi successivi i primi $\frac{\mu}{2}-1$ termini; per cui l'elemento

$(r+1)^{mo}$ si ridurrà a $\mu\Psi_{\mu,r}$, posto per brevità

$$\Psi_{\mu,r}=\sum_{\frac{\mu}{2}}^{r}{}_j\binom{r}{j}\left[a_{\mu,j}^{\left(\frac{\mu}{2}\right)}+a_{\mu-2,j}^{\left(\frac{\mu}{2}-1\right)}\right]s^{\mu-j}\frac{d^{r-j}.c\Delta}{ds^{r-j}}\ .$$

(E qui pure è quasi superfluo il notare che ciò non vale pel-l'ultima colonna).

Osserviamo infine che i fattori $m-2,\ m-4,\ldots,2$ moltiplicanti le funzioni Ψ si elidono coi fattori stessi già presenti nel numeratore: facciamo per comodità di scrittura

$$a_{\mu,r}^{\left(\frac{\mu}{2}-1\right)}=A_{\mu,r}\quad \text{e}\quad m=2n\ ;$$

ed in forza di tutto ciò la formola (1) diverrà:

(A) .... $$\text{sn}(2nu)=(-1)^n 2n\frac{R}{S}$$

dove R ed S rappresentano rispettivamente i seguenti determinanti:

$$
R=\begin{vmatrix}
0 & 0 & \cdots s & 0 & 0 & \cdots & s\dfrac{d\,.\,c\Delta}{ds}+c\Delta \\
0 & 0 & \cdots 1 & 0 & . & \cdots & s\dfrac{d^2.\,c\Delta}{ds^2}+2\dfrac{d\,.\,c\Delta}{ds} \\
. & . & \cdots 0 & . & 0 & \cdots & . \\
. & . & \cdots & 0 & \Phi_{2n-5,n-3} & \cdots & . \\
. & 0 & \cdots & \Phi_{2n-3,n-2} & \Phi_{2n-5,n-2} & \cdots & . \\
0 & A_{2n-2,n-1}s^{n-1} & \cdots & \Phi_{2n-3,n-1} & . & \cdots & . \\
A_{2n,n}s^{n} & A_{2n-2,n}s^{n-2} & \cdots & . & . & \cdots & . \\
A_{2n,n+1}s^{n-1} & . & \cdots & . & . & \cdots & . \\
. & . & \cdots & . & . & \cdots & . \\
. & A_{2n-2,2n-2} & \cdots & . & . & \cdots & . \\
A_{2n,2n-1}s & 0 & \cdots 0 & \Phi_{2n-3,2n-1} & \Phi_{2n-5,2n-1} & \cdots & s\dfrac{d^{2n-1}.\,c\Delta}{ds^{2n-1}}+(2n-1)\dfrac{d^{2n-2}.\,c\Delta}{ds^{2n-2}}
\end{vmatrix}
$$

$$S = \left| \begin{array}{ccccccc}
0 & 0 & \ldots s & 0 & 0 & \ldots & c\Delta \\
0 & 0 & \ldots 1 & 0 & 0 & \ldots & \frac{d.c\Delta}{ds} \\
. & . & \ldots 0 & . & . & \ldots & . \\
. & . & \ldots & . & 0 & \ldots & . \\
. & 0 & \ldots & 0 & \Psi_{2n-4,n-2} & \ldots & . \\
0 & A_{2n-2,n-1}s^{n-1} & \ldots & \Psi_{2n-2,n-1} & \Psi_{2n-4,n-1} & \ldots & . \\
A_{2n,n}s^{n} & A_{2n-2,n}s^{n-2} & \ldots & \Psi_{2n-2,n} & . & \ldots & . \\
A_{2n,n+1}s^{n-1} & & \ldots & . & . & \ldots & . \\
. & . & \ldots & . & . & \ldots & . \\
. & A_{2n-2,2n-2} & \ldots & . & . & \ldots & . \\
A_{2n,2n-1}s & 0 & \ldots & . & . & \ldots & . \\
A_{2n,2n} & 0 & \ldots 0 & \Psi_{2n-2,2n-1} & \Psi_{2n-4,2n-1} & \ldots & \frac{d^{2n-1}.c\Delta}{ds^{2n-1}}
\end{array} \right|$$

È probabile che, nei singoli casi particolari, si presentino spontanee nuove semplificazioni, ma nel caso generale non par conveniente il procedere oltre. Una sola ne accennerò ancora, e consiste nell'abbassare la grandezza numerica dei coefficienti A. Ciò è reso possibile dal fatto che « in ognuna delle prime n verticali, tutti i coefficienti sono divisibili pel primo coefficiente non nullo ».

Infatti, in una qualsiasi di queste colonne il primo coefficiente diverso da zero è $A_{2\nu,\nu}$, cioè $a^{(\nu-1)}_{2\nu,\nu}$; e questo sappiamo [eq. (4)] che vale

$$2^{\nu-1}(\nu-1)!$$

D'altra parte, una qualunque delle A successive, p. es. $A_{2\nu,\nu+\alpha}$, $(\alpha=1, 2, \ldots, \nu)$, vale [eq. (3)]

$$a^{(\nu-1)}_{2\nu,\nu+\alpha}=\sum_{0}^{\nu+\alpha-1}{}_k(-2)^{\nu+\alpha-k-1}S_k\sum_{0}^{\nu-1}{}_h(-1)^h\binom{\nu-1}{h}h^{\nu+\alpha-k-1}.$$

ossia (giacchè la seconda somma è zero per $k>\alpha$)

$$2^{\nu-1}\sum_{0}^{\alpha}{}_k(-2)^{\alpha-k}S_k\sum_{0}^{\nu-1}{}_h(-1)^{\nu-1-h}\binom{\nu-1}{h}h^{\nu+\alpha-k-1}.$$

Ora è dimostrato (*) che ogni numero $\sum_{0}^{n}{}_i(-1)^{n-i}\binom{n}{i}i^{n+p}$ (dove p è un intiero positivo qualunque) è divisibile per $n!$; dunque ogni numero $A_{2\nu,\nu+\alpha}$ sarà divisibile per $A_{2\nu,\nu}$, $c.d.d.$

Per compiere lo studio dell'equazione (A) potrebbe proporsi di esibire l'espressione di $\dfrac{d^r.c\Delta}{ds^r}$ in funzione di s, c, Δ: io starò contento ad indicarne la forma. Dico che $\dfrac{d^r.c\Delta}{ds^r}$ è un fratto avente per numeratore una funzione razionale intera di $c^2\Delta^2$ del grado $r-1$, i cui coefficienti sono funzioni razionali

(*) F. Gerbaldi, *Nota sopra alcune applicaz. di una formola combinat.*, Giorn. Battaglini, vol. XVIII.

intere di s e di k^2, e per denominatore $(c\Delta)^{2r-1}$. Per dimostrarlo mi varrò anche qui del metodo induttivo. Ammettiamo che si abbia

$$\frac{d^r . c\Delta}{ds^r} = \frac{1}{(c\Delta)^{2r-1}} \left[f_1 (c\Delta)^{2r-2} + f_2 (c\Delta)^{2r-4} + \ldots + f_{r-1} (c\Delta)^2 + f_r \right],$$

$f_1, \ldots, f_r$ essendo funzioni razionali intere di s e di k^2. Differenziando, sarà

$$\frac{d^{r+1} . c\Delta}{ds^{r+1}}$$

$$= \frac{1}{(c\Delta)^{4r-2}} \left\{ \begin{array}{l} (c\Delta)^{2r-1} \left[\begin{array}{l} f_1'(c\Delta)^{2r-2} + f_2'(c\Delta)^{2r-4} + \ldots + f_r' \\ + (2r-2) f_1 (c\Delta)^{2r-3} \dfrac{d.c\Delta}{ds} \\ + (2r-4) f_2 (c\Delta)^{2r-5} \dfrac{d.c\Delta}{ds} + \ldots \\ + 2 f_{r-1}\, c\Delta \dfrac{d.c\Delta}{ds} \end{array} \right] \\ + (2r-1)(c\Delta)^{2r-2} \dfrac{d.c\Delta}{ds} \left[f_1 (c\Delta)^{2r-2} + f_2 (c\Delta)^{2r-4} + \ldots + f_r \right] \end{array} \right\}.$$

Ora

$$(6)\ldots \quad \frac{d.c\Delta}{ds} = \frac{d}{ds} \sqrt{(1-s^2)(1-k^2 s^2)} = \frac{2k^2 s^3 - (1+k^2)s}{c\Delta};$$

quindi

$$\frac{d^{r+1} . c\Delta}{ds^{r+1}}$$

$$= \frac{1}{(c\Delta)^{2r-1}} \left[\begin{array}{l} f_1'(c\Delta)^{2r-2} + f_2'(c\Delta)^{2r-4} + \ldots + f_r' \\ + F_1 (c\Delta)^{2r-4} + F_2 (c\Delta)^{2r-6} + \ldots + F_{r-1} \end{array} \right]$$

$$+ \frac{1}{(c\Delta)^{2r+1}} \left[\mathfrak{f}_1 (c\Delta)^{2r-2} + \mathfrak{f}_2 (c\Delta)^{2r-4} + \ldots + \mathfrak{f}_{r-1} (c\Delta)^2 + \mathfrak{f}_r \right],$$

denotando con $F_1, \ldots, F_{r-1}$, $\mathfrak{f}_1, \ldots, \mathfrak{f}_r$ altre funzioni razionali intere di s e di k^2; ovvero

$$\frac{d^{r+1} . c\Delta}{ds^{r+1}}$$

$$= \frac{1}{(c\Delta)^{2r+1}} \left[\begin{array}{l} f_1'(c\Delta)^{2r} + (f_2' + F_1 + \mathfrak{f}_1)(c\Delta)^{2r-2} + \ldots \\ + (f_r' + F_{r-1} + \mathfrak{f}_{r-1})(c\Delta)^2 + \mathfrak{f}_r \end{array} \right],$$

il che prova che, se la legge è vera per r derivazioni, è vera per $r+1$. Ma l'equazione (6) ci mostra che la legge è vera per $r=1$, dunque essa è vera in generale.

§ 3.

I paragrafi precedenti erano scritti quando ebbi notizia di due formole di moltiplicazione pel seno amplitudine, dovute al Prof. BRIOSCHI (*), le quali offrono qualche analogia colle nostre. Tali formole sono rivolte a dimostrare un enunciato di JACOBI. Dice il Brioschi, che, in una delle Memorie di Jacobi intorno alle funzioni ellittiche, pubblicate nei primi volumi del CRELLE, il celebre analista osserva come le formole pella moltiplicazione delle funzioni ellittiche « possono essere semplicemente formate per mezzo di talune espressioni delle derivate di due particolari funzioni irrazionali che egli assegna, aggiungendo, ad esempio, le formole relative dalla duplicazione alla quintuplicazione » (**). E, ad avviso del Brioschi, se nessuno, nelle ricerche posteriori sulla teorica della moltiplicazione, tenne presente « quel primo risultato ottenuto da Jacobi, ... fu a torto, giacchè ... *esso* costituisce quanto di più generale sia stato scritto sulla quistione ».

Dette rispettivamente $A^{(r)}$, $B^{(r)}$ le derivate r^{esime} delle funzioni $sc\Delta$, $\frac{c\Delta}{s}$ rispetto ad s^2, e posto

$$H_{r-1}=\frac{1}{r!}A^{(r)}, \qquad K_{r-1}=\frac{1}{r!}B^{(r)},$$

(*) BRIOSCHI, *Sopra una formola di Jacobi per la moltiplicaz. delle funz. ellitt.*, *Rendiconti del R. Istituto Lomb. di Scienze e Lettere*, adun. 24 Novembre 1864. Il lavoro fu poi riprodotto in appendice alla traduzione italiana dell'opera del CAYLEY, *An elementary treatise on elliptic functions*, pp. 365-71.

(**) Dice precisamente JACOBI: « Supposant $x=\operatorname{sn} u$, les quantités $\operatorname{sn}(2u)$, $\operatorname{sn}(3u)$, $\operatorname{sn}(4u)$, etc., peuvent être exprimées d'une manière assez remarquable, au moyen des différentielles des quantités $\sqrt{x^2(1-x^2)(1-k^2x^2)}$, $\sqrt{\frac{(1-x^2)(1-k^2x^2)}{x^2}}$ prises par rapport à x^2 ». E più sotto: « On aura des formules analogues si l'on veut employer au lieu de *ces* différentielles, celles des quantités

$$\frac{1}{\sqrt{x^2(1-x^2)(1-k^2x^2)}}, \quad \frac{1}{\sqrt{\frac{(1-x^2)(1-k^2x^2)}{x^2}}}$$

(*Giorn. di* CRELLE, IV, p. 187).

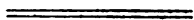
la formola, che dà il Brioschi per la moltiplicazione d'ordine pari, è

$$\operatorname{sn}(2nu) = (-1)^n \frac{1}{s^{2n}} \frac{\begin{vmatrix} H_2 & H_3 & \cdots & H_n \\ H_3 & H_4 & \cdots & H_{n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ H_n & H_{n+1} & \cdots & H_{2(n-1)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} K_0 & K_1 & \cdots & K_{n-1} \\ K_1 & K_2 & \cdots & K_n \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ K_{n-1} & K_n & \cdots & K_{2(n-1)} \end{vmatrix}},$$

e quella per la moltiplicazione di ordine impari

$$\operatorname{sn}[(2n+1)u] = (-1)^{n-1} s^{2n-1} \frac{\begin{vmatrix} K_1 & K_2 & \cdots & K_n \\ K_2 & K_3 & \cdots & K_{n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ K_n & K_{n+1} & \cdots & K_{2n-1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} H_1 & H_2 & \cdots & H_n \\ H_2 & H_3 & \cdots & H_{n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ H_n & H_{n+1} & \cdots & H_{2n-1} \end{vmatrix}}.$$

Senza dilungarmi oltre in questo cenno, noto che all'asserto di Jacobi provato da tali formole, possiamo contrapporre un'osservazione dimostrata dalle formole cui conduce il nostro metodo. E, cioè, che le formole per la moltiplicazione di ordine m del seno amplitudine si possono formare con *derivate* di $\operatorname{sn}^m u$, intendendo però per *derivate* funzioni dedotte da $\operatorname{sn}^m u$ col solo processo della derivazione, e precisamente funzioni dei due tipi

$$\frac{d^k}{ds^k} s^m \quad \text{e} \quad \frac{d^i}{ds^i} \frac{d}{du} \frac{d^k}{ds^k} s^m .$$

Il Socio Comm. Prof. Angelo GENOCCHI presenta e legge la seguente Nota del sig. H. A. SCHWARZ, Professore nell'Università di Gottinga, avvertendo che il metodo così semplice ed elegante in essa usato già gli era stato comunicato dall'Autore con lettera del dì 8 gennaio 1881:

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE

D'UNE PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE

DES FONCTIONS INTERPOLAIRES.

1° Désignons par t une variable indépendante qui puisse prendre toutes les valeurs réelles comprises entre deux limites données, par $F(t)$ une fonction de cette variable et par $F'(t)$, $F''(t)$, ... $F^{(n-1)}(t)$ ses dérivées des $n-1$ premiers ordres.

Supposons que la fonction $F(t)$ ne prenne que des valeurs réelles et que chacune des fonctions $F(t)$, $F'(t)$, $F''(t)$, ... $F^{(n-1)}(t)$ soit une fonction continue ne prenant qu'une seule valeur pour chaque valeur de son argument.

Supposons enfin que la fonction $F(t)$ s'annule pour les n valeurs différentes t_λ $[\lambda=1,2,\ldots n]$ de son argument.

$$[t_1 < t_2 < \ldots < t_n]$$

Des équations

$$F(t_1)=0\ , \qquad F(t_2)=0\ , \qquad \ldots, \qquad F(t_n)=0$$

on conclut, d'après un théorème connu, que, choisissant convenablement les $n-1$ valeurs t_λ'

$$\left[\lambda=1,\ 2,\ \ldots (n-1)\ ; \qquad t_\lambda < t'_\lambda < t_{\lambda+1}\right],$$

on aura les équations

$$F'(t'_1)=0\ ,\quad F'(t'_2)=0\ ,\quad \ldots\quad F'(t'_{n-1})=0\ .$$

En continuant ainsi le raisonnement on parviendra aux équations analogues

$$F''(t_1'')=0\ ,\quad F''(t_2'')=0\ ,\quad \ldots\quad F''(t''_{n-2})=0\ ,$$

$$F'''(t_1''')=0\ ,\quad \ldots\quad F'''(t'''_{n-3})=0\ ,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$F^{(n-1)}(t_1^{(n-1)})=0\ .$$

Toutes les valeurs $t_\lambda^{(\mu)}$ sont intermédiaires entre t_1 et t_n.

2° Désignons par $f(t)$ une fonction de la variable t qui soit soumise aux mêmes conditions que la fonction $F(t)$ sauf la condition de s'annuler pour les valeurs $t_1, t_2, \ldots t_n$. Soit $f(t)$ la fonction génératrice des fonctions interpolaires $f(t_1, t_2)$, $f(t_1, t_2, t_3), \ldots f(t_1, t_2, \ldots t_n)$. (Voir les *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* vol. XIII, pag. 716, et vol. XVI, pag. 270-272).

Soit $g(t)$ la fonction entière du $(n-1)^{\text{ième}}$ degré donnée par la formule d'interpolation dite de Newton

$$g(t)=f(t_1)+f(t_1,t_2)\cdot(t-t_1)+f(t_1,t_2,t_3)\cdot(t-t_1)(t-t_2)+\ldots$$
$$+f(t_1,t_2,\ldots t_n)\cdot(t-t_1)(t-t_2)\ldots(t-t_{n-1})$$

on aura pour $\lambda=1, 2, \ldots n$

$$f(t_\lambda)=g(t_\lambda)\ .$$

En désignant la valeur constante de la dérivée du $(n-1)^{\text{ième}}$ ordre de la fonction $g(t)$ par $g^{(n-1)}(t)$, on aura

$$g^{(n-1)}(t)=1\,.\,2\,.\,3\ldots(n-1)\,f(t_1,t_2,\ldots t_n)\ .$$

La fonction $F(t)$ définie par l'équation

$$F(t) = f(t) - g(t)$$

répond précisément aux conditions énoncées dans le n° 1. Donc posant $t = t_1^{(n-1)} = u$, où u désigne une valeur intermédiaire entre t_1 et t_n, on aura

$$F^{(n-1)}(t) = f^{(n-1)}(t) - g^{(n-1)}(t)\,, \qquad F^{(n-1)}(u) = 0\,,$$

ou

$$f(t_1, t_2, \dots t_n) = \frac{1}{1 . 2 . 3 \dots (n-1)} f^{(n-1)}(u)\,. \quad [t_1 < u < t_n]$$

C. Q. F. D.

In questa adunanza la Classe, giusta quanto nella loro Relazione conchiudevano i Commissarii il 14 del p. p. Maggio, udita la lettura del lavoro del sig. N. JADANZA, intitolato: « *Alcuni problemi di Geodesia* », ne approva la stampa nei Volumi delle *Memorie*.

In questa adunanza la Classe approva il seguente

PROGRAMMA.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino apre il Concorso ad un premio di lire **2000** (duemila) da conferirsi ad un lavoro che tratti di Mineralogia, o di Geologia, o di Paleontologia.

Il lavoro dovrà essere presentato all'Accademia entro il giorno 31 Dicembre 1883, e potrà essere inviato manoscritto o stampato. Nel primo caso, qualora l'Autore non voglia palesare il suo nome, dovrà unire al manoscritto una scheda sigillata, in cui il nome sia indicato, e dovrà contrassegnare con una medesima epigrafe il manoscritto e la scheda.

Non si conferirà il premio a un lavoro, che sia stato già pubblicato prima del 1° Gennaio 1882, o sia stato già premiato da altra Accademia.

Sono ammessi al Concorso tutti gli Italiani, eccettuati i Soci residenti e non residenti dell'Accademia delle Scienze di Torino.

Il giudizio verrà dato entro i primi sei mesi del 1884.

Torino, addì 11 Giugno 1882.

Il Presidente
ERCOLE RICOTTI

L'Accademico Segretario
ASCANIO SOBRERO.

Adunanza del 25 Giugno 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. Giulio BIZZOZERO legge la seguente sua

COMMEMORAZIONE

DI

TEODORO SCHWANN.

Sogliono alcuni popoli tributare solenni onoranze ad illustri trapassati non prima di parecchi anni dal dì della morte, affinchè le passioni e gli affetti ancor caldi, e lo zelo degli amici e dei discepoli, ed il fervore interessato dei partigiani non faccian velo alla verità, e non rechino offesa a quell'imparzialità che non dovrebbe essere dimenticata nemmeno dinanzi alle tombe.

Ed è per consimile ragione, che quando ci accade di udire o di leggere una commemorazione fatta su di un fresco tumulo, pendiamo incerti sul quanto spetti alle virtù del defunto, e sul quanto gli accordi immeritamente la facile liberalità del vivo.

Alla memoria di Teodoro Schwann appena morto vennero resi straordinarî tributi d'onore, sì da Corpi scientifici che da scienziati illustri. Ma per lui non si può dire che sia stato l'amor cieco degli amici o il fervore interessato dei partigiani che abbian fatto suonare le trombe della fama. Giacchè su di lui la storia ha già da molto tempo pronunciato il suo giudizio. In Schwann, l'uomo per molti anni ha sopravvissuto allo scienziato; ed il silenzio in cui trasse l'ultimo periodo della sua vita fu così profondo, che si era abituati a considerarlo come appartenente ad una generazione già spenta.

Quanto si disse di lui, adunque, è quanto si meritava. Le sue scoperte sono passate sotto la critica ed il lavoro di quasi mezzo secolo; sicchè si può fin d'ora, non solo accertare quanto ci sia in esse di vero, ma eziandio determinare l'influenza direttiva che ebbero sugli studi della biologia.

Teodoro Schwann nacque, quarto figlio dell'editore Leonardo, il 7 dicembre 1810 a Neuss, presso Düsseldorf. Dopo aver percorso i primi studi nella sua città ed a Colonia, seguì i corsi universitarî a Bonn ed a Würzburg e li terminò a Berlino, ove venne addottorato nel 1834. È a Berlino ch'ebbe la ventura d'essere apprezzato da Giovanni Müller, che se lo scelse ad assistente; ed è dagli anni in cui fruì della compagnia del grande fisiologo che datano i principali suoi lavori. — Nel 1838, mentre si preparava alla abilitazione per la docenza privata, gli venne offerta ed accettò la cattedra di anatomia all'università cattolica di Lovanio; qui si trattenne dieci anni, poi passò a Liegi qual professore, prima di anatomia, poi di fisiologia; e a Liegi rimase fin poco prima della sua morte, che ebbe luogo il 14 gennaio di quest'anno a Colonia.

Il periodo brillante della vita scientifica di Schwann è brevissimo. Esso si chiude poco tempo dopo la sua partenza da Berlino, e resta chiuso per sempre. A che dobbiamo l'improvviso arrestarsi di una attività che aveva già dato tanti frutti? Alcuni l'attribuirono alla mancanza di mezzi di lavoro, poichè fu solo negli ultimi anni di sua vita che egli potè istituire un piccolo laboratorio. Ma difficilmente questa spiegazione soddisferà noi, che in Italia siamo costretti a strappare lembo a lembo al pubblico erario quanto ci abbisogna, e che sappiamo come anche in ciò nulla resista a chi fortemente vuole. La ragion vera s'ha forse a cercare in un campo più elevato, in quello in cui scienza e fede, a seconda degli individui, s'affratellano o si combattono? La coscienza cattolica di Schwann s'è forse spaventata delle illazioni a cui lo doveva condurre la scienza sua? Non si è egli ricordato troppo di essere il professore dell'università cattolica di Lovanio e troppo poco di dover essere un indipendente investigatore del vero? Che nelle lotte religiose si sieno giovati di lui non è dubbio; e lo si sarebbe anche impigliato nell'ignobile commedia di Luigia Lateau, se la sua coscienza di uomo e di pensatore non si fosse alla fine sollevata contro le improntitudini della religione bottegaia.

Dei lavori di Schwann io non ricorderò che i principali:

A 24 anni, nella sua tesi di laurea, egli studiò la respirazione nell'uovo incubato, e dimostrò che in un'atmosfera di idrogeno o d'azoto, o nel vuoto esso produce acido carbonico e continua a svilupparsi, ma soltanto per un certo numero d'ore. A questo seguirono altri scritti sulla contrattilità delle arterie, sulle membrane dei capillari e delle fibre nervose, sulle funzioni della bile negli intestini e così via. È a lui che dobbiamo la scoperta, fatta nel 1836, della pepsina nel succo gastrico; ed egli così esattamente ne descrisse le proprietà, ed indicò le condizioni necessarie alla sua azione, che ben poco d'allora in poi vi si potè aggiungere dagli altri osservatori. Ed è pure a lui che dobbiamo delle esperienze che formano epoca nella storia della generazione spontanea. Egli dimostrò, che quando l'aria che arriva ad una sostanza putrescibile venne previamente arroventata, non ha luogo putrefazione, perchè a questo modo andaron distrutti i germi da cui questa è destata; e fu tra i primi a porre in luce l'analogia che corre fra i fenomeni della putrefazione e quelli della fermentazione; concorrendo così a stabilire una dottrina che ha preso tanto sviluppo ed ha dato risultati così prodigiosi ai giorni nostri.

Ma il nome di Schwann è legato ad un'opera di interesse ben più generale. Il microscopio, già da due secoli in mano agli investigatori, aveva svelato forme nuove e meravigliose nella struttura degli esseri organizzati; ma le nozioni con esso raccolte non potevano ancora venir riunite in un corpo di dottrina, poichè non eran collegate da principii generali, da leggi. L'organizzazione colla sua varietà infinita di apparenze sembrava l'espressione di una forza creatrice bizzarra ed instancabilmente sfrenata. Non fu che nel decennio dal 1830 al 40 che un potente ingegno, lo Schleiden, nel più facile campo dell'istologia vegetale, comparando fra loro le diverse strutture e tenendo dietro alle modificazioni che subiscono nel loro sviluppo, le ridusse tutte ad una forma unica elementare, alla cellula. S'era fatto un gran passo: ma non era tutto. Restava il campo assai più oscuro della morfologia animale, ove i tessuti raggiungono i più alti gradi dell'evoluzione per compiere funzioni sempre più perfette e più complesse. Ci voleva l'uomo che alla mano abile ed all'occhio acuto dell'investigatore unisse una larga mente sintetica, la quale sapesse coordinare i fatti raccolti, raffrontarli fra loro, distinguere l'essenziale dall'accessorio, e ricavarne per questa via le leggi dell'organizzazione. Quest'uomo fu Schwann; ed è nella sua opera: *Mikroskopische*

Untersuchungen ueber die Uebereinstimmung in der Structur und dem Wachstum der Thiere und Pflanzen (Berlin, 1839), che noi troviamo esposto e dimostrato il principio dell'unità di struttura degli esseri organizzati. Tutti i tessuti, anche i più complicati dei più elevati organismi, derivano dalla trasformazione di un unico elemento, la cellula. E si noti ch'egli mirava anche più in là della forma. Divinando le scoperte future, egli fu tra i primi a riconoscere nelle cellule che costituiscono i tessuti una certa autonomia; e, nemico del vitalismo, esprimeva il suo concetto in forma positiva: le cellule hanno in sè le ragioni della propria esistenza; le combinazioni delle molecole, quali esse si trovano in ogni singola cellula, bastano a render libere quelle forze, per le quali la cellula può attrarre nuove molecole.

Noi, che siamo cresciuti coi principii della fisiologia cellulare, difficilmente possiamo farci un'idea dell'eco che ebbe, e del movimento che destò il loro primo annuncio nel mondo della scienza. Ecco quanto ne scrive un illustre testimonio, il Virchow: « Io cominciai i miei studi a Berlino nello stesso anno in cui Schwann, ancora a Berlino e dopo averci pubblicato la sua opera, accettò la nomina di Professore all'Università cattolica di Lovanio. L'atmosfera scientifica era ancora impregnata delle nuove idee. Giovanni Müller stesso, il nostro venerato Maestro, le accettava pienamente; anzi, egli era stato il primo ad introdurle in larga misura nella patologia, usando degli stessi principii nello studio dei tumori. Che meraviglia, adunque, che noi giovani cominciassimo precocémente a pensare secondo i dettami della teoria cellulare? ».

La dottrina di Schwann non incontrò nè grandi nè tenaci contradditori, tanto furono numerose ed accurate le indagini con cui egli ne assicurò l'entrata nel dominio della scienza. Non tutte le parti della sua dottrina ebbero egual sorte: alcuna, per es. quella che spiega colla formazione libera l'origine delle cellule, accettata generalmente dapprima, non trova oggi seguito. Ma la parte essenziale, quella che ripete dalla cellula l'origine d'ogni tessuto, non ebbe dalle ricerche fatte in più di quattro decenni da tanti osservatori, che nuove conferme e nuove applicazioni.

Ben di raro un rivolgimento scientifico si fa da un uomo solo. Vi ha un periodo di preparazione, ed il creatore ha, anche qui, non uno ma molti precursori. Si potrà dire di Schwann ch'egli fu accarezzato dalla fortuna; ch'egli crebbe nel momento opportuno,

quando la messe, da altri seminata, era matura. E sia pure! ma quanti al posto di lui, avrebbero saputo afferrare tale fortuna?

Anche nella scienza si distinguono i gregari ed i duci. Quelli lavorano e non di rado s'illustrano con grandi scoperte, ma correndo nella via tracciata da questi. Schwann fu dei duci, ed è sui principii ch'egli ha stabilito, che posò ed allargò le sue fondamenta la biologia.

Il Socio Cav. Prof. Giuseppe BASSO presenta e legge la seguente Memoria del sig. Dott. G. ALBERTOTTI (*Junior*), Assistente alla Clinica oftalmologica della R. Università di Torino:

TELEMETRIA

Apprezzamento delle distanze.

L'occhio emmetropico considerato nello stato di riposo può giudicare delle distanze dal minimo angolo visuale sotto cui vede distintamente un oggetto di dimensione conosciuta. Quest'angolo si suol ritenere uguale a 5′ benchè in realtà sia minore e presenti notevoli variazioni individuali, le quali possono però considerarsi costanti per uno stesso occhio. Il rapporto fra la distanza massima (d) a cui date dimensioni sono ancor vedute distintamente e la distanza (D) a cui le stesse dimensioni si presentano sotto un angolo di 5′ stabilisce, come è noto, l'acuità visiva (V) di un occhio:

$$V = \frac{d}{D}.$$

Determinato quindi per un dato occhio il V, poco o punto lascierebbe a desiderare il giudizio che sulle distanze quest'occhio arreca, tenendo per base l'osservazione di figure speciali, come ad es. le tavole *Optotypi* di SNELLEN (*). Dal numero della tavola che viene ancor veduta distintamente si dedurrebbe quale ne sia la distanza dell'osservatore. Ma la percezione distinta di un oggetto alla distanza massima cui, stante la dimensione dell'oggetto, questo potrebbe ancora essere distintamente veduto, non è molto agevole ottenere; specialmente poi quando si tratti di osservare oggetti

(*) SNELLEN H., *Optotypi ad visum determinandum*; I. Greven. Utrecht, MDCCCLXXV.

di dimensione non troppo piccola, come ad es. il N^ro^ *CC* delle tavole suddette, oppure figure disegnate nelle stesse proporzioni e corrispondenti ai N^ri^ *CCC*. . . *D*. . . ***M***. . di SNELLEN; si troverà che i rapporti del massimo d'acutezza visiva determinati con dimensioni diverse, differenziano notevolmente fra di loro. Fra le condizioni esterne che più direttamente concorrono a modificare tali rapporti, astrazion fatta dallo stato di trasparenza e dall'indice di rifrazione dell'atmosfera, esercita speciale influenza il grado di rischiaramento generale. Come noi sappiamo, nel grado di illuminazione necessario per godere del massimo d'acutezza visiva, havvi un certo limite (*) chiamato *Luce minima sufficiente* (*L. m. s.*), al disotto del quale riesce impossibile di vedere distintamente ed occorre ingrandire l'angolo visuale per compensare la deficienza di luce.

Or bene, questo grado *L. m. s.* relativo ad una data dimensione non vale che per quella, e, trattandosi d'osservare dimensioni maggiori, tale grado di illuminazione sarà già insufficiente, mentre che sarà più che sufficiente nel caso d'osservazione di dimensioni minori.

Infatti nelle condizioni di luce più favorevoli che permettono ancora di godere un $V = \frac{20}{XX}$, se è possibile constatare nel tempo istesso $V = \frac{10}{X}$, ciò non è più per i N^ri^ *C*. . *CC*. . ***M***. . per i quali sarà necessario accrescere il grado di illuminazione, ovvero sia compensarvi coll'ingrandimento dell'angolo visuale (**), ed allora varia la distanza; epperciò le determinazioni delle distanze che se ne deducono soggiacciono a gravissime cause d'errore dipendenti sovrattutto dalla difficoltà di valutare il grado di illuminazione.

(*) REYMOND C., *Annotazioni sul torpore della retina*. Giorn. dell'Acc. R. di Med. Torino, 1872.

Id. *Stato torpido e stati emeralopici della retina*. Ann. d'Oftalm. Milano, 1872.

(**) Tobia MAYER, 1654; Foerster. Breslau, 1857.

KLEIN (N. Th.), *De l'influence de l'éclairage sur l'acuité visuelle*. Paris, 1873.

RICCÒ A., *Relazione fra il minimo angolo visuale e l'intensità luminosa*. Modena, 1877.

ALBERTOTTI G., *Sul rapporto tra* V *ed* L. Milano, 1877.

Nè giova servirsi di cannocchiali di determinato ingrandimento: l'intensità luminosa dei raggi scemata nell'attraversare i molteplici mezzi rifrangenti dello strumento renderà più incerta ancora la determinazione.

Di qui la necessità di ricorrere ad altri metodi telemetrici fra cui, specialmente ove si tratti di celerimetria, offrono speciali vantaggi quelli che si fondano sullo sdoppiamento dell'immagine che dà luogo alla diplopia monoculare.

Sistemi a doppia immagine.

Accennerò brevemente a qualcuno dei principali sistemi a rifrazione all'uopo adoperati per ottenere lo sdoppiamento della immagine, rinviando per più complete ed estese nozioni sulle loro applicazioni e modificazioni alle dottissime monografie che scrissero sopra i telemetri i capitani AMICI e BOTTO (*).

La prima descrizione particolareggiata che io trovo del sistema si è del BOUGUER (1748) (**), il quale costruì un cannocchiale con due obbiettivi a lungo fuoco e di uguale distanza focale, dei quali uno era mobile; otteneva in tal guisa sdoppiabile l'immagine del grande astro e ne determinava i due diametri, denominando perciò il suo istrumento Astrometro od Eliometro. La priorità della scoperta viene però da alcuno contrastata al BOUGUER e si attribuisce a SERVINGTON SAVERY (1743) (***). Il DOLLOND, poco dopo (1753), divise l'obbiettivo in due parti secondo un diametro; le due semilenti spostandosi parallelamente al diametro comune per spazii uguali l'una in un senso e l'altra nell'altro, quando si gira una vite micrometrica, di cui l'apparecchio è munito, dànno luogo allo sdoppiamento dell'immagine; ad ogni modo però con tali mezzi, che presentano d'altronde notevolissime difficoltà di costruzione e d'applicazione, non si può

(*) AMICI G. B., *Sopra la misura delle distanze in guerra*. Giornale d'Artiglieria e Genio. Roma, 1877.

BOTTO A., *Relazione sui telemetri*. Giorn. d'Art. e Gen. Roma, 1882.

(**) BOUGUER, *De la mesure des diamètres des plus grandes planètes; descr. d'un nouvel instr., qu'on peut nommer* Héliomètre, *propre à les déterminer et obs. sur le soleil*. - Hist. de l'Acc. Roy. des Sciences. Ann. MDCCXLVII. Paris, 1752.

(***) *Phil. Trans.*, vol. XLVIII, part. I, for the Y, p. 167.

ottenere che lo sdoppiamento di piccoli tratti del campo del cannocchiale, e l'istromento non può quindi adoperarsi che per l'osservazione di oggetti veduti sotto angoli piccolissimi.

Il prof. G. B. Amici di Modena (*) pensò di ovviare a questo inconveniente, ed in una lettera al barone Zach (1823) propose di trasportare la lente con cui si opera lo sdoppiamento fra l'obiettivo ed il suo fuoco; fra i molteplici vantaggi di tale disposizione si annovererebbe ancora quello di dare una più grande scala e di rendere le immagini ugualmente chiare e luminose nella misura dei piccoli angoli come dei grandi, benchè le immagini siano, come nel sistema, leggermente deformate.

Di un mezzo più semplice si era servito il Rochon (1777) (**), interponendo un doppio prisma di cristallo di rocca, tra l'obiettivo e l'oculare di un cannocchiale; il doppio prisma è costruito in guisa che l'angolo di sdoppiamento delle immagini varia col variare della distanza del prisma dell'obiettivo, così che quando il prisma si trova nel piano focale principale dell'obiettivo non si ha sdoppiamento, mentre che questo ha luogo e cresce quanto più il prisma si avvicina all'obiettivo.

Arago (***) trovò opportuno di porre il prisma tra l'occhio e l'oculare; era però necessario servirsi di un oculare mobile per cambiare a volontà l'ingrandimento. Ma il difetto principale del sistema, specialmente nello strumento di Rochon, sta nella non completa acromicità d'una delle due immagini per cui queste non sono egualmente chiare e distinte, difetto che spicca vie più ove il sistema venga applicato a cannocchiali di forte ingrandimento; al che deve ancora aggiungersi la difficoltà di ottenere che il doppio prisma ne' suoi movimenti non si inclini sull' asse del cannocchiale (****).

Più recentemente abbiamo Giraud-Teulon (1875) (*****), il quale ottenne lo sdoppiamento dell'immagine in un cannocchiale per mezzo della divisione dell'oculare, ed in ultimo il D[r] Lan-

(*) Amici G. B., loc. cit., nota A.

(**) Pouillet, *Éléments de Physique expérimentale*. Lib. Hachette et C. Paris, 1853.

(***) Ibid.

(****) Despretz C., *Traité de Physique*, Bruxelles, 1837.

(*****) Giraud-Teulon F., *Télémètre par division de l'oculaire*. Compt. rend. de l'Acad. des Sciences. Paris, 7 juin 1875.

Le même, *La vision et ses anomalies*. Paris, 1881.

DOLT (1878) (*), il quale raggiunse lo stesso scopo con un metodo suo speciale, che consiste nell'applicare al cannocchiale di Galileo il doppio prisma di Herschell perforato al centro da un'apertura più piccola della pupilla; effettuandosi la visione di un oggetto contemporaneamente a traverso il foro centrale ed a traverso il prisma, ne avviene che l'oggetto è veduto semplice, finchè il prisma è a 0°; ma si produce lo sdoppiamento e va crescendo man mano che, colla rotazione reciproca, aumenta l'angolo del prisma.

Parmi però che il concetto dello sdoppiamento dell'immagine sia stato concretato in guisa oltremodo semplice, spedita e pratica dall'HELMHOLTZ (**) nel sistema di cui si servì per l'Oftalmometro, istromento destinato alla misura di dimensioni che non eccedono i pochi millimetri, come ad es.: i riflessi della cornea e del cristallino, il diametro della pupilla, ecc.; la perfetta acromicità rende le immagini ugualmente chiare e nitide e se ne determina perciò assai facilmente lo sdoppiamento.

(*) LANDOLT, *Un télémètre*. Archives d'ophtalmologie, publiées par F. PANAS, E. LANDOLT, F. PONCET (de Cluny), tom. I. Paris, 1880.

(**) H. HELMHOLTZ, *Ueber die Accommodation des Auges*. Archiv. für Ophthalm. Berlin, 1855.

Ho creduto pregio dell'opera ricercare specialmente, per quanto le circostanze e la natura del lavoro lo consentivano, se altri prima dell'HELMHOLTZ avesse potuto far uso del sistema da lui adottato per lo sdoppiamento dell'immagine nell'Oftalmometro. — Dopo aver consultato in proposito l'illustre SCHIAPARELLI, che mi fu largo di cortesi spiegazioni, da cui trassi il convincimento che si debba al solo HELMHOLTZ la priorità del sistema, reputai debito di riverenza lo interpellare direttamente questo illustre Uomo, il quale con una lealtà e con una modestia pari al di lui merito, mi onorò della seguente risposta: da cui ben si può concludere con certezza non conoscersi altra precedente applicazione di due lamine piano-parallele per ottenere doppie immagini:

Berlin. 31 *Juli* 1882.

Geehrter Herr Doctor,

indem ich Ihnen für die freundliche Uebersendung Ihrer Abhandlungen meinen besten Dank sage ....
.... erlaube ich mir auf die in dem Briefe gestellte Frage zu antworten, dass mir keine frühere Anwendung je zweier planparalleler Glasplatten zur Erzeugung von Doppelbildern bekannt geworden ist, als die von mir im Ophthalmometer gemachte. Ich muss aber gleichzeitig sagen, dass ich eine methodische Durchforschung der älteren Litteratur nach dieser Frage nicht ausgeführt habe.
Hochachtungsvoll

Ihr H. HELMHOLTZ.

Al sig. Dott. G. ALBERTOTTI, Torino.

Lo strumento dell'HELMHOLTZ consiste essenzialmente in un cannocchiale munito anteriormente all'obiettivo di un telaio in cui sono imperniate due lamine di vetro a superficie parallele, suscettibili di ruotare in senso inverso una dell'altra sopra uno stesso asse di rotazione perpendicolare e simmetrico all'asse del cannocchiale.

Lo sdoppiamento dell'immagine viene operato dalle lamine e si fonda sullo spostamento laterale degli oggetti veduti a traverso una lamina di vetro limitata da superficie parallele, inclinata sulla linea visuale (*).

Sia $ABCD$ (fig. 1ª) la sezione di una lamina di vetro a superficie piane e parallele; AB e CD rappresentano per ciò due linee rette e parallele; poniamo che un raggio ab cada obliquamente sopra AB e che bc normale ad AB nel punto b rappresenti la normale d'incidenza; allora $abc = \alpha$ rappresenta l'angolo d'incidenza. Il raggio ab passando dall'aria nel vetro si avvicina alla normale d'incidenza, cosicchè l'angolo $dbe = \beta$ formato dal raggio rifratto be col prolungamento della normale bd sarà più piccolo dell'angolo d'incidenza; arrivato il raggio be in e esce dal vetro e rientra nell'aria; sia ef la normale al punto d'emergenza e ed eg ne sia il prolungamento. Il raggio emergente eh formerà colla normale cf un angolo d'emergenza hef uguale all'angolo d'incidenza $abc = \alpha$, epperciò eh sarà parallelo ad ab. Arrivando il raggio eh all'occhio dell'osservatore, questi vede il punto luminoso a non più dove si trova, sibbene nella direzione della linea d'emergenza situato quindi sul prolungamento della medesima in a. Qualsiasi normale xy eretta sulle due parallele ab ed ah e compresa fra di esse serve di espressione allo spostamento che subì la posizione apparente del punto luminoso per opera della lamina di vetro. Il valore di xy viene così calcolato; facendo cadere da b la normale bz sopra ah naturalmente sarà $bz = xy$. Ora bz essendo cateto del trian-

(*) H. HELMHOLTZ, loc. cit.
W. WUNDT, *Traité de Physique médicale*. Trad. par le Dr MONOYER. Paris, 1871.
L. MAUTHNER, *Vorlesungen über die optischen Fehler des Auges.* Wien, 1842.
L. DE WECKER et LANDOLT, *Traité complet d'ophthalmologie*, tom. I. Paris, 1880.

golo rettangolo bze è uguale all'ipotenusa moltiplicata pel seno dell'angolo opposto, abbiamo quindi

$$bz = be \operatorname{sen} bez \qquad \ldots\ldots [1].$$

Ma be è allo stesso tempo l' ipotenusa del triangolo rettangolo bed, e quindi è uguale ad un cateto, p. es. bd diviso pel coseno dell'angolo acuto adiacente a questo cateto stesso, cioè dell'angolo β; abbiamo perciò

$$be = \frac{bd}{\cos\beta};$$

abbiamo inoltre:

$$\text{ang } bez = \text{ang } gez - \text{ang } gbc = \alpha - \beta,$$

essendo che

$$\text{ang } gez = \text{ang } hef = \alpha$$

siccome angoli opposti al vertice, ed egualmente

$$\text{ang } geb = \text{ang } ebd = \beta$$

siccome angoli alterni interni.

Sostituendo i valori di be e di ang bez nella equazione [1], otteniamo

$$bz = \frac{bd}{\cos\beta} \operatorname{sen}(\alpha - \beta),$$

e se esprimiamo con h la linea $b\,d$ che rappresenta lo spessore della lamina, si ha

$$h = \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\cos\beta}.$$

Ne risulta poi che lo spostamento prodotto da due lamine di ugual spessore della stessa sostanza e girate di angoli eguale in direzioni opposte, sarà

$$2h\frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\cos\beta}.$$

Ora, la grandezza Δ di un oggetto, ottenuta col fare coincidere i punti d'origine e di fine dell'oggetto (cioè col raddoppiarlo) mediante la rotazione delle lamine, vien determinata dalla grandezza dello spostamento, ed abbiamo quindi

$$\Delta = 2h\frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$$

dalla qual formola possiamo eliminare l'angolo β ricorrendo alla nota eguaglianza

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{n}$$

in cui n rappresenta l'indice di rifrazione del mezzo di cui sono costituite le lamine ed avere

$$\Delta = 2h\left(1 - \frac{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha}}{\sqrt{n^2-\operatorname{sen}^2\alpha}}\right) \quad \ldots\ldots [2].$$

Come si vede dalla formola [2] non occorre conoscere la distanza dell'oggetto per determinarne la grandezza. Inoltre l'angolo di rotazione delle lamine che corrisponde allo sdoppiamento di uno stesso oggetto non cambia, sia che questo oggetto sia veduto direttamente a traverso le lamine, oppure lo si osservi coll'interposizione fra le lamine e l'occhio di un cannocchiale; l'aggiunta del cannocchiale favorisce l'osservazione perchè l'oggetto venendo veduto sotto un dato ingrandimento, può osservarsi a maggiore distanza, ma non ha influenza sulla porzione del tratto sdoppiabile con una data rotazione. In amendue i casi il grado di rotazione relativo allo sdoppiamento di uno stesso tratto è identico per qualsiasi distanza dell'oggetto, dipende quindi solo dalla dimensione dell'oggetto ed il valore corrispondente letto sulle tavole di graduazione (*) ci rappresenta delle grandezze reali, le quali partendo da $^1/_{100}$ di mm. non oltrepassano però i 10 mm., a meno che venga aumentato a dismisura lo spessore delle lamine, ciò che evidentemente nuocerebbe sotto il rapporto della nitidezza della immagine.

Tale posizione delle lamine adunque non permette di sdoppiare tratti di dimensione maggiore della indicata. Egli è disponendo il sistema delle lamine deviatrici lungo l'asse di un cannocchiale terrestre e di un cannocchiale di Galileo che ideai il seguente sistema telemetrico; nel quale il valore corrispondente al grado di rotazione delle lamine non si riferisce più come nell' Oftalmometro a grandezze reali, ma ci rappresenta invece valori relativi che dipendono principalmente dall'angolo sotto cui l'oggetto viene osservato epperciò, entro noti limiti, per una data distanza, diret-

(*) G. ALBERTOTTI (Junior), *Graduazione dell'oftalmometro di Helmholtz*; Atti della R. Acc. delle Scienze, vol. XVII, Aprile 1882.

tamente proporzionali alla dimensione dell'oggetto, e per un dato oggetto inversamente proporzionali alla distanza, come del resto indicherò più avanti.

Sistema telemetrico proposto.

Le lamine deviatrici dell'Oftalmometro di Helmholtz disposte fra l'obiettivo e l'oculare di un cannocchiale terrestre o di un cannocchiale di Galileo in modo che il loro asse di rotazione sia simmetricamente perpendicolare all'asse del cannocchiale, permettono, colla rotazione delle medesime, di sdoppiare un tratto qualsiasi dell'immagine degli oggetti veduti a traverso il cannocchiale; e potendosi determinare il grado di rotazione che occorre per lo sdoppiamento dei diversi tratti, si possono poi col mezzo delle tavole di graduazione dell'Oftalmometro conoscere i valori corrispondenti al grado di rotazione delle lamine relativo a ciascun sdoppiamento ed inferirne in seguito col calcolo circa grandezza e circa distanza degli oggetti osservati.

Il valore lineare corrispondente al grado di rotazione delle lamine necessario per lo sdoppiamento di uno stesso tratto di un oggetto posto ad una data distanza per cui il cannocchiale sia adattato, dipende per uno stesso paio di lamine, dall'inclinazione sulla superficie anteriore delle lamine dei fascetti luminosi che prolungandosi vanno in seguito a formare l'immagine. Epperciò questo valore, per una stessa posizione delle lamine rispetto all'obiettivo, varia colla distanza focale dell'obiettivo; e per un dato istromento varia colla posizione del piano, nel quale giacciono inizialmente le lamine lungo l'asse dello strumento; praticamente però questo valore non subisce variazione sensibile per la massima parte del tragitto dall'obiettivo all'oculare nel cannocchiale di Galileo e per il tratto dall'obiettivo sino a breve distanza dal sistema raddirizzatore, nel cannocchiale terrestre; mentre aumenta spiccatamente in determinata proporzione, ove il piano delle lamine si trovi in prossimità del sistema raddirizzatore, oppure fra questo e l'oculare.

Per ciascuno dei casi accennati sonvi circostanze speciali di applicazione a seconda delle determinazioni che vogliونsi praticare. Però le considerazioni che io verrò esponendo possono ritenersi in tesi generale applicabili ai singoli casi.

Celerimetria.

Quando la posizione del piano nel quale giacciono inizialmente le due lamine deviatrici si mantiene invariata rispetto alla posizione di uno stesso obiettivo, si conserva pure invariato l'angolo di rotazione corrispondente allo sdoppiamento di uno stesso tratto dell'oggetto ; se si prendono ad esame tratti dell'oggetto di lunghezze diverse, i valori lineari di sdoppiamento che corrispondono ai rispettivi angoli di rotazione sono direttamente proporzionali a quelle lunghezze.

Di qui, per una invariata posizione del piano iniziale delle lamine lungo l'asse dello strumento, conoscendo noi il valore lineare v corrispondente al grado di rotazione necessario per lo sdoppiamento di un dato oggetto o situato ad una data distanza d., potremo giudicare della dimensione di un altro oggetto o' situato alla stessa distanza, e ciò determinando il valore v' corrispondente al grado di rotazione necessario per lo sdoppiamento di questo secondo oggetto:

$$o : o' : : v : v'$$

$$o' = o \frac{v'}{v} \qquad \ldots\ldots [I].$$

In una posizione costante del piano in cui giacciono inizialmente le lamine rispetto alla posizione di uno stesso obiettivo il valore lineare corrispondente al grado di rotazione delle lamine necessario per ottenere lo sdoppiamento dello stesso tratto di un oggetto varia colla distanza dell'oggetto dallo strumento ; se si prende ad esame lo stesso tratto situando successivamente l'oggetto a diverse distanze si troverà che i valori di sdoppiamento che corrispondono ai rispettivi angoli di rotazione sono inversamente proporzionali a quelle distanze.

Quindi per una invariata posizione del piano in cui giacciono inizialmente le lamine sull'asse dello strumento, conoscendo noi il valore lineare v corrispondente al grado di rotazione necessario per lo sdoppiamento di un oggetto dato o situato ad una data distanza d, potremo determinare la distanza d' cui si trova questo

oggetto o e ciò determinando il valore v' corrispondente allo sdoppiamento dello stesso oggetto sito a questa seconda distanza:

$$v : v' : : d' : d$$

$$d' = d \frac{v}{v'} \qquad \ldots\ldots [II].$$

Telemetria propriamente detta o con base.

Ciò premesso, come è palese, si può anche risolvere il problema di conoscere la dimensione di un oggetto x situato ad una distanza y purchè:

1° Si determini il valore lineare v corrispondente allo sdoppiamento di un oggetto dato o situato ad una distanza data d (chiamerò v_y il valore di sdoppiamento dello stesso oggetto situato alla distanza y);

2° Si determini il valore v'' corrispondente al grado di rotazione delle lamine necessario per lo sdoppiamento dell'oggetto x alla distanza y;

3° Avvicinandosi od allontanandosi di una quantità data a nella direzione dell'oggetto x, si determini il valore v''' corrispondente al grado di rotazione delle lamine necessario per lo sdoppiamento dell'oggetto x alla distanza $y \pm a$ che chiamerò y'.

Infatti per la 2ª e la 3ª determinazione ricorrendo alla formola [II] si ha:

$$v'' : v''' : : y' : y$$

$$y = \frac{v''' y'}{v''},$$

per la 1ª e 2ª determinazione, ricorrendo alla formola [II] si ha:

$$v : d : : y : v_y$$

$$v_y = \frac{d y}{v},$$

per la 2ª e la 1ª determinazione, ricorrendo alla formola [1] si ha:

$$v'' : x :: v_y : o$$

$$x = \frac{v'' o}{v_y} .$$

Dietro siffatte considerazioni giunsi a costruire il sotto descritto istrumento. E non occorre aggiungere che debbo al mio Maestro Prof. REYMOND l'aver potuto disporre del tempo necessario per questi studî, ed usare liberamente per tale intento dei copiosi mezzi d'osservazione, da lui con tanta cura e criterio raccolti in questo clinico laboratorio.

Descrizione dello strumento.

Lo strumento (V. fig. 2), nel suo complesso consta dei seguenti pezzi:

a) Un telaio metallico foggiato a scatola rettangolare nel cui interno sulle pareti laterali sono imperniate le lamine deviatrici dell'Oftalmometro di HELMHOLTZ, delle quali l'asse di rotazione si prolunga all'esterno in un tamburo graduato, su cui si legge l'angolo di rotazione delle lamine; le pareti superiore ed inferiore sono libere — l'anteriore e la posteriore sono perforate al centro da un'apertura circolare che si continua esteriormente in un colletto dentro cui si invaginano i pezzi *b)*, *c)*. Quando l'angolo di rotazione è $= 0°$, esse giacciono in uno stesso piano verticale e le loro faccie sono parallele ed equidistanti dalle pareti anteriore e posteriore. La linea di divisione delle lamine corrisponde simmetricamente alla metà delle due imboccature:

distanza fra le due imboccature . . $= 0^m,13$
spessore delle lamine . . . . . . $= 0^m,00509$
diametro del tamburo graduato . . $= 0^m,06$
larghezza app. delle suddivisioni in gradi $= 0^m,0005$.
Con un nonio annesso *e)* si misurano i decimi di grado.

b) Un breve tubo che entra a sfregamento nell'imboccatura anteriore al quale si avvita il sistema obiettivo di un cannocchiale.

c) Un breve tubo somigliante al precedente cui si avvita il sistema oculare del cannocchiale.

Ambedue le parti del cannocchiale sono costituite da tubi rientranti uno nell'altro, dei quali la lunghezza totale quando sono del tutto svaginati, è maggiore della lunghezza necessaria perchè l'istrumento sia a fuoco.

Siccome si può a volontà svaginare una o l'altra delle due parti del cannocchiale, così senza spostare il corpo dello strumento si può variare la posizione iniziale del piano delle lamine portandolo vicinissimo all'obiettivo, oppure allontanarnelo. La costruzione permette inoltre di frapporre le lamine tra il sistema raddirizzatore e l'oculare propriamente detto.

d) Una staffa volta in su, della quale le corna finiscono in due anelli spezzati, che simmetricamente abbracciano i colletti del pezzo *a)*, mentre che la concavità della staffa è occupata dal corpo del telaio che può quindi ruotare liberamente attorno all'asse di figura, e sullo stesso asse possono alla lor volta girare indipendentemente fra di loro i pezzi *a)*, *b)*, invaginati nelle rispettive imboccature. — Dal centro della convessità della staffa si abbassa un'appendice cilindrica a guisa di piuolo di pochi centimetri di lunghezza, che può impiantarsi in qualsiasi sostegno a mano, oppure adattarsi alla parte superiore di un cavalletto comune da cannocchiale di campagna come nella figura.

I due colletti del telaio, potendo girare a dolce pressione negli anelli spezzati che sovrastano alla staffa, permettono di sdoppiare l'immagine dell'oggetto in qualsiasi dimensione, considerata nello stesso piano verticale e normale, perciò alla linea visuale dell'osservatore.

Risultati.

Con siffatto sistema ho verificato sperimentalmente in via preliminare le leggi sovraccennate, adattandolo a diversi cannocchiali (*). Applicandolo poscia ad un cannocchiale terrestre di circa 20 diametri di ingrandimento in modo che il piano iniziale delle lamine distasse costantemente dall'obiettivo di una quantità uguale alla metà c. della distanza focale, ho eseguito, col sig. Pietro

(*) Nell'eseguire coteste esperienze preliminari adoprai diversi cannocchiali terrestri e Galileani, dei quali dovevo necessariamente conoscere l'ingrandimento, e per determinarlo ricorsi al metodo indiretto più spiccio, a quello

BUTTINI, egregio allievo della nostra Università, le seguenti serie di esperienze, sdoppiando tratti di diversa grandezza a varie distanze ed in condizioni diverse di rischiaramento.

1ª Sul viale da Torino a Rivoli, trasportando successivamente la mira da 100^m a 200^m..... 2500^m (altezza dal suolo m. 1,30).

---

cioè che consiste nel calcolare il rapporto del diametro dell'obbiettivo al diametro del circolo oculare, rapporto, come si sa, uguale a quello $\frac{R}{r}$ dei raggi uguale quindi all'ingrandimento (1).

Per misurare il diametro dell'anello oculare mi valsi da principio del Dinametro di Troughton e Simms, ma difficilmente mi riusciva determinare il punto preciso in cui il circolo oculare incominciava a restringersi, in virtù dell'aggiunta all'obbiettivo di cappelletti anulari messi allo scopo di eliminarne la parte periferica inattiva e potere perciò misurare esattamente il diametro dell' obbiettivo. Questa difficoltà costituisce l' inconveniente principale di tutti i micrometri a scala divisa, nei quali non sempre avviene che la dimensione del tratto che si vuol misurare coincida esattamente colle divisioni del micrometro. Nel dinametro accennato per di più, i cambiamenti di dimensione del circolo oculare dovendosi leggere ai due capi del diametro, che non possono essere veduti contemporaneamente, ne deriva che la differenza si presenta sotto un angolo della metà circa minore di quello sotto cui si presenterebbe la dimensione reale d'aumento o di diminuzione del diametro che si misura. Trattisi per esempio di misurare il diametro del circolo oculare accresciuto o diminuito di un decimo di millimetro dalla misura antecedentemente presa; poniamo la circostanza favorevole, che cioè i tratti della scala rappresentino decimi di millimetro e che i due estremi del diametro del circolo coincidano esattamente con due divisioni della scala — la differenza totale di un decimo di mm. sarà avvertita leggendo successivamente ai due estremi del diametro la differenza parziale di un mezzo decimo di mm.; l'occhio adunque deve adattarsi per una dimensione più piccola di quella che corrisponde alla differenza totale — a meno che si sposti la scala lungo il diametro finchè un capo corrisponda nuovamente ad una divisione, ciò che evidentemente provoca altre cause di errore.

Ciò considerando, realizzai il concetto del Dinametro di DOLLOND (2), istrumento che non ebbe pratica applicazione a cagione delle difficoltà tecniche di costruzione e di adattamento, servendomi con grandissimo vantaggio dell'oftalmometro di HELMHOLTZ, il quale si presta egualmente bene alla misura del circolo oculare virtuale dato dai cannocchiali ad oculare divergente ed alla misura di quello reale dato dagli altri cannocchiali superando di gran lunga i principali dinametri in uso sia per la speditezza come per la precisione della misura.

Per praticare la determinazione, basta disporre il cannocchiale da esami-

(1) FERRARIS G. — *d. Fundamental-Eigenschaften d. dioptr. Instrumente. Elementare Darstellg. d. GAUSS' schen Theorie u. ihrer Anwendg.* Uebers. v. F. LIPPICH, Lpzg., 79.

(2) FERRARIS G., l. c.

2ª Dal R° Osservatorio del Palazzo Madama orizzontalmente all'Osservatorio della R. Accademia delle Scienze [distanza 348^{m},82 (*)], ed al Campanile Faà di Bruno in Borgo S. Donato; dal Laboratorio dell'Ospedale Oftalmico alla Specola della R. Acc. delle Scienze.

3ª Dal R. Osservatorio alla mira di Cavoretto [distanza 4488^{m},91 (**)].

Nella 1ª e nella 2ª serie la mira era costituita da uno schermo a striscie verticali bianche e nere di uguale larghezza, variante da 0^{m},20 a 0^{m},40 a 0^{m},80; nella terza mi servii della colonnetta imbiancata di 0^{m},80 di larghezza che è innalzata accanto alla stessa mira sulla mura di Cavoretto; in ciascuna delle tre serie di esperienze la visuale attraversava strati atmosferici in condizioni diverse di trasparenza e di rifrazione.

La media, però, di diverse osservazioni prese in circostanze di percezione favorevoli fu abbastanza costante e potei determinare il grado di rotazione delle lamine necessario per lo sdoppiamento di un metro a diverse distanze; servendomi poscia delle tavole di graduazione ho potuto stabilire la seguente tabella, in cui si legge: a sinistra una serie di distanze (D) in metri; ed a destra, accanto a ciascuna, il grado corrispondente di rotazione delle lamine necessario per lo sdoppiamento della dimensione di un metro considerata a quella distanza.

---

narsi nella direzione dell'asse dell'oftalmometro, a qualsiasi distanza dallo strumento, purchè questo possa venir adattato per la visione distinta del circolo oculare — e si nota il grado di rotazione necessario per ottenere lo sdoppiamento del circolo oculare; il valore corrispondente equivarrà al diametro del circolo oculare.

Sdoppiato il circolo in modo da osservare due dischi tangenti, appena avviene una leggiera diminuzione nel diametro del circolo, per l'aggiunta dei cappelletti anulari all'obiettivo, i due dischi si scostano e la loro distanza si presenta sotto un angolo che equivale a quello cui si presenterebbe la differenza totale fra i due diametri dei circoli oculari considerati; condizione questa, come è chiaro, favorevolissima per la percezione di differenze anche minime.

(*) Distanza ricavata da note manoscritte del Plana, gentilmente comunicatemi dal ch.^{mo} Prof. Levi D.

(**) Dorna A. *Supplemento al Bollettino ann.* 1870 *dell'Osservatorio.* — Mem. dell'Acc. delle Scienze, vol. XXVI e XXVII.

TABELLA *dei gradi di rotazione* (α), *corrispondenti allo sdoppiamento della dimensione di un metro alle distanze* (D).

D	α	D	α	D	α
metri		metri		metri	
100	54° . 12'	310	21° . 36'	520	13° . 18'
110	50 . 42	320	20 . 54	330	13
120	47 . 36	330	20 . 24	540	12 . 42
130	44 . 42	340	19 . 48	550	12 . 36
140	42 . 6	350	19 . 18	560	12 . 18
150	39 . 54	360	18 . 48	570	12 . 12
160	42 . 18	370	18 . 24	580	11 . 54
170	36 . 6	380	17 . 48	590	11 . 36
180	34 . 36	390	17 . 30	600	11 . 30
190	33 . 6	400	17 . 6	610	11 . 18
200	31 . 42	410	16 . 42	620	11 . 12
210	30 . 18	420	16 . 18	630	10 . 54
220	29 . 12	430	15 . 48	640	10 . 48
230	28 . 6	440	15 . 36	650	10 . 36
240	27 . 6	450	15 . 12	660	10 . 30
250	26 . 6	460	14 . 54	670	10 . 24
260	25 . 18	470	14 . 36	680	10 . 12
270	24 . 30	480	14 . 24	690	10 . 6
280	23 . 36	490	14	700	9 . 54
290	22 . 54	500	18 . 42	710	9 . 48
300	22 . 18	510	13 . 30	720	9 . 42

D	α	D	α	D	α
metri		metri		metri	
730	9'. 30°	1050	6°. 36'	2200	3°. 12'
740	9 . 24	1100	6 . 18	2250	3 . 6
750	9 . 12	1150	6	2300	3
760	9 . 6	1200	5 . 48	2400	2 . 54
770	9	1250	5 . 36	2550	2 . 48
790	8 . 54	1300	5 . 18	2600	2 . 42
800	8 . 42	1350	5 . 12	2700	2 . 36
810	8 . 30	1400	4 . 54	2850	2 . 30
830	8 . 24	1450	4 . 48	2950	2 . 24
840	8 . 18	1500	4 . 36	3050	2 . 18
860	8 . 6	1550	4 . 30	3250	2 . 12
880	8	1600	4 . 18	3350	2 . 6
890	7 . 48	1650	4 . 12	3550	2
910	7 . 42	1700	4 . 6	3750	1 . 54
920	7 . 36	1800	3 . 54	3950	1 . 48
940	7 . 24	1850	3 . 42	4200	1 . 42
960	7 . 18	1950	3 . 36	4450	1 . 36
980	7 . 6	2000	3 . 30	4850	1 . 30
990	7	2050	3 . 24	5000	1 . 24
1000	6 . 54	2100	3 . 18		

Evidentemente le cifre della tabella non hanno un valore assoluto; con un cannocchiale dotato di campo più vasto e di maggiore ingrandimento si potrà (a pari ed anche migliore nitidezza d'immagini) sdoppiare con uno stesso angolo di rotazione la medesima dimensione posta a distanza maggiore di quella che

nella sovrascritta tabella vi corrisponde. Ma il fattore principale risiede però sempre, come indicai in principio di queste note, nelle condizioni di visibilità della mira.

Mi riservo di pubblicare più tardi la descrizione particolareggiata delle prove preliminari e delle surriferite esperienze, studiate più specialmente sotto il punto di vista del rapporto fra la visione e lo stato di rischiaramento, di trasparenza e di rifrazione del mezzo in cui si praticarono. Al che io spero di poter aggiungere, se il tempo e le circostanze mi favoriscano, i risultati che avrò ottenuto con esperimenti eseguiti su più vasta scala e con istrumenti più adatti.

Non potrei intanto chiudere questa mia memoria senza una parola di grazie all'ottimo Prof. Basso, il quale volle onorarla della sua approvazione e del suo patrocinio, presentandola a cotesta illustre R. Accademia.

Dal Laboratorio Clinico-Oftalmologico della R. Università di Torino,

21 Giugno, 1882.

BIBLIOGRAFIA

DOLLOND, *Phil. Trans.*, vol. XLVIII, P. 1, for 1753, p. 178.

P. A. HANSEN, *Ausführliche Methode mit dem Fraunhofer'schen Heliometer Beobachtungen anzustellen.* Gotha, 1827, S. 12.

Joh. Sam. TRAUGOTT GEHLER'S, *Physikalisches Wörterbuch (Heliometer)* — Leipzig, 1829.

GIORNALE D'ARTIGLIERIA, pubblicato d'ordine del Ministero della Guerra, Parte 2ª (Scientifica), Torino, Stamperia dell'Unione Tipografico-Editrice-Torinese, *Ricerche sulla Misura delle distanze*, 1866, p. 105.

Ibid. — *Telemetri per l'Artiglieria da campagna*, BOUSSON e GOULIER, 1869, p. 259.

Ibid. — *Esperienze sul Telemetro tascabile*, GAUTIER, 1868, p. 169.

Ibid. — *Resoconto dell'Esame dell'Autostadiometro* PLEBANI, *e dei Telemetri*, NOLAN, GAUTIER et KLÖCKNER, 1872, p. 379.

Ibid. — *Telemetro*, PASCHWITZ, 1872, p. 200.

Ibid. — *Telemetro* del Dott. GASTALDI, 1872, p. 353.

GIORNALE D'ARTIGLIERIA E GENIO — Roma, Tip. G. Voghera. parte 2ª (Scientifica), *Sopra un nuovo Telemetro da campagna* del Cap. d'Art. AMICI, 1876, vol. 1°, p. 260.

Ibid. — *Telemetro* LE BOULENGÉ, 1875, p. 341.

Ibid. — *Resoconto delle Esperienze sui Telemetri da costa*, 1877, vol. 1°, p. 253.

Ibid. — *Resoconto delle esperienze sui Telemetri da campagna*, 1877, vol. 1°, p. 360.

MINISTÈRE DE LA MARINE ET DES COLONIES - *Revue Maritime et Coloniale.* — Paris, BERGER LEVRAULT et Comp. édit. *Le Télémètre* STUBENDORF. Tom. 34°, 1872, p. 938.

Ibid. — *Telemetro*, E. SCHNEIDER. Tom. 54°, 1877, p. 846.

Ibid. — *Télémètre*, ROSKIEWICZ. Tom. 53°, 1877, p. 260.

Ibid. — *Nuovo Telemetro*, HENNIQUE, Luogotenente di Vascello. Tom. 48°, 1876, p. 329.

ARMY AND NAVY GAZETTE, 1878, N. 943-948. Riunione di ufficiali ad Aldershot per assistere alle esperienze di due misuratori delle distanze:
1° *Micrometro* del Capitano di Fanteria POSTE;
2° *Telemetro* del Capitano d'Artiglieria WATKINS, ultimo.

MILITÄR-VOCHENBLATT, 1878 (N. 64). Esperienze per dotare di Telemetro la fanteria francese.

MITTHEILUNGEN ÜBER GEGENSTÄNDE DES ARTILLERIE- UND GENIE-WESENS, 1877, 3 Heft. Telemetro del Colonnello ROSKIEWICZ.

ALLGEMEINE MILITÄR-ZEITUNG, 1879, N. 47 e 48. Esperienze con un Telemetro ottico da campagna in Isvezia e Norvegia, invenz. del Tenente W. UNGE, 1881, Aprile, parte 2ª.

REVUE D'ARTILLERIE, Paris, April, 1881. *Telemetro a specchi*, del sig. LABBEZ.

JOURNAL DES ARMES SPÉCIALES ET DE L'ÉTAT-MAJOR — Paris, Éd. J. CORREARD.

Distanziometro di BROERS F. C., Capitano d'Artiglieria, e *Telemetro*, cit. dal Magg. d'Artiglieria DARAPSKY, prussiano. Tom. VI, 1869.

THE ENGINEER — London, vol. LI, pag. 262. Ap. 1881.

ZEITSCHRIFT FÜR INSTRUMENTENKUNDE *Red.* Dr Georg. SCHWIRKUS, Berlin, Telemeter von Le Cyre — Ers. Jah. 1881, S. 411.

Id. *Der Faden Distanzmesser* von Prof. Dr WILHELM Finter in Wien. — Zweih. Jah. 1882, S. 117.

Il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa presenta e legge la seguente Memoria del sig. Ing. G. Spezia, Professore di Mineralogia, Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino,

SUL

BERILLO DI CRAVEGGIA

(Piemonte).

Il signor G. B. Dell'Angelo, da Craveggia in valle Vigezzo, dilettante di studi mineralogici e diligente raccoglitore di minerali, mi mostrò nella sua raccolta un esemplare di berillo che io credetti utile per la mineralogia ossolana farne oggetto d'esame.

A tale scopo il predetto signore, al quale rendo mille grazie, mi diede un frammento del minerale e gentilmente mi condusse sul posto per avere nozioni sulla giacitura e per procurarmi altro materiale.

La località dove si rinvenne il minerale trovasi a mezz'ora da Craveggia lungo il sentiero, che, passando pel vallone di Vasca, conduce all'alpe Marco. Il berillo è inchiuso in alcuni dei grandi massi detritici, i quali costituiscono il piano detto del Lavonchio sovrastante il sentiero indicato e coperto da bosco di pini. Nel visitare poi detto piano io potei osservare altri massi di maggior volume, i quali, emergendo fra le piante, lasciano scorgere la loro natura, ed in cui vidi pure lo stesso silicato.

Io spero di poter con altre ricerche rintracciare la roccia in posto onde meglio studiarne il giacimento, se pure non porrà ostacolo la lussureggiante vegetazione che distingue la valle Vigezzo fra le vallate ossolane, e che ricopre quasi tutto il versante su cui giace Craveggia.

Rimanendo per ora all'esame dei detti massi, si può già avere un certo indizio sulla giacitura del minerale. I massi lungo il sentiero sono costituiti da quarzo e feldispato, i quali presentano talvolta l'intreccio caratteristico della pegmatite grafica, e grosse lamine di mica muscovite sono in essi disseminate. Il berillo è generalmente posto in concentrazioni speciali di quarzo o di quarzo e mica, sparse nella massa quarzoso-feldispatica. Inoltre vi sono cristalli di granato che pel saggio a via secca appartiene alla varietà manganesifera cioè spessartina, e pochi cristalli di tormalina, ambedue i minerali sono impastati nella roccia. Sopra il piano del Lavonchio poi vidi un grosso masso costituito in parte come i precedenti ed in esso ha eguale giacitura ed associazione il berillo, ed il restante è formato da un gneiss micromero molto schistoso. Sembra quindi che le masse quarzoso-feldispatiche nelle quali ha sede il berillo, appartengano o a concrezioni o a riempimenti di litoclasi del gneiss.

Gli esemplari di berillo che ho potuto raccogliere non sono che frammenti di cristalli involti in materie quarzose.

Nel rompere un pezzo di prisma per formare il materiale d'analisi, comparve nell'interno e quasi al centro un altro piccolo prisma con eguale orientazione. Il berillo ha anche una sfaldatura prismatica, ma assai imperfetta, quindi nel mio caso non è a ritenersi per un effetto di sfaldatura, sia per la perfezione di separazione delle faccie del piccolo prisma, sia perchè su di esse si osservano con una lente le sottili striature parallele agli spigoli del prisma. Sembra che siasi formato un piccolo cristallo e dopo un intervallo di tempo sia aumentato per successivo deposito di berillo.

Il colore nelle parti trasparenti è leggermente azzurrognolo, ma la maggior parte si presenta opaco e bianco.

Lamine osservate al microscopio dimostrano come l'opacità provenga da un principio di decomposizione, la quale s'infiltra a modo di rete. Si veggono poi molte linee di colore biancastro, le quali osservate con forte ingrandimento, si scopre che sono costituite da una serie di inclusioni liquide e molte a bolla semovente. Pare che la decomposizione tenga la via di detti strati d'inclusioni. Le bolle di tali inclusioni riscaldate coll'apparato di Vogelsang alla temperatura di 100° non scompaiono. Vi sono anche inclusioni di minute scaglie di mica.

L'analisi quantitativa, eseguita sopra materiale scelto possibilmente trasparente, mi diede:

Silice	65, 12
Allumina	19, 65
Glucina	11, 49
Ossido di ferro	0, 67
Magnesia	0, 48
Calce	tracce
Perdita per calore	1, 95
	99, 36 .

In quest'analisi la separazione della glucina dall'allumina fu fatta col metodo del cloruro ammonico.

Con altra quantità di minerale, operata la separazione col carbonato ammonico, ottenni 11,39 di glucina.

All'analisi spettroscopica si presentò la linea del litio, forse proveniente da inclusioni di mica, massime che la muscovite a larghe lamine che accompagna il berillo, sebbene non dia, direttamente riscaldata, la reazione del litio come avviene per la lepidolite, tuttavia la dà, se previamente umettata con acido fluoridrico.

Riguardo la perdita per calore ho fatto tre esperienze e mi diedero i valori 1,62, 1,93, 1,95, ed in una quarta, osservando le varie temperature e il tempo, trovai che dopo 3 ore a 150° la perdita fu solo di 0,08 p. °/₀. Dopo 2 ore a 350° altra perdita di 0,17; al calor rosso oscuro per 3 ore altra di 0,18; al calore rosso ciliege per 3 ore altra di 0,37; infine al bianco per 3 ore una perdita di 1,05, in totale 1,85 p. °/₀.

Da ciò si scorge come la perdita varia per materiale e per temperatura, e che la maggior parte avviene al calore bianco.

Ora tale perdita può benissimo ritenersi in parte per acqua di costituzione dovuta forse ad un prodotto di decomposizione del minerale, massime che il berillo tende a caolinizzarsi, ma una parte, sebbene si sviluppi pure ad alta temperatura, può essere acqua meccanica, che io direi d'inclusioni per distinguerla dall'igroscopica.

Già Pfaff (1), nelle sue esperienze sull'acqua inchiusa nei minerali, riteneva come impossibile l'aprire, col mezzo della triturazione, tutte le cavità delle inclusioni; ed io posso aggiungere che neppure la temperatura di 100° è sufficiente a togliere tutta l'acqua alle inclusioni.

(1) *Annalen der Physik u. Chemie* von POGGENDORF, vol. CXLIII, p. 612.

Per quanto il minerale sia ridotto in polvere, i frammenti di questa sono sempre grandi relativamente a molte inclusioni liquide. Infatti in una polvere che al tatto era impalpabile misurai ancora, al microscopio, frammenti di 12 micromillimetri di larghezza; e detta polvere messa in acqua e decantata, dopo 10 minuti di riposo, la parte sospesa, in questa vidi ancora frammenti di 5 micromillimetri.

Ora una quantità d'inclusioni, specialmente di quelle a bolle semoventi, sono di un diametro inferiore ad 1 micromillimetro.

Quindi, se si paragona l'inclusione ad una sfera vuota, ritenendo la resistenza alla trazione del berillo eguale a quella del vetro, si può con un calcolo approssimativo stabilire, che, detta sfera con una parete di spessore eguale ad una volta e mezzo il diametro interno, potrà resistere ad una pressione di 100 atmosfere. Per avere detta pressione coll'acqua si richiede la temperatura di 311°. Quindi un'inclusione di 1 micromillimetro che si trovi per caso in mezzo a frammenti di 4 micr. perderà l'acqua solo al di sopra i 300°, e se l'inclusione sarà più piccola od il frammento più grande, la temperatura necessaria ad espellere l'acqua sarà maggiore, s'intende nel caso che nell'inclusione non vi sia tensione preesistente.

Gastaldi già accennò (1) il berillo trovato nell'Ossola a Pallanzeno dall'Ing. Traverso, e mi rincresce di non poter fare un paragone sulla composizione chimica, perchè la piccola quantità data dal Gastaldi al Prof. Cossa, per verificare se il minerale era berillo, non permise un'analisi quantitativa. L'importanza di un confronto chimico sarebbe interessante per la paragenesi dei minerali, massime che anche il berillo di Pallanzeno, dall'esame dell'esemplare esistente al Museo della R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, è posto in noduli feldispatici quarzoso con mica, e accompagnato parimenti da granato pure manganesifero, e da tormalina nera in maggior copia però che pel berillo di Craveggia. Inoltre le due località sono situate nella stessa zona di gneiss recente detta, dal Gerlach (2), del Monte Rosa.

---

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. VI, pag. 282.
(2) *Die Penninischen Alpen*.

Il Socio Comm. Giacinto BERRUTI presenta e legge il seguente lavoro del sig. Dott. F. VIRGILIO, Assistente al Museo geologico della R. Università di Torino:

LE
MARMITTE DEI GIGANTI
DEL PONTE DEL ROC
(Lanzo)

Capitolo I.

Cenni oro-idrografici e geologici dei dintorni del Ponte del Roc.

Lanzo, capoluogo di mandamento, dista da Torino 32 chilm. di strada ferrata in direzione nord-ovest e giace allo sbocco della Stura nella pianura del Po, a monte della confluenza del torrente Tesso nella Stura medesima, di cui il bacino idrografico, dal lato orografico, è uno dei più importanti del versante meridionale delle Alpi Graie. Lanzo sorge a scalinata sul monte Buriasco, ultima terminazione del contrafforte che separa le valli del Tesso da quelle della Stura. Il piazzale della stazione ferroviaria misura m. 477 sul livello del mare, ed il collegio, posto nel locale del già convento dei Cappuccini costrutto sulle rovine di un antico castello, trovasi a m. 526 sul mare (1).

A sud di Lanzo, ed alla distanza di appena 15 minuti, per una stradicciuola che partendo dal piedè del fabbricato si dirige prima a sud-est su lembi del cono di deiezione del Tesso e poscia a sud lambendo la rocciosa falda del monte Buriasco, incontrasi il luogo in cui la Stura, per un'orrida e pittoresca forra intagliata

(1) MARTELLI e VACCARONE, *Guida alle Alpi occidentali del Piemonte.* - Sezione Torinese del Club Alpino Italiano, 1880.

nella viva roccia, si *stura* nella pianura, come giustamente dice il Gastaldi (1).

In corrispondenza appunto di questa forra sorge il *Ponte del Diavolo* o *del Roc*. Questo ponte, di un solo arco, elevato di m. 14,51 sul pelo d'acqua della Stura e di m. 460 sul mare, misura m. 65 di lunghezza e m. 2,27 di larghezza, e mette in comunicazione Lanzo coll'antica strada che dalle valli omonime, passando sulla sponda destra della Stura per Cafasse, Robassomero e Veneria Reale, metteva a Torino. Si crede che la sua costruzione rimonti al secolo XIV, nell'anno 1379. Sul versante sinistro della forra ed in principio del ponte sorge una cappelletta dedicata a S. Rocco. Le denominazioni quindi che ricevette il ponte, quella cioè del *Roc* e quella del *Diavolo*, sembrano derivare, la prima dallo spuntone roccioso stesso che dà uscita alla Stura, isolato e scoperto, nome che probabilmente contribuì pure, per analogia, a far dedicare la suaccennata cappella a S. Rocco, e la seconda dalla immaginazione popolare trascinata dall'arditezza del ponte e dall'aspetto selvaggio della forra ad attribuire ad un essere sovrannaturale quella costruzione; anzi è credenza popolare che due leggiere escavazioni visibili l'una sulla roccia in prossimità della cappella e l'altra sul ciglione roccioso dell'opposto versante rappresentino le impronte lasciate dai piedi del Diavolo, a cui prese vaghezza una volta oltrepassare quella forra d'un sol passo!

La Stura di Lanzo è formata dalla unione di tre ben distinti torrenti, i quali individualizzano le tre così dette Valli di Lanzo facenti capo appunto in corrispondenza di questo capoluogo di mandamento. Tutto il distretto montuoso costituente le tre suaccennate valli è compreso fra la valle dell'Orco al nord e la valle della Dora Riparia al sud. I tre torrenti prendono tutti lo stesso nome di Stura, rimanendo distinti dai nomi delle rispettive valli a cui appartengono.

Tutto il bacino idrografico della Stura di Lanzo presenta i seguenti limiti. Lasciando da parte il bacino idrografico del Tesso, posto al nord di Lanzo, torrente che si origina dalle sommità chiamate *Monte la Rossa* e che confluisce, come precedentemente

---

(1) B. Gastaldi, *Alcuni dati sulle punte alpine situate fra la Levanna ed il Rocciamelone*. - Bollettino del Club Alpino Italiano, n° 10-11. Torino, 1867-68.

si è detto, poco a valle del Ponte del Roc, lo spartiacque, a cominciare dal Monte Buriasco che separa le valli di Lanzo dalla vicina e settentrionale valle dell'Orco, si dirige a nord-ovest pel Santuario di S. Ignazio (m. 932) e Chiaves, indi a nord fino al Monte la Rossa; tortuosamente di nuovo a nord-ovest passante per l'Uja di Bellavarda (m. 2334) e per il Tovo (m. 2772), ed infine per la Deserta e Bellagarda (m. 2947) raggiunge in direzione ovest la Levanna (m. 3607), punto di diramazione di tutto questo contrafforte. Da questa vetta il clinale, che segna il confine italo-franco, si dirige a sud-ovest fino al Colle di Sea (m. 3105), s'inflette quindi a sud per ghiacciai ed aguzze creste, fra cui spiccano la Bessanese (m. 3600), la Croce Rossa (m. 3570), la Punta dell'Altaretto, ecc., e raggiunge la Rocciamelone (m. 3540). Da questa vetta lo spartiacque, passando per il Pallone, le Coupe dle Trape, il Civrari (m. 2210), raggiunge in direzione ovest-est la Punta dell'Arpone, si piega a sud-est fino al Monte Basso, ed infine da sud a nord prima, e poscia da sud-est a nord-ovest, va a terminare alla forra su cui è gettato il Ponte del Roc. A sud ed in prossimità del Colle di Sea si distacca un primo contrafforte, il quale si dirige ad est per l'Uja di Mondrone (m. 2963), e termina alla Cappella di S. Cristina al nord di Ceres; ed un secondo contrafforte, dipartendosi in corrispondenza della Punta della Rossa, si dirige pure ad est per terminare ad ovest di Traves. Di tal modo restano individualizzate le tre Valli di Lanzo, la Valle Grande o di Forno Alpi Graie al nord, la Valle d'Ala al sud e quella di Usseglio o di Viù ancora più al sud. La Stura della Valle Grande ha dapprima la direzione ovest-est fino a Chialamberto, indi, in curva colla convessità rivolta a nord-est, raggiunge Pessinetto avendo già ricevuto poco al disotto di Ceres il contributo acqueo proveniente dalla Stura di Ala che scorre pure in direzione ovest-est. Le due Sture, della Valle Grande e di Ala, così riunite si dirigono poscia a sud-est, e poco a valle di Traves ricevono la terza Stura, quella cioè della Valle di Usseglio, che, come le prime due, scorre pure in direzione ovest-est fino alle Maddalene; da questo punto poi piega direttamente a nord fino a raggiungere le altre due Sture. Di tal modo riunite le acque dei tre torrenti si origina la così detta Stura di Lanzo, la quale segue dapprima la direzione primitiva ovest-est, ma per il protendersi della falda sud-ovest del Monte Buriasco è spinta poscia a sud, si spande rallentando

il suo corso nel piccolo bacino posto a sud di Germagnano e, descrivendo una curva colla convessità rivolta a sud per lo sperone roccioso proveniente dal Monte Basso, è obbligata a piegarsi a nord e venire a battere di nuovo contro il Monte Buriasco per farsi quindi strada attraverso alla stretta forra del Diavolo. Ma non appena oltrepassata la forra e ricevuto le acque del Tesso, per il cono di deiezione di quest'ultimo torrente essa è obbligata a scorrere rasente il piede roccioso del versante destro ed a prendere la direzione nord-ovest-sud-est.

La costituzione geologica del tratto di terreno che corrisponde ai dintorni di Lanzo si presenta in un modo del tutto semplice. La roccia che unicamente forma non solo tutto il Monte Buriasco ed i versanti occidentale e meridionale del vallone del Tesso, ma anche tutta la costiera rocciosa dalla Punta dell'Arpone fino alla sua terminazione nel Monte Basso, è serpentina pura e compatta che in alcuni punti assume anche una struttura schistosa; su di essa poi si appoggiano i lembi residui dell'antico cono di deiezione, *diluvium*, della Stura di Lanzo. Quella roccia appartiene alla così detta *zona delle pietre verdi* del Gastaldi, zona che, costituita da un complesso di roccie di natura svariatissima, sempre stratificate, ed a struttura cristallina, quali le lherzoliti, le dioriti, le eufotidi, i gneiss recenti, le amfiboliti, i calceschisti, ecc., intercalate ed accompagnanti la serpentina, si sovrappone in tutte le nostre Alpi e con uno sviluppo considerevole ad un'altra zona di roccie più antiche costituita da gneiss antichi e porfiroidi, graniti, calcari cristallini, ecc. e formante i nuclei centrali dei diversi ellissoidi di sollevamento. Dagli studi compiuti dal Gastaldi (1) e dal Baretti (2) nelle Alpi piemontesi risulta che le roccie tutte costituenti la *zona delle pietre verdi* sembrano essere sincrone con quelle del Laurenziano superiore e dell'Huroniano o Cambriano del Canadà, coi trappi del Lago Superiore, e colle ofiti dei Pirenei, e che il gneiss antico, centrale, roccia non eruttiva, ma sollevante e sollevata contemporaneamente, può riferirsi alla parte più antica del Laurenziano dei geologi americani. Quindi in complesso tutte roccie sedimentarie più o meno metamorfizzate a seconda della loro relativa antichità.

---

(1) B. Gastaldi, *Studi geologici sulle Alpi occidentali*. Parte seconda. - Memorie del R. Comitato Geologico, vol. II. Firenze, 1874.

(2) M. Baretti, *Studi geologici sul gruppo del Gran Paradiso*. - Memorie della R. Accademia dei Lincei, serie 3ª, vol. I. Roma, 1877.

La forra perciò su cui è gettato il Ponte del Roc, e per la quale la Stura sbocca nella pianura, è completamente scavata nella serpentina. In corrispondenza di questa laceratura normale all'andamento degli strati, resa ancora più ampia dalla azione erosiva delle acque della Stura stessa (1), i banchi serpentinosi presentano una direzione quasi da nord a sud (Mag.) con una inclinazione di circa 63° ad est (Mag.). Questa direzione nord-sud non corrispondente esattamente all'andamento stratigrafico di tutte le roccie appartenenti o dipendenti dal nucleo di sollevamento del Gran Paradiso (2), di cui l'ellissoide centrale è orientato da est-nord-est ad ovest-sud-ovest con una certa inclinazione sul versante italiano dello stesso massiccio montuoso, può spiegarsi col fatto che quelle masse rocciose più estreme e meridionali del gruppo dovettero sentire anche l'influenza di un secondo centro di sollevamento che sviluppossi più a sud, l'ellissoide cioè Dora-Varaita (3) avente una direzione quasi da nord a sud.

Venendo ora al cono di deiezione della Stura di Lanzo, esso indubbiamente è preglaciale per essere la sua formazione evidentemente sincrona con quella di tutti gli altri coni di deiezione prodottisi allo sbocco delle principali vallate alpine, i quali più o meno modificati nel loro andamento dagli impedimenti che reciprocamente si opponevano nell'individuale loro sviluppo, dalle azioni erodenti dei ghiacciai sopravvenuti posteriormente e delle acque dei medesimi torrenti da cui furono originati, formano

---

(1) In proposito di siffatte lacerature rocciose il Desor fin dal 1864 (Comunicazione fatta all'adunanza 21 marzo 1864 della Società Geologica di Francia, *Bull.*, 2ª serie, tom. 21, pag. 222) facendo risaltare le differenze esistenti fra la *cluse* (chiusa), lacerazione fattasi contemporaneamente al sollevamento di una massa di strati ed attraversante da parte a parte una catena montuosa in modo da lasciar scorrere le acque da una vallata in un'altra, e la *ruz* (burrone), lacerazione limitata ad uno dei fianchi della catena, proponeva, in occasione della riunione dei Naturalisti tenutasi in Samaden, di chiamare le lacerazioni dovute all'azione erosiva dell'acqua, come ad esempio le gorgie della Via Mala, della Tamina e del Rummel in particolare, col nome di *rofla*, parola romanza e tutta locale, colla quale in quella parte della Svizzera così si appellano siffatte gole. Crediamo che la parola italiana *forra* corrisponda esattamente alla romanza *rofla*.

(2) M. Baretti, lavoro precitato.

(3) B. Gastaldi, *Sui rilevamenti geologici fatti nelle Alpi piemontesi durante la campagna* 1877. - Memoria della R. Accademia dei Lincei. Serie 3ª, vol. II. Roma, 1878.

tutta la parte sinistra della pianura del Po. E lasciando del tutto a parte la questione relativa ai periodi glaciali ci atteniamo alle seguenti conclusioni del Gastaldi (1):

« In Piemonte adunque non possiamo ammettere la esistenza » di due epoche o periodi glaciali: 1° perchè nell'estesissimo e » regolarissimo fondo della valle del Po, allo infuori degli anfi- » teatri morenici, non troviamo più massi erratici sparsi sul suolo, » nè ci consta che se ne siano trovati a più o meno grande » profondità; 2° perchè il *diluvium* che si estende a valle ed » all'incontro degli anfiteatri morenici è un deposito eminente- » mente torrenziale e non glaciale; 3° perchè sappiamo che i » massi superficiali delle colline Moncalieri, Superga, Valenza, » appartengono ad un'epoca glaciale ben più remota ».

Il grandioso cono di deiezione della Stura di Lanzo presenta ancora intatto il suo apice per il fatto che l'antico ghiacciaio delle valli di Lanzo non arrivò fino allo sbocco della valle nella pianura, al contrario di quello che avvenne nelle altre principali vallate alpine, di cui i giacciai col loro avanzamento e successivo ritiro dettero origine agli attuali anfiteatri morenici erodendo i corrispondenti apici dei preesistenti coni di deiezione.

Per trovare traccia di antichi depositi morenici o di altri indizî attestanti la dimora di antiche masse glaciali nelle valli di Lanzo bisogna risalire fino a Mezzenile, poco al dissotto della confluenza delle due Sture di Valle Grande e di Valle di Ala da un lato, e sino al villaggio di Viù nella valle omonima. Per questo fatto, rilevanti lembi del precitato *diluvium* si trovano ancora conservati nell'interno della valle; così ad occidente di Lanzo il torrente Upic scorre in siffatto deposito; ed una gran parte dei versanti orientale e meridionale dello stesso Monte Buriasco si trova ricoperta da potente lembo del cono di deiezione della Stura (in parte riunito con quello originato dal Tesso), lembo che si estende fino al sud ed a sud-ovest di Germagnano. Ancora più a monte e sulla stessa sponda sinistra della Stura, in corrispondenza di *Roc Berton*, havvi un altro rilevante lembo di *diluvium*. Sulla sponda destra poi il cono di deiezione riveste il versante occidentale dell'ultima terminazione del Monte Basso fino

---

(1) B. Gastaldi, *Appunti sulla Memoria del sig.* G. Geikie F. R. S. E. - « *On changes of climate during the glacial epoch* ». Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. VIII, 1873, pag. 5.

all'altezza di circa 60 metri sul livello attuale della Stura. Sono completamente allo scoperto dal *diluvium* gli speroni rocciosi che formano la forra del Diavolo ed una parte inferiore del versante orientale del Monte Buriasco prima di giungere al ponte.

Tenendo poi conto della estensione nella pianura di questo cono di deiezione che si prolunga fino a Venaria Reale, per cui la sua periferia non misura meno di 80 chilometri, nonchè dei potenti lembi che ancora riscontransi sulle roccie su cui sorge l'antico convento di Lanzo da una parte e sul monte a destra della Stura sino ad una elevazione di circa 60 m. sull'attuale torrente, si potrà facilmente dedurre la straordinaria potenza posseduta dalla Stura nell'epoca appunto che formava quell'ampio cono diluviale, nonchè il livello di molto superiore all'attuale che dovevano avere nei tempi passati le sue acque, livello che andò poco per volta abbassandosi dapprima colla continua e graduale erosione dello stesso cono di deiezione fino a che rimasero scoperte le roccie della forra, e poscia colla erosione della roccia stessa in corrispondenza di una probabile preesistente lacerazione degli strati.

L'indizio infine più palese, attestante la presenza delle acque ad un livello di molto superiore all'attuale in tempi remoti, si è quello di evidenti traccie della potenza erosiva dell'acqua, prodotta dal lavorio meccanico della sabbia e dei ciottoli da essa stessa trascinati, che riscontransi sulle roccie poste a sinistra in corrispondenza del Ponte del Diavolo fino ad una elevazione di 18 m. e più sull'attuale corso della Stura.

Relativamente a ciò citiamo quello che il Gastaldi lasciò scritto (1): « L'esame geologico della località (sbocco della Stura » di Lanzo) mette in chiaro che la gola per la quale esce il » torrente fu scavata dal torrente stesso; e la erosione è in lavoro » continuo poichè nell'alveo del torrente, al dissotto del ponte, » vedesi una larga e profonda *marmite de géants* ». Il presentarsi poi più grandioso il risultato dell'azione meccanica dell'acqua sullo sperone roccioso di sinistra e non su quello di destra devesi attribuire al fatto che la Stura, obbligata dall'ultima terminazione del Monte Basso a volgersi al nord per farsi strada attraverso

(1) B. Gastaldi, *Appunti sulla Memoria del sig.* G. Geikie F. R. S. E. – « *On changes of climate during the glacial epoch* ». Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XIII, 1873, pag. 37.

la forra nella pianura, veniva, come tuttora si verifica, a battere quasi normalmente contro le roccie della sponda sinistra, per conseguenza su queste doveva essere massimo l'urto e perciò massima l'azione meccanica, mentre minima o nulla sulle roccie dell'opposta sponda. L'azione infine erosiva prodotta dagli agenti atmosferici deve pure avere grandemente contribuito alla scomparsa di consimili traccie ad un livello superiore ai 18 metri su entrambi i versanti rocciosi in corrispondenza dello sbocco della Stura nella pianura, massime per quello di destra, dove l'andamento e l'inclinazione degli strati si prestano molto di più al continuo sfacelo e franamento degli stessi banchi rocciosi.

Lievi traccie di questa azione meccanica dell'acqua si riscontrano presso a poco all'altezza precedentemente indicata sull'attuale corso del torrente sulle roccie poste superiormente alla strada che conduce da Lanzo al ponte, poco prima di arrivarvi. Così pure, a poca elevazione sul livello della Stura, ed in epoca di magra, riscontransi altre traccie sulla stessa sponda sinistra ad una cinquantina di metri a monte del ponte, e sulla sponda rocciosa destra poco a valle di questo, quasi a livello delle acque del torrente.

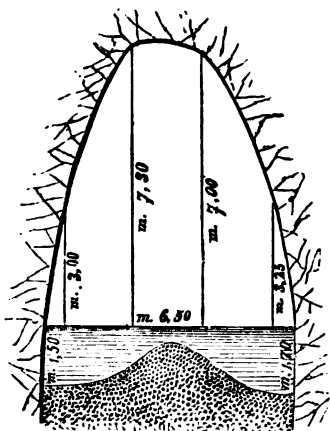
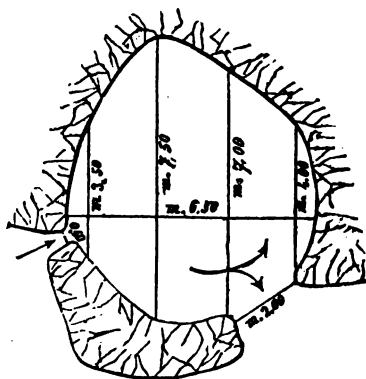
Dove però siffatta azione meccanica assume un carattere veramente meraviglioso, sia per l'intensità della forza agente, sia per la molteplicità, varietà e vaghezza delle forme prese dalla roccia che subì per un tempo lunghissimo e subisce tuttora nella sua parte inferiore quella azione, è certamente su tutto lo sperone roccioso posto a sinistra della Stura, immediatamente a monte del Ponte del Roc.

Prestandosi la serpentina per la sua tenacità a ricevere un discreto pulimento superficiale, bellissimi si presentano tutti i più minuti rilievi, alternati da avvallamenti, su tutta quella roccia a cominciare dal livello del tetto della cappelletta fino al fondo dell'alveo del torrente stesso, il quale, come già dicemmo, continua pur sempre nella sua azione erodente. Coll'aiuto di disegni e fotografie, di cui parecchi dovuti alla cortesia dei signori geometra Macchiorlatti, che gentilmente ci fornì pure diverse misure, pittore A. Balduino ed L. Bottan, cercammo di illustrare il più efficacemente possibile la località in parola, che certamente merita, sotto ogni aspetto, di essere visitata.

Capitolo II.

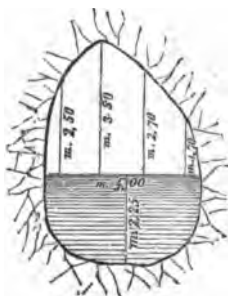
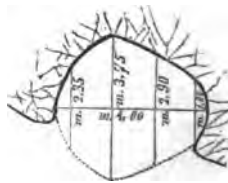
Descrizione delle marmitte dei giganti poste a monte del Ponte del Roc.

Senza tener conto delle numerose conche, scanalature ed altre curiosissime forme assunte della roccia in posto di questa località, passeremo a descrivere ora tutte quelle escavazioni che presentano veramente i caratteri e la configurazione di marmitte dei giganti, qualunque siano la orientazione e l'inclinazione sull'orizzonte della parete rocciosa nella quale sono scavate. La loro posizione è indicata da numeri progressivi nella Fig. 1, ricavata da un disegno topografico del geometra Macchiorlatti della unita tavola. E comincieremo dalle due più grandi N. 1 e N. 2 (Fig. 3) poste al pelo d'acqua del torrente, per cui la loro escavazione continua pur sempre.

Entrambe hanno l'apertura rivolta a sud quasi normalmente alla direzione della corrente del fiume, ed in entrambe si verifica lo sporgere più in avanti dello sperone roccioso che forma il bordo a valle di ciascuna marmitta, contro il quale battendo la corrente acquea è obbligata a cangiare in parte di direzione ed a volgersi a sinistra rasente la parete rocciosa, acquistando così un vero movimento vorticoso.

Sezione verticale della marmitta N° 1.

Sezione al pelo d'acqua della marmitta N° 1.

Le sezioni della marmitta N. 1, gentilmente trasmesseci dal geometra Macchiorlatti, ne indicano le dimensioni.

All'entrata di questa marmitta, detta *del Diavolo*, la più grandiosa di tutte, havvi uno scoglio che solo nelle grandi piene rimane del tutto coperto dalle acque; a seconda però della maggiore o minore elevazione del pelo d'acqua l'apertura a valle, per cui esce la corrente acquea, varia nella sua ampiezza, ciò che non si verifica per l'apertura a monte, per la quale entra la corrente; questo è dovuto al presentarsi pressochè verticale la parete dello scoglio rivolta a monte, mentre quella opposta è leggiermente inclinata. Così in una visita da noi fatta l'8 Aprile corrente anno l'apertura a monte era di m. 0,40, come quella verificatasi nell'Aprile 1880, epoca in cui furono prese dal sig. Macchiorlatti le misure, mentre l'apertura a valle fu da noi trovata maggiore di 2 metri, ciò che indica un livello d'acqua superiore a quello durante il quale furono prese le primitive misure. Il fondo della marmitta è ripieno di sabbia (agente escavatore sotto il moto impressovi dall'acqua) che per il vortice stesso della corrente ha forma di cono, di cui l'apice è più vicino alla parete interna della marmitta, e sporge dall'acqua solo nelle più forti magre. Nello stesso giorno dell'8 Aprile di quest'anno la profondità dell'acqua in corrispondenza dell'apertura d'entrata era di m. 0,55, e quella al piede dello stesso scoglio, verso l'interno della marmitta, di m. 2,90. Non si conosce fino a quale profondità si estende la escavazione rocciosa che forma il fondo di questa veramente enorme marmitta. Le sue pareti in tutta la loro estensione si presentano levigate senza traccia di strie.

La marmitta N. 2 (Fig. 3), posta anch'essa a fior d'acqua

Sezione verticale della marmitta N° 2.

Sezione al pelo d'acqua della marmitta N° 2.

e scavata come la prima in modo da avere l'apertura rivolta a sud verso la corrente, presenta il suo bordo a valle sporgente

di circa 1 metro più verso la corrente relativamente al bordo a monte, per cui anche quì una parte della corrente è obbligata a volgersi a sinistra acquistando un movimento vorticoso che amplifica di continuo colla sabbia e coi ciottoli la escavazione. Le sue dimensioni sono indicate nelle unite sezioni. La parete interna, anch'essa levigata in tutta la sua estensione, è incavata in modo da presentare una curva che va sempre più addentrandosi nel cuore della roccia, ciò che fa supporre una grande profondità verticale della marmitta; il suo bordo roccioso anteriore trovavasi a circa 1 metro al dissotto del livello dell'acqua. Il fondo è anche qui ripieno di sabbia; e l'acqua in tal punto misurava una profondità maggiore di 2 metri.

Descritte così le due marmitte più ampie passeremo ora a dire di tutte le altre a cominciare dalla più estrema a monte.

Havvi dapprima la marmitta N. 3 di forma irregolarmente ellittica coll'apertura rivolta a monte verso il torrente. Nel giorno della prima nostra visita trovavasi a fior d'acqua, per cui durante le piene della Stura rimane sommersa, come appunto verificossi nella seconda visita da noi fatta il 6 Maggio pure di quest'anno. Misura in media m. 1 di lunghezza, m. 0,90 di larghezza e m. 0,75 di profondità. L'asse maggiore è rivolto a nord-est in modo da formare un angolo di circa 45° coll'asse longitudinale del torrente.

A valle della marmitta N. 3 e più elevata sul torrente trovasi la marmitta N. 4. Per la regolarità della sua forma, questa può prendersi come marmitta tipica, giacchè può dare una idea esatta del modo di formazione e del progressivo e continuato lavorìo che si opera sulla superficie rocciosa mediante la sabbia ed i ciottoli trasportati dall'acqua in movimento vorticoso. La sua forma è veramente elegante. L'apertura, posta a livello d'acqua quando il torrente è in piena, l'8 Aprile di quest'anno trovavasi di circa 1 metro più alta. Essa è una spaccatura della roccia che segna il punto più basso dell'orlo, ed è rivolta a monte. L'orlo regolarissimamente va sempre più innalzandosi in forma ellittica fino a raggiungere una elevazione di circa m. 1,20 sul suo punto più basso. Le dimensioni della marmitta sono in media m. 3,00 di lunghezza, m. 1,50 di larghezza, m. 0,32 di profondità in corrispondenza della laceratura del bordo, e m. 1,50 in corrispondenza del punto opposto. Dal livello dell'apertura la parete interna presenta una inclinazione molto più

forte di quella della parete superiore all'apertura stessa. per cui essa elegantemente s'innalza fino al punto più alto dell'orlo accennato precedentemente. L'asse maggiore della marmitta è orientato a nord 40° est (Mag.). Le pareti e l'orlo si presentano levigatissimi senza alcuna traccia di righe o strie.

La marmitta N. 5, posta a nord della precedente, è più ampia ed ha l'apertura rivolta normalmente al corso del torrente; il suo fondo fu da noi trovato a circa m. 2,50 sul livello dell'acqua; misura in media m. 4,20 di lunghezza, m. 2 di larghezza e m. 4 di profondità.

A sud e poco a valle delle due ultime accennate trovasi la marmitta N. 6 che presentava il bordo anteriore d'apertura a livello del torrente e m. 0,50 di acqua nel suo interno. Misura m. 1,40 di lunghezza, m. 1,00 di larghezza e m. 1,20 di profondità. Il suo asse maggiore è orientato a nord 15° est (Mag.). Questa fu l'unica marmitta che contenesse ancora nel suo interno un bellissimo ciottolo di serpentina a forma ellissoidale, schiacciato in un senso, e misurante m. 1,04 di circonferenza massima, m. 0,35 d'asse maggiore, m. 0,30 d'asse minore e m. 0,12 di spessore.

Immediatamente al dissopra della marmitta N. 6 havvi la marmitta N. 7, riempita da frammenti rocciosi e da terriccio, e misurante in media m. 1,10 di lunghezza e m. 0,90 di larghezza.

A valle delle due ultime accennate havvi la marmitta N. 8 coll'apertura rivolta a monte, colma di massi rocciosi e misurante m. 1,80 di lunghezza e m. 1,50 di larghezza. L'asse maggiore è orientato a nord 45° est (Mag.).

La marmitta N. 9, di forma pressochè circolare, è posta poco a valle e superiormente alla marmitta N. 8, quasi in corrispondenza della marmitta N. 2. Misura un diametro di circa m. 0,60. L'apertura è rivolta normalmente all'asse longitudinale del torrente ed il bordo inferiore trovasi a m. 4,10 circa sul livello della Stura.

Passiamo ora a descrivere le altre marmitte poste sullo sperone roccioso, al piede del quale è scavata la grande marmitta del Diavolo, cominciando anche per queste dalla parte a monte.

Questo sperone roccioso è quasi distaccato dal resto della montagna per una larga squarciatura nei banchi serpentinosi che si ergono inaccessibili a monte verso il primo gruppo di marmitte già descritte, lacerazione che si prolunga fin contro la cappelletta di S. Rocco. Per accedervi quindi è d'uopo rimontare d'un certo

tratto il versante proprio della montagna e discendere poscia frammezzo a lievi insenature della roccia stessa. Si arriva così su di una specie di piattaforma erbosa posta superiormente alla grande marmitta, piattaforma che in massima parte è formata da terriccio colmante in totalità un'altra ben ampia marmitta (Fig. 5). Intorno ad essa sonvi dapprima le due marmitte N. 10 (Fig. 2) e N. 11 scavate entrambe nella parete verticale del monte guardante il torrente, e misuranti, la prima m. 2,80 di lunghezza e m. 1,00 di larghezza, e la seconda, di forma pressochè circolare, un diametro di circa m. 1,30. La marmitta N. 10, perchè completamente ricolma di terriccio, non ci offrì la possibilità di misurarne la profondità; al contrario l'altra, contenente minore quantità di terra vegetale, ci permise di verificarne una profondità di oltre m. 1,50.

Anteriormente a queste due marmitte havvi il ciglione roccioso (Fig. 4 e 5), di cui il punto più elevato sulla Stura, 14 metri, forma il bordo della marmitta N. 17. Tutta questa roccia, vagamente arrotondata e lisciata dall'azione strofinante della sabbia e dei ciottoli trasportati dalla furiose onde della Stura durante il tempo che questa oltrepassava tale altezza, presenta bellissimi scolatoi, conche, ecc. e non meno di cinque marmitte, due delle quali veramente tipiche. Havvi dapprima la marmitta N. 12 (Fig. 5) scavata nella parete del ciglione roccioso opposta a quella prospiciente la Stura; la roccia in questo punto misura m. 13 sul livello dell'acqua. La marmitta è scavata quasi verticalmente; misura m. 0,80 di lunghezza, m. 0,60 di larghezza e m. 0,70 di profondità massima; l'asse maggiore è orientato a nord 67° est (Mag.). L'apertura è una lacerazione del bordo opposto al torrente che arriva fino a m. 0,20 dal fondo della marmitta e che a livello del bordo generale della medesima ha una larghezza di m. 0,70.

Proseguendo da questo punto verso la cappelletta di S. Rocco, sempre lungo il ciglione roccioso, alla distanza di m. 0,30 incontrasi la bellissima marmitta N. 13 (Fig. 4 e 5) che presenta ben marcate sulle pareti interne le strie svolgentisi a spira dal fondo e prolungantisi in senso opposto sul ciglione della roccia. Esse indicano chiaramente la via d'uscita della corrente acquea, dopo aver roteata nell'interno della marmitta. Il bordo roccioso dal lato che guarda il torrente è di poco più di 13 metri elevato sul livello dell'acqua e va gradatamente abbassandosi verso il lato

opposto fino a stabilire una differenza di livello di m. 0,42 nei due bordi. Misura m. 0,80 di lunghezza, m. 0,50 di larghezza e m. 0,80 di media profondità; l'asse maggiore orizzontale è diretto a sud 15° est (Mag.), quasi normalmente all'asse longitudinale del torrente. L'asse mediano dall'alto al basso della escavazione presenta una inclinazione di 75° a nord 70° est (Mag.).

La marmitta N. 14 trovasi un po' più verso il monte. Di forma irregolare e colma in gran parte di terriccio, misura m. 1,80 per m. 1,40.

Procedendo sempre ad est della marmitta N. 13, lungo il ciglione roccioso riscontransi due ben marcati scolatoi che si dirigono dall'esterno verso il torrente (Fig. 4 e 5), oltre i quali si arriva ad una spaccatura nella roccia, prolungamento del secondo scolatoio, in fondo alla quale e sulla parte di parete a picco che guarda il torrente trovasi scavata la marmitta N. 15 di forma irregolarmente circolare, e misurante un diametro di circa m. 1,40 ed una profondità media di circa m. 1,30.

A nord-est di quest'ultima marmitta e sulla faccia guardante in alto verso il monte trovansi le marmitte N. 16 e N. 17 (Fig. 4) a brevissima distanza l'una dall'altra. La prima, a bordo irregolare, misura una lunghezza di circa m. 1,30, una larghezza di m. 0,80 ed una profondità di 0,55; la seconda presenta invece una certa regolarità nella forma e le strie marcatissime al pari della marmitta N. 13. L'orlo roccioso prospiciente alla Stura misura m. 14 sul pelo d'acqua e va leggiermente abbassandosi dal lato opposto. Questa marmitta misura m. 0,70 di lunghezza, m. 0,60 di larghezza e m. 0,70 di profondità; il suo asse orizzontale è diretto da nord a sud (Mag.), e l'asse dall'alto al basso dell'escavazione è inclinato di circa 80° verso nord (Mag.).

Infine un'ultima marmitta, N. 18, bellissima per la forma regolare e per le sue piccole dimensioni, è quella posta immediatamente dietro il muro della cappella, a circa 17 metri sul torrente, su di uno sperone roccioso arrotondato. È la più alta di tutte. È scavata verticalmente e misura m. 0,13 per m. 0,12 con una inflessione del bordo rivolta a monte; la profondità dal punto più alto dell'orlo è di m. 0,22 e dal punto più basso m. 0,12; il suo asse maggiore orizzontale è diretto a nord 20° est (Mag.).

Oltre a tutte le suddescritte marmitte havvene altre scavate in pareti rocciose verticali guardanti il torrente, per le quali

passa la sezione rappresentata dalla Fig. 2. Esse hanno le seguenti dimensioni. Marmitta N. 19 m. 3,00 di larghezza, m. 2,60 di altezza e m. 1,00 di profondità; marmitta N. 20 m. 1,80 di larghezza, m. 1,70 di altezza e m. 0,80 di profondità; marmitta N. 21 m. 0,30 di lunghezza, in direzione della corrente, m. 0,25 di larghezza e m. 0,11 di profondità dall'orlo anteriore.

Da quanto abbiamo fin qui esposto e dall'esame comparativo di tutte queste marmitte riguardo al modo come si presentano conformate, risulta anzi tutto evidente la loro origine; vale a dire che esse non riconoscono altra causa tranne quella dell'azione puramente meccanica esercitata dalla sabbia e dai ciottoli trasportati e messi in movimento dai vortici della corrente della Stura durante il tempo in cui essa ricopriva quella località rocciosa, nello stesso modo che tale lavorìo continua tuttora per quelle marmitte poste a livello dell'acqua o completamente sommerse. Riguardo poi più specialmente alle marmitte stesse risultano alcuni fatti generali che si possono riassumere nel seguente modo. Il loro vano si presenta in sezione orizzontale più frequentemente ellittico che circolare; esso va sempre più restringendosi coll'approfondirsi, e termina in calotta pressochè sferica o ellittica e mai in punta. Le pareti nella loro parte inferiore sono regolari e presentano il massimo d'inclinazione, mentre nella parte superiore si allargano rapidamente, presentando quindi minore inclinazione. In alcune sono marcatissime le strie che, svolgendosi a spira dal fondo verso l'esterno della escavazione, indicano la direzione della corrente acquea e la regolarità del suo movimento vorticoso.

Il Socio Conte T. Salvadori, condeputato col Socio Comm. Michele Lessona a portare giudizio sopra un lavoro del signor Dott. Lorenzo Camerano, intitolato « *Monografia sugli Anfibi anuri italiani* », legge la seguente

RELAZIONE.

L'Autore, già noto per altri lavori intorno agli Anfibi, in questa Monografia esamina molto diligentemente le specie italiane di un gruppo di vertebrati, i quali, per quanto già studiati da altri, avevano bisogno di essere riveduti criticamente alla luce derivante dalle odierne dottrine biologiche.

L'Autore alla parte speciale del suo lavoro premette alcune considerazioni generali, e primieramente intorno al modo d'intendere la specie, le sottospecie e le varietà; egli crede che sia utile di stabilire nella descrizione delle forme degli Anfibi i seguenti gruppi, cominciando dai meno comprensivi: 1° Varietà; 2° Sottospecie; 3° Specie. L'Autore fa pure alcune considerazioni sul modo di considerare il *genere*, e crede che sia poco conveniente di fare generi troppo ricchi di specie, soprattutto quando le differenze fra le medesime siano troppo grandi.

Inoltre l'Autore fa alcune considerazioni intorno alle cause modificatrici delle forme degli Anfibi anuri; queste cause sarebbero principalmente l'adattamento, il mimismo, l'altitudine sul livello del mare, la vita acquatica o terragnola, la funzione di riproduzione, il perdurare dei caratteri giovanili, la selezione artificiale fatta dall'uomo.

Finalmente l'Autore esamina la questione relativa ai limiti della fauna italiana. Egli crede di poter stabilire la seguente divisione del territorio faunistico italiano:

1° Provincia continentale o settentrionale, limitata a Nord, ad Ovest e ad Est dalle Alpi fino al Quarnero, ed a Sud dalla catena degli Appennini fino alla Cattolica.

2° Provincia peninsulare e meridionale. che comprende il resto d'Italia fino alla valle nella Roja all'Est.

3° Provincia insulare Corso-sarda coll'Arcipelago Toscano.

4° Provincia insulare Siculo-maltese.

Premesse queste generalità l'Autore passa a descrivere le seguenti forme di Anfibi anuri, riferibili a dieci specie, riconosciute finora come appartenenti con certezza alla Fauna italiana:

Fam. DISCOGLOSSIDAE - Sp. 1. *Discoglossus pictus*, Otth. var. vittata, var. ocellata. Subsp. *sardus*. - Sp. 2. *Bombinator igneus* (Laur.).

Fam. PELOBATIDAE - Sp. 3. *Pelobates fuscus* (Laur.), var. albovittata, var. maculata.

Fam. HYLIDAE - Sp. 4. *Hyla arborea* (Linn.), var. intermedia. Subsp. *Savignyi*, var. fusca.

Fam. BUFONIDAE - Sp. 5. *Bufo viridis*, Laur., var. maculata, var. crucigera, var. lineata, var. concolor. - Sp. 6. *Bufo vulgaris*.

Fam. RANIDAE - Sp. 7. *Rana esculenta*, Linn. Subsp. *Lessonae* var. immaculata, var. maculata, var. punctata, var. nigrovittata - Sp. 8. *Rana muta*, Laur. var. subconcolor, var. nigromaculata, var. flavomaculata, var. nigroguttata, var. atra - Sp. 9. *Rana Latastii*, Boul. - Sp. 10. *Rana agilis*, Thomas.

L'Autore si è servito pel suo lavoro di un ricco materiale risultante di circa 1000 esemplari, provenienti da moltissime località italiane, e così ha potuto riconoscere le variazioni e la importanza di queste.

In un ultimo capitolo l'Autore ha dato una breve descrizione di quelle forme che a torto furono dai varii scrittori citate come rinvenute in Italia, o che vennero incluse nella Fauna

Anfibiologica italiana da quelli che soverchiamente allargarono i confini faunistici italiani.

Crediamo infine di far notare che l'Autore ha unito al suo lavoro due tavole, nelle quali sono rappresentate le specie del genere *Rana* e lo scheletro di tutti i generi di Anfibi anuri italiani; vari disegni intercalati nel testo rappresentano le parti caratteristiche più importanti delle varie specie.

La vostra commissione è lieta di proporre la lettura di questa Memoria, fatta con grande diligenza e che costituisce una contribuzione importante per la conoscenza dei vertebrati italiani.

Torino, 25 Giugno 1882.

Michele LESSONA.
T. SALVADORI, *Relatore.*

La Classe accoglie la conclusione della Relazione, e udita la lettura del lavoro del sig. Dott. L. CAMERANO, ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie*.

Il Socio Cav. Prof. L. Bellardi, condeputato col Socio Conte T. Salvadori ad esaminare un lavoro dei signori Dott. Mario Lessona e Carlo Pollonera « *Sui Limacidi italiani* », legge la seguente

RELAZIONE.

I sottoscritti adempiono all'onorevole incarico che l'Accademia ha loro affidato di esaminare il manoscritto presentato dai signori Mario Lessona e Carlo Pollonera ed avente per titolo *Monografia dei Limacidi italiani* riferendole il loro giudizio in proposito.

Questa Memoria ha per oggetto la descrizione di tutti i *Limacidi* finora noti come viventi sul suolo italiano sia del continente, sia delle isole.

Le specie che vi sono comprese sommano a 36, delle quali 7 sono nuove per la scienza ed alcune finora sconosciute sul suolo italiano.

La descrizione delle singole specie e delle loro varietà è preceduta da alcuni cenni sulla loro distribuzione geografica, e da un quadro sistematico indicante i generi ai quali appartengono.

I caratteri specifici sono esposti in modo chiaro e sufficiente per modo da rendere facile il riconoscere le forme alle quali si riferiscono, e la parte sinonimica dimostra che gli Autori conoscono benissimo l'argomento trattato.

Oltre la descrizione dei caratteri specifici esterni gli Autori hanno aggiunti minuti particolari anatomici tanto sull'apparato genitale di parecchie specie quanto sulla forma delle radule che guerniscono la membrana linguale di questi Molluschi e che porgono al Malacologo colla loro differente forma un buon mezzo per la circoscrizione dei generi.

Dietro l'esame fatto di questo lavoro i sottoscritti sono di parere che esso meriti di essere preso in considerazione dall'Accademia pei seguenti motivi:

1. Questo lavoro riempie una lacuna nella Malacologia terrestre italiana, sulla quale la scienza possiede bensì parecchie pubblicazioni di distinti osservatori, ma per la quale mancava tuttora uno scritto complessivo della famiglia dei *Limacidi*.

2. Esso contiene: 1° la descrizione di sette specie nuove per la scienza e di parecchie varietà finora sconosciute, oltre l'indicazione di alcune, delle quali era fino adesso ignorata l'esistenza sul suolo italiano; 2° la descrizione dell'apparato genitale di parecchie specie e di quello boccale, nella quale sono esposti fatti nuovi illustrativi di questi animali.

3. Il manoscritto per la sua estensione entra nei confini assegnati dai regolamenti per l'inserzione nei volumi accademici, ed è accompagnato da tre tavole contenenti, la prima i disegni in colore delle forme nuove o poco note; la seconda i particolari anatomici dell'apparato genitale accuratamente disegnati; la terza, della quale gli Autori hanno dichiarato di assumersi la spesa, le figure delle radule delle quali inoltre talune sono intercalate nel testo.

Per queste considerazioni i Commissarii sottoscritti giudicano questo lavoro degno di essere inserto nelle Memorie dell'Accademia e ne propongono la lettura.

Torino, 25 Giugno 1882.

Tommaso SALVADORI.
Prof. L. BELLARDI, *Relatore*.

La conclusione della Relazione è accolta dalla Classe, la quale, udita la lettura del lavoro dei signori Dott. Mario LESSONA e Carlo POLLONERA, ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie*.

Nell'adunanza del 14 p. p. Maggio il Socio Cav. Professore Angelo Mosso presentava la seguente Nota preliminare da lui scritta in collaborazione col sig. Dott. I. GUARESCHI:

RICERCHE

SULLE

SOSTANZE ESTRATTE DA ORGANI ANIMALI

FRESCHI E PUTREFATTI

Cervelli freschi.

Circa 30 kg. di cervelli freschi furono trattati col noto metodo di Stass-Otto. Dall'estratto etereo, del liquido reso alcalino con bicarbonato di sodio, si ebbe dell'ammoniaca, della trimetilammina ed un residuo il quale convenientemente purificato, diede tutte le reazioni che in generale servono a caratterizzare gli alcaloidi.

Avvertiamo, una volta per sempre, che, in tutte queste ricerche, furono adoperati solventi e reattivi di nota purezza, e che gli estratti ottenuti furono convenientemente purificati.

Il liquido, esaurito con etere, estratto con benzina, fornì una piccolissima quantità di residuo, che dava tutte le reazioni generali degli alcaloidi. Anche dagli estratti eterei, ottenuti dai liquidi acidi, si ebbero residui i quali, convenientemente purificati, davano le reazioni generali degli alcaloidi.

Dai cervelli, in istato normale, abbiamo dunque estratto piccole quantità di ammoniaca, trimetilammina ed alcaloidi. Siccome ci trovavamo in condizioni favorevoli per la temperatura invernale e per la rapidità con la quale i cervelli, 24 ore dopo la morte, venivano spappolati e messi immediatamente nell'alcool, dobbiamo concludere che le materie alcaloidee estratte, preesistevano veramente alla putrefazione.

Cervelli putrefatti.

36 kg. di cervelli furono lasciati a sè, entro palloni, durante 1-2 mesi e ad una temperatura di circa 10°-15° c. Il contenuto dei palloni, con odore sgradevolissimo, si trovò trasformato in una omogenea poltiglia. Tutta questa materia venne trattata col metodo Stass-Otto, facendo costantemente le stesse operazioni eseguite sui cervelli freschi. Si ottennero quantità notevolissime di ammoniaca e di trimetilammina ed estratti, i quali fornirono manifestissime le reazioni degli alcaloidi. Questi però non erano in tale quantità da potersi analizzare.

Orina normale di porcellino.

Questa orina, trattata nello stesso modo che i cervelli freschi e putrefatti, ci fornì una piccolissima quantità d'estratto, il quale dava tutte le reazioni degli alcaloidi.

Orina di porcellino avvelenato coll'estratto dei cervelli putrefatti.

Analizzammo l'orina, in quantità eguale alla precedente, d'un porcellino avvelenato coll'estratto dei cervelli putrefatti. Da questa ottenemmo tutte le reazioni generali degli alcaloidi ed in modo assai più manifesto che non nella precedente.

Ora abbiamo in corso numerose serie d'esperienze su altri cervelli putrefatti, sopra sangue putrefatto, fibrina e carne muscolare putrefatta ed inoltre sui prodotti volatili che si producono durante la putrefazione dei cervelli.

Ricerche fisiologiche.

Le ricerche fisiologiche fatte sulle sostanze estratte dal cervello fresco e dal cervello putrefatto dimostrarono che queste producono sulle rane fenomeni di avvelenamento analoghi al curaro. Le indagini fatte sul cuore, sui muscoli e sulla eccitabilità per mezzo del metodo grafico verranno esposte diffusamente in una prossima memoria.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Giugno 1882.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Giugno 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Barone Antonio Manno legge la seguente sua

BREVE NOTA
SULLA
BATTAGLIA DELL'ASSIETTA
A PROPOSITO DI UNA PUBBLICAZIONE
del Commendatore
CARLO NEGRONI.

Ricevetti incarico dal mio amico e collega il Commendatore Carlo Negroni, Avvocato Novarese e dei Deputati sugli studi di storia patria, di offerire all'Accademia un volumetto di *Lettere di Gian Lorenzo Bogino, di Prospero Balbo e del Conte di Perrone a Guido Ferrari* che, stampate per sua cura nella *Miscellanea di storia italiana* (vol. XXI), vengono fuori in edizione staccata di soli CL esemplari.

Le *notizie preliminari* e le *note* rivelano il lungo studio ed il grande amore per la lingua del longanimo e fortunato raccoglitore di una fra le più belle collezioni di libri di Crusca, anche dei rarissimi; e prenunziano l'ottimo chiosatore di un prezioso cimelio trecentistico attorno al quale egli sta lavorando.

Il rimanente non è che di documenti; ma di quelli che, scelti con parsimonioso criterio ed opportunamente lumeggiati, dànno sussidi efficaci agli studi. Anzi queste collezioni, come i

libri di informazioni e di storia pura vivono giorni più tenaci che non quelli, assai più difficili e geniali a scriversi, che sono di storie critiche o, come dicono, filosofiche. Queste per loro natura sono modificabili e senza il balsamo della nobile scrittura non si conservano. Per tanta felicità di stile si leggono, si leggeranno, quantunque quasi più non si consultino, le storie del Botta.

Nessuno, che non sia astioso o fegatoso, può ragionevolmente negare a questa patria di Piemonte, valore, bontà e lealtà di Principi; senno di statisti: giustizia di magistrati; coraggio e robustezza di soldati. Ma troppi negano ai nostri ogni gentilezza e genio di lettere, specialmente poi fra i politici. Solo ieri, in certe pagine applaudite ed intese a rinnegare ogni tradizione gloriosa di saggia pedagogia all'Italia, io leggeva doversi « ammorbidire quell'impasto cotanto solido quanto greggio che è la mente dei subalpini! ».

Or bene è dolce e confortevole trovarsi, col libro del Negroni, al cospetto di due nostri ministri, e di un terzo che lo divenne, tutti premurosi per dare aiuti a quell'epigrafista insigne che fu il P. Guido Ferrari Novarese, che spiegava, con latine iscrizioni, la storia del gran Re Carlo.

Che così pensasse, che così operasse il Conte Prospero Balbo, il quale fu segretario e poscia presidente di questa Accademia, era facile supporlo. Ma a tutti non sarà noto che non fu soltanto un abile diplomatico, ma sollecito per le lettere, anzi scrittore di due trattazioni economiche, quel Conte Carlo Francesco Baldassarre Perrone-San Martino, che fu ministro per l'estero del Re Vittorio ed avo del Generale Ettore, eroe e vittima a Novara.

« Ed è qui curioso vedere l'antico ministro della guerra (il
» Bogino) entrare in ragionamenti, non solo circa all'esattezza
» dei fatti, dei nomi e delle date; mettere in diffidenza il Fer-
» rari sopra certe storie che si stampavano allora in Olanda, e
» lodare invece per la verità e precisione gli Annali di Lodovico
» Muratori; e (singolar cosa) durarsi dal Ferrari fatica e tempo
» per trovare a Monza questi Annali, che pure erano tanto in
» voga; ma discutere eziandio col latinista espertissimo intorno
» alla proprietà ed alla significazione di voci e di frasi latine ».
Nè in quel torno d'anni era difficile trovare uomini di governo amanti di studio. Cercandoli nella sola nostra Accademia e fra quelli che non facevano professione di studi, abbiamo di gentiluomini della Corte i Marchesi di San Germano e di Fleury; fra gli Ambasciatori lo Scarnafigi ed il Rosignano; fra i militari

poi Brezé, Papacino, Robilant, Napione ed i due presidenti nostri Saluzzo e Morozzo.

Ma mi preme additarvi in questo epistolario un giudizio notevolissimo del Bogino sulla gloriosa battaglia dell'Assietta.

Ricordiamoci come allora se ne dessero merito e ricompense insigni al generale comandante, al Conte di Bricherasio, già celebre per i fatti d'Asti e di Piacenza. Ma nel nostro secolo per la Storia militare del Saluzzo, per i *Mémoires historiques* del Marchese Costa cominciò a trapelare che qualche parte di gloria era pure dovuta al Conte di San Sebastiano, Paolo Federico Novarina; ed il nostro collega, Domenico Carutti, « giudicando » col cuore » volle riparare « colla penna ad un'antica ingiu- » stizia, togliendo dal colpevole oblio il nome del Conte di San » Sebastiano e raccomandandolo alla memore riconoscenza del » Piemonte (1) ». L'ingrato ricordo della troppo famosa Marchesa di Spigno condannava il suo figlio ad immeritata oscurità.

Ma tutta questa riabilitazione fondavasi sopra un passo del libro di memorie lasciato scritto da quell'acuto osservatore che fu il Conte Malines Gran Ciambellano del Re; cosicchè io giudicai opportuno di pubblicarlo nel 1876 (2) e difatti servì nell'anno seguente allo studio fattone da un erudito ufficiale dello Stato Maggiore (3).

Col libro del Negroni abbiamo una nuova testimonianza; nientemeno che del Conte Bogino.

Nel suggerire certi ritocchi alle epigrafi del Ferrari, egli gli scriveva da Torino addì 23 maggio 1778, — « Il signor Conte di » Bricherasio aveva il comando superiore delle truppe che si » trovavano nel dipartimento dell'Assietta, allorchè seguì il celebre » affare; ma non era egli in persona alla difesa di quei trin- » ceramenti che furono attaccati, stata sostenuta dagli ufficiali » subalterni, che si trovavano ivi a comandare ne' diversi posti; » come però tutte le istorie appunto ne attribuiscono a lui, come » al comandante supremo la gloria, non può prescindersi di no- » minarlo; ma sembra che potesse bastare di farlo una sol volta, » ascrivendo indi, conforme al vero ed al fatto, in generale, al » valore e fermezza degli ufficiali, che subordinatamente al me-

(1) *Storia di C. Emanuele III;* II, 22.

(2) Nelle annotazioni alla *Relazione del Piemonte del segretario francese Sainte-Croix.*

(3) Il capitano, conte Vittorio Dabormida, nel libro diligente ed erudito intitolato *La Battaglia dell'Assietta, studio storico* (Roma, 1877).

» desimo, comandavano le truppe che sostennero l' attacco, il
» felice successo di quella giornata. Fra gli altri eravi anche il
» signor Conte Martinengo; e vi si distinse particolarmente il fu
» signor Conte di S. Sebastiano, che trovavasi immediatamente
» al comando del posto attaccato, e fu di parere di aspettar
» ivi a piè fermo il nemico, non ostante la sproporzione immensa
» delle forze, bilanciata dal vantaggio del sito, e dei ripari che
» vi si erano disposti ».

Niuna sentenza più autorevole di quella venuta dalla penna di così eminente personaggio, che al tempo dell'assalto era Ministro della guerra.

Eppure da tutta questa narrazione trapela qualche fiammella di passione: — *Non era egli in persona alla difesa di quei trinceramenti!* — cosicchè un lettore poco informato o distratto potrebbe credere addirittura che se ne fosse stato lontano dalla zuffa. Mentre che se non si trovò sulla testa dell'Assietta a ricevere i disperati assalti dei marescialli di campo d'Arnault e d'Andelot e dell'infelice Bellisle; stette però saldo ed impavido sulla vetta del Gran Serano a respingere gli assalti di destra diretti con furia tutta francese dal Marchese di Villemur.

Se al Bricherasio balenò il pensiero che le linee potessero essere rotte e volle preparare la ritirata; bisogna pur confessare che pericoli v'erano e per le ridotte del Riobacone già vicine ad essere superate e che trovavansi aperte alla gola; e per le sottili rivestiture di salsiccioni che male guarnivano la tanaglia del piano dell'Assietta, già bersagliata dal fuoco di due batterie di cannoncini.

Certo, che la triplice disobbedienza del San Sebastiano fu eroica e fortunata. Colpa felice! che se non riusciva, l'avrebbe mandato diritto alla fucilazione. Ma scrivere, che *non può prescindersi dal nominare* il Bricherasio, è eccessivo (1).

Nè senza la cautela di animo pacato e di equa critica è da leggersi la narrazione stessa del Malines.

Il Dabormida (p. 106) cerca di avvalorarla dicendola scritta dopo confidenze ricevute dal San Sebastiano coll'« udirlo

(1) Già il Saluzzo (2ª ed., v, 461) parlava di *nemici gelosi* del Bricherasio. Forse è da cercarsene l'origine nella straordinaria sua carriera militare, siccome quello che di sbalzo, senza precedenti servizi, fu nominato colonnello nel 1734, quando, con capitolazione, si obbligò a levare il Reggimento di fanteria che fu detto della Regina. In quell'anno il San Sebastiano aveva già il grado di luogotenente.

» esporre personalmente da costui mentre era colonnello del Reg-
» gimento provinciale d'Aosta del quale il Malines era luogo-
» tenente colonnello ». Ma ne' reggimenti *provinciali* non facevasi *vita di guarnigione*, erano riuniti ne' *quadri*, ma vivevansene, ufficiali e soldati, sparsamente alle case loro. Nè il Malines ebbe mai grado in questo reggimento. Essendo capitano dei Dragoni del Genevese, fu in settembre del 1758 nominato primo scudiere del Principe di Piemonte e più mai non uscì dalla Corte. Eravi un Malines tenente colonnello di quel reggimento, appunto ai tempi del colonnellato del San Sebastiano, ma non era il Conte Roberto, bensì il suo fratello, il cavaliere Giuseppe Francesco (1).

Il Malines, narrate le prodezze eroiche del San Sebastiano e l'applauso altissimo venutogli dal paese e dall'esercito, soggiunge: — « Ce fut sa seule récompense; celle du Comte de » Briquerasque fut une bonne commanderie ». — Qui non c'è verità.

Al Conte di Bricherasio fu conferita la Gran Croce, una commenda del reddito di L. 2200 ed una pensione di L. 300; ma al Novarina fu pur data la piccola Croce ed una pensione di L. 1000. E se le *patenti* del Bricherasio furono onorevoli, lo furono pure quelle del Novarina (2). Al Bricherasio arrise certamente ben più benigna la fortuna e più fulgido fu per lui lo splendore delle onorificenze. Però col Novarina si mostrarono non tanto ingrati il Re ed il Ministro quanto ingiusti gli scrittori contemporanei.

Ma come centododici anni dappoi sul canale di Palestro, non più contro i Francesi, ma coi Francesi; possiamo dire che della gloria ce n'era per tutti; la si dia dunque ai meritevoli.

E questo problema interessante, ma complesso di patria storia, venga studiato con diligenza, con critica e con equità. Volli segnalarlo all'attenzione degli studiosi. Ma questi più che nei pubblici archivi, già sfruttati, dovrebbero cercare testimonianze in privati cartulari. Forse fra le carte che furono dei Novarina; forse in quelle che sono dei Bricherasio e già accennate dal Saluzzo, e forse anche presso i Panissera.

Il Conte Francesco Panissera, che fu poi governatore di Novara, era allora aiutante di campo del Bricherasio e fu spedito al Re per

(1) Nominato con Patenti datate dai bagni di Valdieri il 22 Luglio 1755.

(2) Le do, come inedite, in *Appendice* assieme alla patente di nomina del Novarina a colonnello provinciale.

portargli la notizia della vittoria e gli stendali strappati al nemico (1). E che fosse persona colta, e che forse lasciasse scritta qualche memoria del fatto, io lo presumo da un incarico datogli nel 1766. Era venuto fra noi a fare studi militari il Duca Carlo erede del principato di Brunswick-Wolfenbüttel, vincitore dei Francesi a Crevelt (2). Nelle fortezze delle Alpi e nel contado di Nizza lo guidò il Conte Bertola d'Exilles, nella cittadella il Pinto, nell'arsenale il De-Vincenti, negli accampamenti attorno Torino per istudiare le marcie del Principe Eugenio il Papacino d'Antoni; tutti bei nomi e che avranno certamente lasciata una gradita impressione nell'animo dell'ardito guerriero. Ma quando addì 2 d'agosto risaliva la valle del Chisone, il Re gli spedì il conte Panissera (3) acciò rammemorasse a quel Principe i particolari della fatale giornata d'Assietta:

» E l'ombra di Bellisle invendicata,
» Che rabbiosa s'aggira e si lamenta
» In val di Susa, e arretra per paura
» Qualunque la vendetta ancor ritenta ».

E sia così!

---

(1) Si credette, ma non giustamente, che in ricompensa al suo valore venisse il Panissera decorato del titolo comitale. Ciò non è. I Panissera, patrizi antichi di Moncalieri, già consignori di Menabò, di Cellarengo e di Lezzolo, acquistarono Veglio col titolo comitale dopo le famose infeudazioni del 1722 (11 gennaio 1723). Il primo conte fu il vassallo Giuseppe, padre appunto di Francesco.

(2) Giuseppe Maria Boccardi in una sua anonima *Epistola* poetica al Lagrange, stampata in Bologna nella stamperia di Lelio della Volpe nel 1767 a p. XIX salutava l'*eccelso duce* che

« ....fin dal gelato Volga
» Non che da Mulda, ed Istro, Elba e Tamigi
» Muove ver queste mura......
» Il nuovo Achille al di cui nome esulta
» L'Oker, che forte, e intrepido lo vide
» Nel campo degli Eroi volar tra l'armi
» Di vittoria su l'ali »......

Volle anche fare visita alla nostra Università e vi trovò appunto l'insigne professore leggista Gian Francesco Arcasio che stava solennemente pronunziando la sua *promozione* nella laurea in diritto a Pietro Antonio Francesetti.

Se ne conserva ricordo in un raro librettino dell'Arcasio intitolato *Ad Carolum I. Ducem Brunswich-Wolffenbuttel* (Augustae Taurinorum, ex typographia regia (s. a.); 4° di 11 carte innumerate). In esso vi è un'ode latina al Principe colla traduzione poetica volgare pure dell'Arcasio, quindi la dedica latina del Professore al Duca e poi le solite *commendatio* ed *oratio* al candidato.

(3) « Seguitarono (il principe) oltre molti uffiziali, il Governatore di

Appendice I.

La carriera militare del San Sebastiano (nato il 25 gennaio 1710) fu la seguente:

Alfiere nel Reggimento Guardie	18	settembre	1729
Id. nei Granatieri » .	5	agosto	1733
Luogotenente » .	2	febbraio	1734
Grado ed anzianità di capit. » .	19	marzo	1735
Capitano effettivo » .	28	marzo	1738
Grado di maggiore » .	7	maggio	1743
Grado ed anzianità di tenente colonnello nella fanteria . .	28	marzo	1747
Maggiore effett. nel Regg. Guardie	18	aprile	1747
Tenente colonnello effettivo » .	26	febbraio	1750
Grado ed anzianità di colonnello nella fanteria	11	luglio	1755
Colonnello del Reggimento provinciale d'Aosta	27	settembre	1756

nel quale ebbe pur anche il grado di Brigadiere.

Ecco la sua fede obituaria quale leggesi nel *liber defunctorum* della Metropolitana torinese:

« Ill.mo Sig.r Conte e Com.re D. Paolo Federico Novarina di » San Sebastiano, Brigadiere d'armata nelle truppe di S. M. e » Colonnello del Reggimento d'Aosta, figlio nubile del fu Illu- » strissimo Sig.r Conte Francesco Ignazio, d'anni 55 ètc. mu- » nito dei SS. Sacramenti, morto li 12 e sepolto in S. Giovanni » li 14 dicembre 1765 ».

Le ricompense avute dal Bricherasio, dopo il fatto, furono:

Croce di giustizia dell'O. Militare dei Ss. Maurizio e Lazzaro .	25	settembre	1747
Gran Croce	29	settembre	1747

» que' forti (di Fenestrelle) il signor conte Richelmi Brigadiere d'armata, e » Colonnello nel Reggimento la Marina ed il signor conte Panissera, il quale » aveva avuto ordine di trovarsi a Fenestrelle e di seguitare il principe al- » l'Assietta per ispiegargli le circostanze di quella giornata, a cui si era » trovato in qualità di aiutante di campo del signor conte di Bricherasio » comandante generale di quel corpo di truppe, ora Governatore della citta- » della di Torino » (*Ceremoniale del cavaliere di Piozzo*, tomo II; MS.).

Collaz. della Commenda di S. Fede di Vercelli del reddito di L. 2200 . . . . . . bolle 17 nov. 1747

Pensione di L. 300 sulla Commenda di S. Giacomo di Moncalieri . bolle 13 genn. 1748.

Al San Sebastiano invece toccarono:

Croce di giustizia dell'Ordine dei Ss. Maurizio e Lazzaro. . . 27 novembre 1747

Pensione di L. 1000 sulla Commenda di Stupinigi . . . . . . bolle 27 nov. 1747.

Ebbe poi anche una Commenda di L. 1122 detta di S. Antonio di Padova; ma per bolle 17 settembre 1757.

Nel conferire la Gran Croce al Conte di Bricherasio il Re, Gran Mastro, diceva nelle magistrali patenti datate il 29 settembre 1747 da Demonte:

« Corrispose sempre mai alla nostra aspettazione il Cavaliere
» della Sacra Religione ed Ordine nostro Militare dei Santi
» Maurizio e Lazzaro, D. Giambattista Cacherano, Conte di
» Bricherasio, tenente generale nelle nostre armate e colonnello
» del Reggimento nostro la Regina, sia nelle intraprese militari
» toccatele, che nelle commissioni appoggiateli. Tale però si è il
» gradimento ch'egli ha presso di noi incontrato, nella segnalata
» memorabile vigorosissima difesa il dì 19 dell'or scaduto luglio
» de' trinceramenti del Colle dell'Assietta, dimostrando eguale il
» zelo ed il valore alla prudente condotta con cui animò e resse
» le truppe, che in piccol numero aveva, tal che seppe resistere
» alli replicati ostinati attacchi in più parti fatti dalla riguar-
» devole armata gallispana; onde noi per contrassegnarle in qual
» conto abbia a tenersi così distinta la testimonianza delle sue
» lodevoli doti, Ci siamo disposti di promuoverlo alla dignità di
» Cavaliere Gran Croce della Sacra Religione suddetta . . . . . ».

E nel conferirgli la Commenda con bolle da Torino del 17 novembre esprimevasi:

« Dilecto Nobis in Christo Comiti D. Joanni Baptistae Ca-
» cherano a Bricherasio in exercitibus nostris locumtenenti ge-
» nerali, Legionis nostrae peditum, quam Regina vocamus tribuno,
» sacraeque Religionis et Ordinis nostri Militaris Sanctorum Mau-
» ritii et Lazari Magna Cruce equiti sal. et, frat. in Domino

» charit: Quum per obitum equitis et commendatoris Joannis
» Baptistae de Corbeau vacaverit, et ad praesens vacet commenda
» seu praeceptoria sub titulo Sanctae Fidei in suburbio Vercel-
» lensi sita annui nunc redditus librarum bis mille ducentorum
» argenti solid. 20. constantium; cujus collatio et omnimoda di-
» spositio Nostri juris, et Nos singularia magnanimitatis tuae
» monumenta, indefessam constantemque in periculis animi tui
» fortitudinem quibus in muneribus tuis obeundis te praeditum
» novimus aeque ac clarum memorandumque specimen recens
» editum in sustinendis repetitis Gallispanorum agressibus, iisque
» totidem repellendis in memorabili conflictu ad Assietensem
» collem habito; aliquali praemio prosecuturi tibi eamdem Com-
» mendam. . . . . damus. . . . ».

Nelle bolle poi al Novarina, per la pensione di mille lire, le espressioni erano pure molto lusinghiere:

« . . . . . Nos militaris tuae virtutis infractaeque constantiae
» clarum, memorandumque specimen recens editum libenti animo
» repetimus apprime conscii qualem in sustinendis Gallispanorum
» agressibus, iisque totidem repellendis in memorabili conflictu
» ad Assietensem collem habito, magnanimitatem strenuitatem-
» que patefeceris; praemio igitur aliquali tui praestantiam pro-
» secuturi annuam tibi pensionem. . . conferre deliberavimus. . . ».

Quando poi il Novarina fu traslocato dal Reggimento delle Guardie a quello provinciale d'Aosta le *patenti*, seppure non mentono in loro officiale e burocratico linguaggio, dànno la cosa come fatta per richiesta e convenienza sua:

« . . . siccome cogli avanzamenti e cogli alti effetti delle nostre
» grazie che il Conte Paolo Novarina di San Sebastiano, colonnello
» di fanteria e tenente colonnello del Reggimento delle Guardie ha
» conseguito dalla nostra beneficenza palesato abbiamo quanto ci
» riescano grati i suoi servizi, nei quali ha saputo distinguersi e
» coll'accurato impiego che tutt'ora ha fatto de'suoi talenti e con
» una particolare fermezza ne' fatti d'armi regolata da un savio
» discernimento; così nell'*aderire* presentemente *ai di lui desideri*
» prendiamo altresì motivo a dimostrargli la propensione che
» abbiamo per le di lui *convenienze*, nominandolo colonnello del
» Reggimento provinciale d'Aosta invece del Conte Massetti pas-
» sato in quello di Piemonte. . . . . (Venaria Reale, 27 set-

» tembre 1756) ». Quindi non è affatto giusto, quel che dice il Malines che entrare in un Reggimento provinciale equivalesse ad essere *mis de côté*. Infatti il Mazzetti faceva passaggio da un Reggimento provinciale a quello di Piemonte che era d'ordinanza; ed il Novarina stando pur sempre in quel Reggimento pervenne al grado di Brigadiere.

Mi compiaccio anche di pubblicare una inedita ed onorevole testimonianza per i nostri soldati, ringraziando l'illustre generale cavaliere Valfrè di Bonzo, benemerito ed arguto investigatore della nostra Storia militare, che me la additò.

(Archivio della Guerra a Torino — *Ordini generali*; m. 46; f. 134).

« ALL'UFFIZIO GENERALE DEL SOLDO — Oltre ai rinfreschi che » dopo la vigorosa resistenza fattasi il giorno 19 dell'andante » dal corpo delle Nostre truppe ed Imperiali ai replicati attacchi » intrapresi contra i trinceramenti del Colle dell'Assietta, dal- » l'armata Gallispana, fecimo loro distribuire in aiuto a rimet- » tersi dalle fatiche di così memorabile giornata; volendo Noi » avere per quelle di dette Nostre truppe che si sono ritrovate » all'attuale combattimento, un special riguardo, il quale gli » comprovi sempre più il distinto gradimento che ci è risultato » dei valorosi loro diportamenti, vi diremo perciò esser mente » Nostra che facciate gioire gli Uffiziali, Bassi-Uffiziali e Soldati » dei Battaglioni, Compagnie dei Granatieri e Picchetti dei Reg- » gimenti, tanto Nazionali che Provinciali e Stranieri designati » nello stato che vi sarà trasmesso qui unito, formato dal tenente » Generale conte di Bricherasio, li quali intervennero e sono stati » presenti ai mentovati attacchi, d'un mese di paga *gratis* ri- » spettivamente, regolandolo quanto ai detti Battaglioni stranieri » sul piede portato dalle loro capitolazioni, e ciò senza tratto » di conseguenza riguardo ai medesimi; giacchè l'affare suddetto » dell'Assietta non può considerarsi per caso di battaglia, nè di » assedio, nè dar luogo conseguentemente a ciò che dispongono » in simili evenimenti le sovramenzionate loro capitolazioni. Ne » spedirete pertanto su tal piede le vostre livranze, ecc.

» Torino, 28 luglio 1747.

» C. EMANUEL.

BOGINO ».

(F. 135) « *Stato dei Battaglioni trovatisi presenti agli*
» *attacchi ed intervenuti alla difesa dei trinceramenti dell'As-*
» *sietta li* 19 *scorso luglio*; *trasmesso alla Segreteria di Guerra*
» *dal sig. Luogotenente Generale conte di Bricherasio*, *con*
» *lettera dei* 30 *del suddetto mese.*

» Il 1° Battaglione del Reggimento delle Guardie.
» Il 1° e 3° Battaglione di Kalbermatten.
» Il 3° » Roy.
» Il Battaglione di Meyer.
» Uomini 350 del Reggimento di Casale, tra la granatiera,
» picchetti, volontari e distaccamenti destinati tanto per la difesa
» della Butta che di riserva per quella dei trincieramenti.

» Torino, il 1° Agosto 1747.

BOGINO ».

Appendice II.

Per comodo di chi vorrà studiare questo periodo glorioso di nostra storia militare soggiungo una

BREVE BIBLIOGRAFIA

di

pubblicazioni speciali riferentisi alla BATTAGLIA DELL'ASSIETTA.

1. BARTOLI (Professore Giuseppe). *La Battaglia del Colle dell'Assietta* seguita al XIX di Luglio dell'anno MDCCXLVII. Stanze *(e note)*
   - in Torino, nella Stamperia Reale (1747); 4° (di 5 carte senza numeri e di 76 pagine
   - (Mantova, Stabilimento tipografico di Luigi Segna) 1866, 8° (XV-60 pag. — 1 carta; edizione di 200 esemplari numerati.

   Questa ristampa fu eseguita in occasione di nozze del Conte di Bricherasio con una marchesina Cavriani, mantovana.

2. LOSTIA (Cavaliere Agostino). *L'Assietta* (sciolti)
   - Torino, dalla Stamperia Bianco, 1825, 8° (26 pag.)
   ... traduit en Français par le Comte de Loche
   - Chambéry (imprimerie du Gouvernement), 1828, 8° (4 carte senza numeri — 38 pag. — 2 tav. litogr.
3. ROSA (Norberto). *La Battaglia dell'Assietta*, Canzone popolare
   - (nel *Cimento*, rivista; Torino, 1855; VI, 145-147.
4. MANNO (Antonio). Nota (14)
   - (nella *Relazione del Piemonte del Segretario francese Sainte Croix, con annotazioni;* Torino, 1876; p. 227.
5. DABORMIDA (Capitano Vittorio). *La Battaglia dell'Assietta;* studio storico.
   - Roma, tipografia Carlo Voghera, 1877, 8° (137 pag. - 1 tav.
6. CASO (Beniamino) rappresentante la Sezione di Napoli presso la sede centrale del Club Alpino Italiano. — La lapide commemorativa del Colle dell'Assietta.
   - Torino, Stamperia dell'Unione tipografico-editrice, 1878, 16° (16 pag.

   Troppo note e recenti sono le vicende malaugurate di questa lapide, infranta, ed ora più solidamente e solennemente ricollocata a cura del benemerito Club Alpino Italiano.
7. PERRERO (avvocato Domenico). *Il taccuino del Cavaliere di Bellisle*, ucciso alla Battaglia dell'Assietta.
   - (nelle *Curiosità e ricerche di Storia Subalpina;* Torino, 1878; III, 525-529.
8. ISAJA (Cesare). *Il ricordo a' caduti sul Colle dell'Assietta*, postovi dalla Sezione di Pinerolo del Club Alpino Italiano
   - (in *Bollett. del Club Alpino Italiano*; Torino, 1879; XIII, 292-294.

Manoscritti.

I. COPIE *de quelques papiers trouvés sur MM.*rs *de Bellisle et d'Arnault, tués à l'attaque de l'Assiette le* 19 *juillet*, 1747
   - (Ms. Biblioteca del Re. — Milit. 73; Misc. N. 29. — Comincia: « A M.r d'Arnault ... ».

II. Recueil *de plusieurs pièces qui se rapportent toutes à l'histoire de la défense de l'Assiette*
- (Ms. Biblioteca del Duca di Genova, N. 196.

III. Combat *et défense de l'Assiette*
- (Ms. Biblioteca del Duca di Genova, in Miscell. 230; di 9 carte.

Copiato da relazioni e lettere che esistevano nell'Archivio del tenente generale Conte di Bricherasio.

IV. Relazioni *della vittoria riportata sui Francesi dalle truppe di S. M. ed Imperiali sotto il comando del Conte di Bricherasio, al Colle dell'Assietta presso Exilles* (19 agosto 1747)
- (Ms. nell'Archivio di Stato di Torino — (Archivi di Corte). Vedi *Inventario generale* (materie militari), vol. 78, 2.°, pag. 186.

V. Relazione *della battaglia e della vittoria dell'Assietta*
- (Ms. accennato nel *Catalogo del Museo Storico dell'Archivio di Stato in Torino* (Torino 1881), p. 20. Sarà probabilmente o lo stesso o stralciato dal precedente numero.

Chiudo questa breve bibliografia col ricordo di una stupenda stámpa anepigrafe, che rappresenta il fatto dell'Assietta, incisa sul rame in tavola di mm. 520 × 720 da *Giacinto la Pegna, pittore fiammingo;* Roma, 1754.

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

PROGRAMMA.

Due cose riuscirebbero molto utili alla Patria italiana: la prima sarebbe di dare alla coltura le molte terre disabitate della Sardegna, spingendovi elementi di ordine, di lavoro e di popolazione stabile: alle quali condizioni mal soddisfano le attuali colonie penali.

La seconda sarebbe di tenere il più possibile sotto le bandiere i buoni soldati, mediante la fiducia di conseguire dopo un certo numero di anni di servizio, i mezzi coi quali costituirsi una famiglia ed un possesso stabile.

Sembra che codesti due scopi si potrebbero riunire colla istituzione di colonie militari, a somiglianza di quanto fecero i Romani. I denari risultanti dalle rafferme e capitalizzati dall'Erario potrebbero, in tale ipotesi, servire al soldato e sott'ufficiale, congedato dopo parecchi anni, a saldare le prime spese necessarie per porsi alla coltura delle terre che il Governo gli attribuisse in Sardegna a titolo di enfiteusi, o di affittamento, o di donativo.

È chiaro che codeste colonie non dovrebbero essere isolate, ma costituire gruppi di famiglie, nei quali fosse quanto bastasse ad un sufficiente vivere sociale.

Ma il problema è vario e complesso, e va considerato sotto diversi aspetti. Perciò la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia delle Scienze di Torino, lo pone a quesito per concorso di premio ne' termini seguenti:

« *Premessi alcuni cenni storici sulle colonie militari an-*
» *tiche e moderne, sull'indole, sull'utilità e sull'ordinamento*
» *loro, aggiunti altri cenni sui vari tentativi fatti di coloniz-*
» *zazione in Sardegna, ricercare il modo di istituire nell'isola*
» *colonie militari, determinarne il carattere, la regola e l'im-*
» *portanza* ».

I lavori dovranno essere presentati non più tardi del 31 dicembre 1884, in lingua italiana, latina o francese, manoscritti, senza nome d'Autore. L'Accademia ne darà giudizio entro i primi sei mesi del 1885.

I lavori porteranno un'epigrafe, ed avranno unita una polizza suggellata con dentro il nome e il recapito dell'Autore, e di fuori la stessa epigrafe che nel manoscritto. Se questo non vincerà il premio, la polizza verrà abbruciata.

I pieghi dovranno essere suggellati ed indirizzati franchi di porto alla Reale Accademia delle Scienze di Torino.

Di quelli che verranno consegnati alla Segreteria dell'Accademia medesima si darà ricevuta al consegnante.

Lo scritto premiato si stamperà, se l'Autore il consente, nei volumi delle *Memorie accademiche;* l'Autore ne riceverà cento esemplari a parte, e conserverà per le successive edizioni il suo diritto di proprietà.

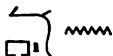
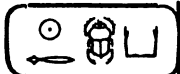
Il premio che l'Accademia propone all'Autore della migliore Memoria, è una Medaglia d'oro del valore di L. **2000**.

Sono esclusi dal concorso tutti i Soci effettivi dell'Accademia nazionali e stranieri.

Torino, il 18 Giugno 1882.

Il Presidente
ERCOLE RICOTTI.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

Adunanza del 2 Luglio 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

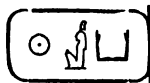
Il Socio Prof. Francesco Rossi legge ed espone il seguente suo lavoro:

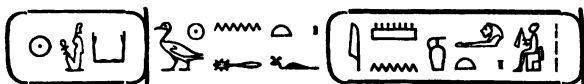
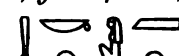
ILLUSTRAZIONE
DI UNA
STELA FUNERARIA
DELLA XVIII[a] DINASTIA
DEL MUSEO EGIZIO DI TORINO.

Fra le numerose stele funerarie, per cui va lodata la collezione egizia del Museo d'Antichità di Torino, è degna di particolare menzione quella, che porta nell'antico catalogo dell'Orcurti il n. 46, e nel nuovo in corso di stampa, è descritta al n. 1456.

Questa stela di pietra calcare bianca con duplice iscrizione geroglifica, una nel diritto e l'altra nel rovescio, misura in altezza m. 0,97 ed in larghezza m. 0,55. È arrotondata in cima con le figure in basso rilievo, e con i geroglifici incavati, e fu fatta a perpetuare la memoria di un regio scriba del tesoro, chiamato *Thoth nefer*, nome composto con quello del dio *Thoth*, e col geroglifico il liuto, simbolo del buono e del bello. A qual periodo poi della storia egizia abbiasi ad assegnare il nostro monumento, lo si può facilmente dedurre dal titolo *mer per en rā-āa χeper-ka*, *sovrintendente della casa di Rā-āa-χeper-ka*, che precede il nome di uno dei personaggi rappresentati nella grande scena funeraria

posta in testa della stela. È questo il cartello prenome di Thothmes I, uno dei gloriosi principi della XVIII dinastia, che Mariette-Bey (1) pone nel XVII secolo avanti Cristo, e segna il periodo più splendido della storia dell'Egitto del nuovo impero, chiamato giustamente dagli storici il periodo delle conquiste egizie. Poichè la lunga guerra sostenuta per la loro indipendenza contro la dominazione dei pastori, aveva svegliato negli Egizi una tale forza d'espansione che, da oppressi che furono, divennero a loro volta oppressori. Ed Amosi il vincitore degli *Hik-sos*, ed il fondatore della XVIII dinastia, dopo avere riconquistati al sud gli antichi confini, portava le armi nella Palestina, ed iniziava quella serie di gloriose spedizioni, che sotto gli Amenofi ed i Thothmes resero rispettato e temuto il nome dei Faraoni in Oriente. I suoi successori Amenofi I e Thothmes I ne estesero maggiormente i confini, il primo, conducendo gli Egizi nel cuor dell'Etiopia, ne compieva la conquista, il secondo rivolgendosi al nord, attraversava i deserti che separano l' Assiria dall' Egitto e portava la guerra ai Retennu, che popolavano le pianure tra l'Eufrate ed il Tigre, lasciando ovunque stele commemorative delle sue vittorie. Alla fine del suo regno Thothmes I si associò al trono la sua figlia *Hatasu*, che sposatasi, secondo l' uso egizio, al fratello Thothmes II, dopo la morte del marito, come tutrice di Thothmes III resse l'Egitto durante la minore età di questo principe che fu il più potente monarca della XVIII dinastia, e sotto il cui scettro l'Egitto raggiunse l'apogeo della grandezza.

Questa principessa, che da parte della madre e dell'avo era la erede legittima del trono, e la rappresentante diretta delle antiche dinastie, usurpò, durante la sua tutela, le insegne e titoli di re, prendendo il cartello di trono *Ra-ma-ka* e facendosi rappresentare sui monumenti sotto forme maschili e femminili. Essa illustrò il suo breve regno con una splendida spedizione marittima a *Ta-neter* (l'Arabia Felice), che è forse la più antica, che ricordi la storia. Le sue galee a trenta remi ed a vele, da lei guidate, traversano il mar rosso, e penetrano nella terra di *Pount*, spingendosi sino all'estremità di *Ta-neter*, ove non aveva ancora alcun egiziano posto il piede. E ritorna

(1) V. MARIETTE-BEY, Aperçu de l'histoire d'Égypte, pag. 43.

colle navi cariche di preziosi prodotti di quelle contrade, come gomme, aromi, pelli di pantere, legni d'ebano, avorii, ori e smeraldi, in una parola, di tutti quegli oggetti, che erano maggiormente ricercati dagli Egizi per l'uso del culto e dei loro principi. A perpetuare poi la memoria di questo glorioso fatto faceva rappresentare nel tempio, da lei innalzato a Tebe, di *Deir-el-Bahari*, in grandi e bellissimi basso-rilievi, le principali scene di questa marittima spedizione, da cui risulta che in quell' occasione furono portati in Egitto anche parecchi animali, come giraffe, cinocefali, babbuini e persino degli alberi colle loro radici (1), rinchiuse colla terra in casse, che ella fece poscia piantare ne' suoi giardini di Tebe, e che, come nota il signor Maspero nella sua storia (2), rappresenta il primo saggio conosciuto di acclimatazione. Ma alla sua morte sorse tale una reazione contro la sua memoria, che vennero martellate quasi tutte le iscrizioni che ricordavano le sue gesta, ed i suoi cartelli coi titoli reali furono in massima parte cancellati, e sostituiti da quelli de' suoi fratelli. Fra i pochi monumenti portanti i cartelli di questa regina, che scamparono a questa guerra di distruzione io ricordo i due preziosi torsi di statua in granito, che rappresentavano questa regina sotto spoglie virili e femminili, uno dei quali conserva ancora sul dorso il cartello prenome *Ra-ma-ka*, come si può vedere nei due bellissimi fac-simili in gesso, che il nostro Museo possiede per gentilezza del Cav. W. Pleyte, conservatore del Museo egiziano di Leida, ove oggi si trovano gli originali di questi due torsi di statue; e la stela in pietra calcare, che si conserva nel Museo del Vaticano, la quale ci dà la leggenda compiuta di questa regina, che è così concepita: [geroglifici] *Re del Nord e del Sud Ra-ma-ka, figlio del Sole del ventre suo Amen-χnum Hatasu.*

Oltre il valore storico il nostro monumento ne possiede un altro non meno importante per la mitologia e filologia egizia, il

(1) Vedi per queste rappresentazioni la grand'opera di I. Dumichen: *Die Flotte einer Ægyptischen Konigin aus dem* 17 *Jahrhundert von unsrer Zeitrechnung.*

(2) V. Maspero, *Histoire ancienne des peuples de l'Orient*, pag. 203. Paris, 1873.

quale deriva dai testi delle due iscrizioni geroglifiche, contenenti alcuni gruppi del tutto nuovi, che ne rendono molto oscura e difficile l' interpretazione. L' Orcurti nella descrizione di questa stela si limita a dire, che la prima iscrizione contiene una offerta ad *Amon-ra*, e che la seconda è composta di nove linee di geroglifici senza accennarne menomamente il contenuto.

Io credo quindi di far cosa non del tutto inutile ai cultori di questi studi col riprodurre i testi delle due iscrizioni, dandone, per quanto mi fu possibile, la traduzione letterale, che accompagnerò di alcuni commenti mitologici e filologici.

Il nostro monumento comincia nel diritto con una grande scena funeraria divisa in due campi. Nel primo, sormontato dal segno simbolico l'*anello a sigillo* (Ω) con lo stendardo dell'occidente ( ) in mezzo ai due *utà* od occhi mistici ( ), sono rappresentati, a destra ed a sinistra, un uomo ed una donna seduti sullo stesso talamo innanzi ad una tavola d' offerte; l'uomo tiene in una mano il fiore di loto, simbolo della risurrezione promessa agli eletti, e nell'altra la benda *senb;* la donna ha pure in una mano la benda *senb* e tiene l' altro braccio disteso dietro le spalle dell'uomo. I primi sono ossequiati da un personaggio vestito della pelle di pantera, indizio del suo alto grado sacerdotale, ed è chiamato nella leggenda che l'accompagna *il fratel suo Senen-hotep;* ed i secondi da una donna colla leggenda *la sorella sua che l'ama signora di casa Hont-àri*, la quale versa da un vaso l'acqua di libazione sopra l'altare. In questa prima parte della scena funeraria sono pure alcune brevi linee verticali di geroglifici con *proscinemi* ( ) due volte puri ( ) *al dio Osiride* a favore dei personaggi seduti. Quelli, che stanno a destra della stela rappresentano il padre e la madre del defunto, come indica la loro leggenda, che suona: , *il padre, maggiordomo Horo giustificato presso Osiride (e) la madre sua, che l'ama; signora di casa Aaḥ-mes, giustificata,*

nome, che essa ha comune colla moglie di Thothmes I, e madre della regina *Hatasu*, che abbiamo sopra menzionato.

Il gruppo a sinistra rappresenta il personaggio principale della stela, cioè *Thoth-nefer*, seduto colla sorella sua maggiore *Hont-ari*, come è chiamata nella leggenda, che l'accompagna: *(son-t-f mer-t-f neb-t per ūr-t ḥont-āri ma-t-χru) la sorella sua che l'ama, signora di casa, maggiore, Hont-ari, giustificata).* Essa porta lo stesso nome della sorella, che fa loro le libazioni, e sebbene non sia qui questo nome preceduto dal consueto gruppo *hime-t-f, la moglie sua*, tuttavia l'essere seduta sullo stesso talamo di *Thoth-nefer*, e l'avere il titolo di *signora di casa*, proprio delle donne maritate, dimostrano che essa era, secondo l'uso egizio, che già sopra notammo, a lui sposata.

Nel secondo campo stanno seduti attorno ad una tavola tutta coperta delle offerte funerarie gli altri membri della famiglia, cioè tre uomini e tre donne. Delle donne una sola è seduta su uno scanno, questa tiene in una mano il fiore di loto, e porta la leggenda: *la sorella sua maggiore che l'ama* *χem-ḥotep, giustificata;* le altre due sono sedute sulle calcagna con un bottone di fiore di loto in mano, e la prima è chiamata *la sorella sua che l'ama* *Thoth-se-t, giustificata,* e la seconda: *la sorella sua, signora di casa* *Bak-t, giustificata.* Gli uomini stanno tutti seduti sullo stesso sedile, e tengono in una mano il bottone di fiore di loto, e nell'altra la benda *senb*. Il primo porta il titolo di *il fratel suo, sovrintendente della casa di Rā-āa-χeper-ka* (che, come dicemmo di sopra, è il cartello prenome di Thothmes I) *Us-ḥat;* il secondo è chiamato *il fratel suo Teta,* ed il terzo, *il fratel suo* *Neb-uā.*

Viene quindi una iscrizione composta di dodici linee orizzon-

tali di geroglifici con due *proscinemi*, uno ad *Amon-ra* perchè conceda al defunto i suoi favori, ed abbia dai sacerdoti e profeti abbondanza di offerte funerarie, e l'altro ad Osiride con invocazione ai signori dei secoli, perchè gli preparino una buona tomba dopo la morte, ed abbia una lieta accoglienza dalle divinità del mondo sotterraneo.

L'iscrizione geroglifica, posta nel rovescio della stela, è parimente preceduta da alcuni segni simbolici, che qui sono l'anello a sigillo (Ω), le linee ondulate (≋), il vaso (▽) ed i due occhi mistici fra i due stendardi dell' oriente e dell' occidente. L'iscrizione geroglifica, che segue, composta di nove brevi linee orizzontali, contiene un'invocazione agli dei infernali perchè siano ricordati nelle principali feste dell' anno i defunti *Thoth-nefer* e la sorella *Hont-ȧri*, rappresentati in fondo dell'iscrizione inginocchiati in atto di adorazione.

Il modo, in cui sono martellati i contorni di questa seconda iscrizione (1) ci fa supporre, che il nostro monumento fosse infisso in una delle pareti sepolcrali, o più probabilmente formasse da questa parte della stela una specie di nicchia destinata forse a qualche uso del culto, che poscia venne distrutta per rendere eguali le due pareti.

Noi cominciamo colla trascrizione in lettere romane, secondo l' alfabeto proposto dal Lepsius (2) delle due iscrizioni geroglifiche, a cui faremo seguire la traduzione letterale accompagnata dai commenti.

L'iscrizione del diritto suona:

Suten ḥotep ţu Amen-Rā neb nes-t-u ta-ui_pauti ta en sop tep χent ȧpet-u χem χeper t'ĕsef neb er-ter em se-t-f neb-t tu-f ānχ en mer en-f ȧatu en ţu-ţu su em ȧb-f nef en ro-f em hes-t-u-f ȧn feχ-en-f χer t'et-ta mā-f neter ȧtef temu ȧmen-men χet neb-t uš-f ta ḥat' tot-ui f uab er ţuau-t en ţuau reχi-u ar-f ḥemes em ȧn-t-u χenemes-f uab-u neter-hon-u tu-sen en-f uu-tu er-sti-ro-u, mes-t-u er terȧ en χaui ȧm-f ḥen senen (leggi *un-f-ḥenā sen*) *un ḥer bābāf ḥenā ȧmu-ȧbot šep-f sennu em ȧχu-t χet-f neter em χet-f mās ut nef ţema em uben*

(1) V. la tavola in fine della Memoria.

(2) C. R. Lepsius, *Standard alphabet*, pag. 193.

sopt tep χet em pet-t em bāḥ en ka en (ān) heseb bak-ta-ui χerpu res meh-t meḥ ȧb en suten em āp-t neb-t uā ȧker ḥes en neter-f ān per-ti ḥat' Thoth (nefer) ma-χru.

Suten-ḥotep-ṭu Asȧr neb Tatu neter āa neb ȧbṭu neb ḥeḥ hik t'e-t-ta āu Thoth-nefer ma-χru χer neter āa t'eṭ-f i u-ȧ χer-k Unnefer Anpu χerp neter-u seper-ȧ em neb-u ḥeḥ s-menχ-t-sen ḥer-t-ȧ en em-χet ter-en-tet ut'ef-tu em ḥerȧ ȧr-tu ḥeḥ ȧm āk per em maχru šes-ȧ neb ta-ser ṭeḳ-ȧ χa-t-ȧ em nu-t ent ḥeḥ ḥenā āb ṭuau šop-ȧ ḥotep-u em neter-χar ḥer ṭebu āa en Unnefer t'a-ȧ ušeχ-t ent mā-ti em ḥotep sop-seu χnum-ȧ tepeh-t ȧm-t ḥeḥ em ȧsi ȧn Neter-χar ak-em per-em ter-ti per sāḥ šes-f ḥunnu-t terp-tu-f em menti-u ta-u ḥek-t ȧrp . . . . em hru ent hru neb en ka en nės nemma mā em taer-ter-f-an ḥeseb bak-ta-ui ān per-ti ḥat Thoth nefer ma-χru . . .

La trascrizione in lettere romane della seconda iscrizione è: *ȧ neter-u ȧm-u Neter-χar ḥemesi-u ro-ma neb-er-ter sotemi-u ȧp-ro-f seχa-ten suten ān Thoth nefer ma-χru em ūχ-ḥeb em Thoth-ḥeb em ḥeb en em ḥeb neb en pe-t en ta er-neḥeḥ ḥenā t'e-t-ta son-t-f mer-t-f merer-t-f ent se-t-ȧb-f neb-t per-t Hont-ari ma-χru-t.*

Ecco ora la traduzione letterale delle due iscrizioni:

« Proscinemi ad *Amon-Rā*, signore dei troni delle due regioni,
» dio primordiale, residente in *Apet-u*, dio potente che genera
» se stesso, signore universale in ciascuna delle sue sedi perchè
» doni la vita a colui che egli ama, la nobiltà collocandola nel
» suo cuore l'alito della sua bocca per i suoi canti (lodi) non
» sia per sempre distrutto. Egli vede il dio, padre degli uomini
» mettendo in moto ogni cosa; si pasce dei pani bianchi, le
» mani sue sono pure nel *tuau* adorando i *reχi-u*; egli siede
» nella sala delle colonne, egli è l'amico dei sacerdoti e dei
» profeti, essi danno a lui abbondanza di focaccie e di pani al
» tempo della sera; egli è con essi all'apertura della tomba e
» conversa con gli *amu-abot;* egli riceve le offerte funerarie . . .
» . . . ; è apportato a lui un *tema* (nome di una misura egizia)
» trabocchevole di provvigioni di ogni sorta disposte innanzi al *ka*
» dello (scriba) di contabilità, servitore delle due terre, provveditore
» delle regioni del sud e del nord, colui, che riempie il cuore del

» suo signore in tutti i suoi atti, l'unico perfetto, favorito del suo
» dio, lo scriba del tesoro *Thoth (nefer)*, giustificato.

« Proscinemi ad Osiride, signore di *Tatu*, dio grande, signore
» d'Abido, signore dei secoli, re dell'eternità, lo scriba *Thoth-*
» *nefer*, *giustificato* presso il dio grande dice: io vengo a te
» *Unnefer* (e) ad *Anpu* principe degli dei, io mi accosto ai
» signori dei secoli, essi mi preparano la mia tomba per il
» seguito quando riposerò nella dimora dell'eternità che io entri
» ed esca come giustificato. Io seguo il signore di *Ta-sar*, il
» mio corpo riposa nella città dei secoli; ed entrando nel *tuau*
» io ricevo le libazioni nel neter-χar dal grande albero di Un-
» nefer; io traverso la sala della doppia giustizia in pace in pace;
» io mi unisco alla caverna nel tempo senza fine, nella siringa del
» Neter-χar. Egli entra ed esce colle lamentatrici, la mummia
» esce e segue la giovane dea, è nutrita colle sue mammelle.
» Pani, birra, latte, vino, ecc. (sono dati) tutti i giorni *al ka*
» del sovrintendente delle caldaie (?) che guarda sulla terra in tutta
» la sua estensione, lo scriba di contabilità, il servitore delle due
» terre, lo scriba del tesoro *Thoth-nefer* giustificato, figlio della
» signora di casa, ecc. ».

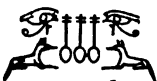
L'iscrizione del rovescio dice: « Oh! dei che siete nel *Neter-*
» *χar*, sedenti col signore universale, ed ascoltanti le sue parole,
» ricordate il regio scriba *Thoth-nefer* giustificato nella festa
» dell'uχa, nella festa di *Thoth*, nella festa della metà del mese,
» nelle feste tutte del cielo e della terra per sempre ed in
» eterno (e) la sorella sua che l'ama, l'amica di lui, che risiede
» nel cuore di lui, la signora di casa *Hont-ari* giustificata ».

COMMENTARIO.

Fra i segni simbolici, che più frequentemente si trovano in testa delle stele funerarie è il disco solare munito di due ali, di cui una designa, secondo il sig. E. De-Rouge (1), il cielo settentrionale e l'altra il cielo meridionale. Il disco è spesso ancora ornato di due *urei*, il primo colla corona rossa o del nord, ed il secondo con quella bianca o del sud, e talvolta è

---

(1) V. E. De-Rougé, *Notice sommaire des Monuments Égyptiens*, p. 45.

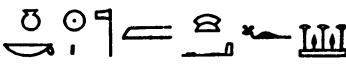
accompagnato da due sciacalli fra loro affrontati e chiamati nei testi sacri i *guidatori delle vie celesti del Nord e del Sud*. In alcune stele il disco solare è sostituito da un liuto o da tre liuti riuniti in mezzo a due occhi mistici; in questo caso il liuto simboleggia la bellezza e lo splendore dei raggi solari, ed i due occhi mistici rappresentano il sole del cielo settentrionale e quello del cielo meridionale (1); ed anche questo gruppo è spesso seguito dall' immagine dei due sciacalli affrontati, come in questa rappresentazione tolta dalla stela descritta al n. 1459 del nostro nuovo catalogo. Infine il disco può essere sostituito ancora dall'anello a sigillo (Ω) simbolo dell'orbita solare e del periodo dei tempi, accompagnato spesso dalle tre linee ondulate (≋) e dal vaso (▽) in mezzo ai due occhi mistici. Il vaso era il simbolo dello spazio immensurabile, e le tre linee ondulate significavano all'occhio dell'egiziano l'abisso od etere celeste percorso dal sole e dagli astri. E queste diverse scene alludono tutte al corso giornaliero del sole, che divide il nostro globo nei due emisferi, australe e boreale, che egli illumina e feconda coi suoi raggi.

L'identità di significato, in queste varie rappresentazioni, delle ali del disco solare, degli occhi mistici e dei sciacalli è dimostrata chiaramente da due stele pure del nostro museo (2), in cui il disco solare è rappresentato con un'ala, e l'altra è sostituita, in una di esse, dall'occhio mistico, e nell'altra dallo sciacallo.

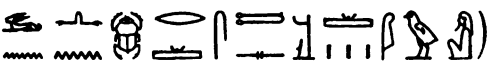
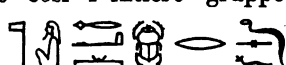
L'anello mistico raffigurato nel diritto della nostra stela è sormontato dallo stendardo dell' occidente, che serviva pure ad indicare il mondo sotterraneo, epperò la riunione di questi due segni verrebbe a significare anche il corso notturno del sole, che dividerebbe pure quella regione in due parti boreale ed australe. E questo concetto sembrami confermato pure da una nostra stela (3), rappresentante entro un triangolo, posto al disopra della scena funeraria, lo stendardo dell'occidente fra due sciacalli.

---

(1) V. Eug. Grébaut, *Hymne à Amon-ra* - Notes, pag. 268. Paris, 1874.

(2) V. Orcurti II, pag. 37, n. 54 e pag. 25, n. 20, e n. 1523 e 1524 del nuovo Catalogo.

(3) V. n. 1609 del sovracitato nuovo Catalogo.

Col porre infine, come vediamo nel rovescio della nostra stela, l'anello mistico, le linee ondulate, il vaso ed i due occhi mistici fra gli stendardi dell'oriente e dell'occidente venivano a segnalare i quattro punti cardinali secondo i quali dovevano essere orientali tutti i monumenti funerari.

[hieroglyphs] *Pauti ta en sop tep.*

Questo gruppo sebbene di significato molto oscuro, costituisce uno dei titoli d'Amone, ed allude senza alcun dubbio alla primordialità di questo dio, chiamato spesso nei testi sacri il dio *della prima volta* ([hieroglyphs]). La traduzione letterale di tutto il gruppo sarebbe (del) *cielo della terra della prima volta.* E forse l'autore dell'iscrizione volle con queste parole alludere ad Amon-ra, come creatore del mondo. Poichè dalla cosmogonia egizia, come è esposta nel capitolo 17 del *libro dei morti*, noi ricaviamo che *Atum* il sole notturno, o meglio la forma oscura, che precede Ra, il sole luminoso era l'*unico esistente nel Nun* l'Abisso celeste ossia l'elemento acqueo, e questo è espresso nel principio di quel capitolo con queste parole [hieroglyphs] *Io sono Atum allorchè era solo nel Nun;* quindi soggiunge: [hieroglyphs] *Io sono Ra col suo diadema, allorchè ha cominciato la sovranità che ha fatto;* e spiega quest'ultima frase dicendo: *è Ra allorchè cominciò ad apparire nel regno che ha fatto, allorchè non esisteva ancora il firmamento* ([hieroglyphs]). Da *Atum* sorge quindi *Ra* che divide i quattro elementi, che prima esistevano nel *Nun* come forze disordinate e confuse, e col separare il cielo dalla terra produce la luce, che dà la vita a tutti gli esseri. Il che concorda pure coll' inno ad *Amon-ra* citato dal sig. Lefebure nella sua opera: *Le mythe Osirien*, ove questo dio è così invocato: *Tu signore del cielo, signore della terra, hai fatto le*

stelle, che sono nel cielo, gli uomini che sono sulla terra, ecc. E nel papiro funerario da me pubblicato negli Atti di quest'Accademia (1), *Ra* è chiamato *Dio unico che fu nel principio, ogni dio fu dopo di lui* ( )

Ora stando alla etimologia del nome *Amon-ra*, la cui prima parte (Amon) significa nella lingua egizia l'*occulto*, il *nascosto*, nulla vieta di identificarla con *Atum*, la forma oscura di *Ra*, e quindi considerare tutto il nome come la riunione delle due divinità primitive (*Atum* e *Ra*) nominate nel capitolo sovracitato. Questa identificazione sarebbe pure conforme alla natura degli dei dell'Egitto, che rientrano, per servirmi di un'immagine, come scatole chinesi, gli uni negli altri, poichè essi non sono che manifestazioni sensibili ed aspetti diversi della divinità prima, assoluta, incomprensibile.

Apetuu, scritto anche e è il nome di un quartiere di Tebe, e designa più specialmente *Karnak* e Luχsor che trovansi sulla riva destra del Nilo.

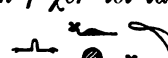
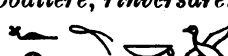
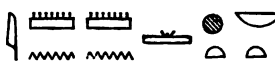
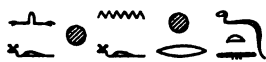
. Il primo segno di questo gruppo, che rappresenta una specie di scettro, è letto dal sig. Brugsch (2) ora *χerp* ( ), ora *seχem* ( ). Colla lettura *χerp*, corrispondente al copto ϣορπ, ha questo segno diversi significati; i principali sono: *primeggiare, andare innanzi, precedere, esser primo, capo, comandare, far omaggio, offrire*, nel senso di presentar tributi come in quest'esempio *il re stesso presenta le primizie del bottino ad Amone* (3). Colla lettura *seχem* (letto da altri anche *χem*, da cui è venuto il copto ϫεμ *menf.* ϭομ *teb.*) ha pure diversi significati, e si

---

(1) V. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XIV, p. 1203.

(2) V. Brugsch, *Hieroglyphisch-Demotisches Wörterbuch dritter Band S.* 1129, *and vierter Band S.* 1289.

(3) Brugsch, *id.* vol. IV, pag. 1682.

usa nel senso di *possedere*, *reggere*, *governare*, quindi *autorità*, *forza*, *potenza*, *signoria;* onde col determinativo della divinità viene ad esprimere a un di presso lo stesso concetto del gruppo *neter-āa* (dio grande); e così l'intiero gruppo non sarebbe che una variante del titolo *neter-āa χeper tesef* dato al dio *Ra* nel capitolo XVII del *libro dei morti*, e che secondo il significato, che si vuol dare alla radice *χeper*, può tradursi *il dio grande che esiste per se stesso*, oppure *il dio grande che genera, o procrea se stesso.* Questa seconda interpretazione sarebbe confermata da un altro titolo dato al dio supremo di , *toro di sua madre*, secondo il quale, gli egiziani, che non sapevano concepire alcuna generazione senza i due elementi maschile e femminile, si rappresentavano il loro dio supremo, come il fecondatore della propria madre. Infatti per essi l'elemento femminile era del tutto passivo, e serviva solo, se così posso dire, di *substratum*, in cui si compieva il grande atto della generazione, ma tutta la virtù generativa risiedeva nel maschio, epperò il dio si procreava da se stesso nel seno di *Nun*, l'abisso celeste, chiamato appunto la madre di tutti gli dei.

Neb er-ter: questo gruppo che rappresenta un titolo speciale di Osiride, significa letteralmente *il signore del tutto*, ed il trovarlo qui unito al nome di *Amon-rā* conferma quello che dissi poc'anzi della natura degli dei egizi.

An-feχ-en-f-χer tet-ta. Credo qui il testo scorretto, ed abbiasi a leggere oppure ; entrambe queste radici significano *abbattere*, *rinversare*, *rovinare*, *distruggere* come in quest'esempio , *tu hai distrutto il paese dei χeta*, e nel nostro caso l'intero gruppo sarebbe a tradursi *non sia egli distrutto per sempre*, voto che è conforme alle credenze degli egizi, se-

condo le quali le anime dei malvagi dopo avere subito ogni sorta di tormenti nel mondo sotterraneo venivano annientate, o come è detto nei loro testi sacri, condannate alla *seconda morte*, mentre le anime dei giusti vivevano eternamente.

. *Amen-men χet-neb-t* è una forma raddoppiata di e significa secondo Brugsch (1) *agitare*, *mettere in moto;* epperò il defunto qui chiede, che gli sia concesso di vedere il *dio*, *padre degli uomini*, ossia il sole (*Ra*), quando sorge al mattino sull'orizzonte e mette in moto e dà vita a tutto il creato. Infatti una delle felicità promesse alle anime riconosciute pure presso il tribunale di Osiride è appunto quella di poter contemplare il sole quando *sorge sull'orizzonte orientale del cielo*, ed uno dei capitoli del *libro dei morti*, che contiene un inno al sole, porta questo titolo ecc. *adorazione a Rā Hor-χuti quando sorge sull'orizzonte orientale del cielo*, ecc.

uš-f ta-ḥat, *uš* si dice del pascolo e dei grani che si danno alle oche ed agli uccelli per ingrassarli; onde la traduzione letterale del nostro gruppo sarebbe: *s'ingrassi di pani bianchi o lucenti.* Questi pani bianchi facevano parte delle provvigioni funerarie, che si offrivano ai defunti nelle feste della necropoli, come risulta da questo passo della grande iscrizione di *Beni-Hassan* del tempo di *Amen-em-ha-t II;* affinchè possa offrirmi questo pane bianco e questa birra ( ) (2).

år-f ḥemes-t em ån. Il Brugsch nel suo dizionario (Vol. 5, p. 85) traduce questa frase per *er*

(1) V. G. Maspero, *Egyptian documents relating to the statues of the dead*, pag. 14. London, 1880.

(2) V. Brugsch, Dizionario sovracitato, pag. 69.

nimmt Platz (*oder er bereitet den Sitz*) *im Säulensaale* scritto anche designa, secondo questo autore, un luogo ornato di colonne, e si usa specialmente ad indicare la sala della giustizia.

uu-tu ta-u er seti-ro-u mes-t-u: il primo di questi due gruppi colla radice *sti* copto ⲥⲧⲟⲓ *profumo*, *odore* e col segno della bocca ( ) sarebbe a tradursi *pani* (letteralmente *grandezza* od *abbondanza di pani*) *per il profumo della bocca*, e doveva probabilmente significare una specie di pani profumati a un dipresso come le nostre focaccie. *mes-t-u* plurale di scritto anche significa *pane, cibo*, e si trova unito al determinativo *la notte* nella forma ad indicare il cibo della sera, in opposizione ad il cibo del giorno.

Il gruppo *àm-f ḥeu-senen* è per me indecifrabile, e lo credo più tosto un errore del lapidario, che ingannato dalla rassomiglianza dei segni scrisse (*àm*) invece di (*un*); se così è, anche la seconda parte del gruppo devesi correggere, e scriverlo in questo modo: *un-f ḥenā-sen, egli è con essi, alla festa dell'apertura della tomba.* *Un-ḥer* letteralmente *aprire la faccia:* ma considero qui la seconda parte del gruppo (la faccia) come una forma abbreviata, se pure non errata dal gruppo , che ci è dato nella seconda parte di quest' iscrizione, epperò tradussi l'intero gruppo *all'apertura della tomba.*

bābā-f ḥenā àmu-àbot (e) converso con gli *àmu-àbot.* La parola *àmu-àbot* significa

letteralmente *quelli che sono nel* o *col mese*, ed è il nome di quei sacerdoti che dovevano servire gli dei in questo o quel mese; poichè, secondo le dottrine egizie, ogni mese dell'anno era consacrato ad un dio speciale, ed ogni giorno del mese aveva la sua divinità.

[hieroglyphs] *šep-f sennu émaχu-t χet-f neter em χet-f;* non mi è riuscito di ben comprendere il senso di questo passo; il gruppo [hieroglyphs] significa in generale *pane*, *nutrimento*, ma si trova pure non di rado usato ad indicare le offerte convalidate e constatate per le divinità e per i morti (1). In questo caso si potrebbe tradurre il nostro passo così: *Egli riceve la lista delle offerte per illustrare il suo χet* (cosa, possessione); quest'ultima parola (*χet*) si trova spesso nelle iscrizioni funerarie unita al segno *neb* ([hieroglyph]) per indicare l'insieme delle offerte che si fanno ai morti, come in quest' esempio tolto da una delle stele del nostro Museo [hieroglyphs] *χet-neb nefer uab neter ānχ âm*, *cose tutte buone e pure di cui vive il dio.*

[hieroglyphs] *em-bāḥ en ka en (ān) heseb* innanzi al *ka dello scriba di contabilità:* la radice *ka* ([hieroglyph]) ha vari significati, unita al nome di un defunto vuolsi prendere nel senso del greco εἰδωλον *simulacrum*, *immagine* (2).

[hieroglyphs] *bak ta-ui*, *il servitore delle due regioni*, cioè a dire colui che rende servizio alle due terre, l'alto e basso Egitto. È questo un titolo pure del sole come illuminatore e benefattore del mondo.

---

(1) Brugsch, Dizionario sovracitato, V. 7, pag. 1075.

(2) V. P. Lepage-Renouf, *On the truc sense of an important Egyptian Word.* - Transactions of the Society of Biblical Archeology, vol. VI, part. 2, pag. 495.

[hieroglyphs] *seper-ȧ-em neb-u ḥeḥ, io mi accosto ai signori dei secoli;* presso i piedi della civetta ([hieroglyph]) evvi nella pietra una piccola rottura, che sembra, nella forma, all'orecchio di bue ([hieroglyph]), iniziale della radice *sotem* ([hieroglyphs]) *ascoltare, ubbidire,* ecc.; se questo segno realmente esiste, sarebbe il passo a tradursi: *io m'accosto ascoltando* (cioè ubbidiente e sottomesso) *ai Signori dei secoli.*

[hieroglyphs]

ter-entet uṫef-tu em ḥer-t ȧr-tu ḥeḥ, allora che riposerò nella dimora dell'eternità, la radice [hieroglyphs] *uṫef* corrisponde al copto ⲟⲩⲱⲥϥ *vacare, otiosus esse,* ed è usata con lo stesso significato nel geroglifico; il gruppo [hieroglyphs] *ḥer-t* significa letteralmente la *regione* o *montagna superiore,* e serve ad indicare secondo il sig. Brugsch (v. Diz. v. 6, p. 830) la *necropoli tebana* ed in generale il luogo dei morti, la tomba, epperò la traduzione letterale di tutta la frase sarebbe: *allorchè è ozioso nella montagna superiore, fatto il tempo illimitato.*

[hieroglyphs], considero il primo segno di questo gruppo come composto del geroglifico [hieroglyph] *teb* combinato col segno [hieroglyph] *āa,* e leggo l'intiero gruppo *tebu āa;* questa parola deve designare uno degli alberi sacri ad Osiride. Il signor Brugsch trascrive questo gruppo semplicemente [hieroglyphs] a cui dà il valore congetturale di albicocco, e traduce la frase: [hieroglyphs] (*šep-ȧ-ḥotep-t-u em neter-χar ḥer tebu en Unen nefer*) per ich empfange die Opfer in der Unterwelt ausser den Aprikosen des Unnofer (1).

(1) V. Diz. del Brugsch, v. VII, p. 1362.

āk-per-f em terti-u. Egli entra ed esce colle lamentatrici; qui havvi cambiamento di persona, così frequente nei testi egizi; *terti* è il nome con cui sono specialmente designate le due sorelle *Iside* e *Neftis*, che fanno le lamentazioni al letto funebre d' *Osiride;* col determinativo dell'uomo seduto col *neχeχ*, come nel caso nostro, potrebbe anche significare gli *esseri eletti*, e quindi tradurre: *egli entra ed esce cogli eletti.*

šes-f ḥunnu-t, segue la giovane dea. Ma chi può essere questa giovane dea? Probabilmente sarà la dea *Hathor* o *Mehūrt*, che secondo le credenze egizie riceve il defunto alle porte dell' *Amenti*, ed è rappresentata nelle scene che ornano le casse funerarie in forma di vacca, che esce dalla montagna dell'occidente.

Questo titolo, che leggesi *nes nem* o *nemma* significa *il preposto al nemma;* il vocabolo *nemma* col determinativo del bronzo ( ) sembra usarsi nel senso di *caldaie*, od altro arnese di bronzo appartenente ai templi.

sotemi-u ǎp-ro-f, ascoltanti le sue parole; ǎp-ro corrisponde al copto ⲧⲁⲡⲣⲟ, significa letteralmente *capo* o *principio della bocca*, e si prende, come la parola copta, nel senso di *bocca*, quindi di *parola, orazione*, ecc.

ūχ-ḥeb, festa dell'*ūχa*. Solevasi questa festa celebrare quando il Nilo nelle sue periodiche inondazioni incominciava ad allagare la campagna ed era una delle principali feste di Osiride.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

dal 1° al 30 Giugno 1882

	Donatori
The American Journal of Philology, edited by Basil L. GILDEYLEEVE; vol. III, n. 9. Baltimore, 1882; in-8°.	Università J. HOPKINS (Baltimora).
American Journal of Mathematics; edited by J. J. SYLVESTER; published under the auspices of the Johns Hopkins University; vol. IV, n. 3. Baltimore, 1881; in-4°.	Id.
American chemical Journal edited by Jra REMSEN; June 1882. Baltimore, 1882; in-8°.	Id.
Peabody Institute of the city of Baltimore; fifteenth annual Report, June 1, 1882. Baltimore, 1882; 1 fasc. in-8°.	Istituto Peabody (Baltimora).
Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia; vol. V. Batavia, 1881-82; in-4°.	Osservatorio di Batavia.
Verhandelingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen; Deel XLIII. Leiden, 1882; in-4°.	Società di Arti e Scienze di Batavia.
Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; I-XVII; etc. Berlin, 1882; in-gr. 8°.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz, herausgegeben von der geol. Commission der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft etc. 23 Lieferung; - das Südwestliche Graubünden und Nordöstliche Tessin, enthalten auf Blatt XIX des eidgen. Atlas, von Dr. Friedrich ROLLE. Bern, 1881; in-4°.	Commissione per la Carta geologica della Svizzera (Berna).

Società Elvetica di Sc. naturali (Berna).
Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1881; II Heft, n. 1018-1029. Bern, 1882; in-8°.

Id.
Compte rendu des travaux présentés à la soixante-quatrième session de la Société des Sciences naturelles réunie à Aarau les 8, 9 et 10 Août 1881. Genève, 1881; 1 fasc. in-8°.

Id.
Verhandlungen der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Aarau den 7, 8, 9 und 10 August 1881; 64 Jahresversammlung, Jahresb. 1880-81. Aarau, 1881; in-8°.

Acc. delle Scienze di Bologna.
Memorie della Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; serie IV, t. 3, fasc. 1. Bologna, 1882; in-4°.

Società Med.-chirurgica di Bologna.
Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; serie sesta, vol. IX, Maggio 1882. Bologna, 1882; in-8°.

Società di Geogr. comm. di Bordeaux.
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, n. 11-12, 5 et 19 Juin 1882. Bordeaux, 1882; in-8°.

Osserv. nazionale Argentino (Buenos Aires).
Resultatos del Observatorio nacional Argentino en Córdoba; Benjamin A. Gould Director; vol. II: Observaciones del año 1882. Buenos Aires, 1881; in-4°.

Id.
Anales de la Oficina meteorologica Argentina, por su Director Benjamin A. Gould; t. II. Buenos Aires, 1881; in-4°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. LI, part. I, n. 1; 1882. Calcutta, 1882; in-8°.

Id.
Proceedings of the Asiatic Society of Bengal; etc. n. 3, March 1882. Calcutta, 1882; in-8°.

Società Reale di Edimborgo.
Transactions of the Royal Society of Edinburgh; vol. XXX, part I, for the Session 1880-81.

Id.
Proceedings of the R. Society of Edinburgh; session 1880-81. Edinburgh, 1881; in-8°.

Associazione democr. costituz. di Firenze.
Associazione democratica costituzionale di Firenze: Pubblicazioni della 1ª Commissione permanente (stampa, questioni politiche e sociali); fasc. 1. Firenze, 1882; in-8°.

Società Senckenbergiana di Sc. naturali (Francoforte).
Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft; XII Band, 3 und 4 Heft. Frankfurt a. M., 1881; in-4°.

Id.
Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft; 1880-1881. Frankfurt a. M., 1881; in-8°.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig; n. XV der hist. nation. Section XXIII, F. O., WEISE, die Griechischen Wörter im Latein. Leipzig, 1882; in-gr. 8°. — R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).

Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig; VIII Jahrgang, 1881; pag. 1-50. Leipzig, 1882; in-8°. — Società di Sc. naturali di Lipsia.

Memoirs of the R. astronomical Society of London; vol. XLVI, 1880-81, London, 1881; in-4°. — R. Soc. astron. di Londra.

Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLII, n. 7. May 1882. — Id.

The quarterly Journal of the geological Society of London; etc. Vol. XXXVIII, n. 150, May 1, 1882. London, 1882; in-8°. — Società geologica di Londra.

Journal of the R. Microscopical Society of London; etc. Ser. 2, vol. II, part 3, June 1882. London, 1882; in-8°. — R. Società Microscopica di Londra.

Anales del Ministerio de Fomento de la República Mexicana; t. VI. Mexico, 1882; in-gr. 8°. — Osservatorio meteorol. centrale del Messico.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie seconda, vol. XV, fasc. 8-20. Milano, 1882; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Associazione meteorologica italiana: - Bollettino decadico pubblicato per cura dell' Osservatorio centrale del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; anno X, 1881-82, n. 3 -, febbraio 1882. Torino, 1882; in-4°. — Osservatorio del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, etc.; année 1881, n. 3. Moscou, 1882; in-8°. — Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca.

Bullettino della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali, ecc.; t. II, n. 2, Maggio 1882. Padova, 1882; in-8°. — Società Veneto-Trentina (Padova).

Hortus botanicus panormitanus, sive plantae novae vel criticae quae in horto botanico panormitano coluntur, descriptae et iconibus illustratae, auctore Augustino TODARO; t. II. Panormi, 1879; in-fol.°. — L'Autore Dirett. dell' Orto botanico di Palermo.

Revista Euskara; año quinto, n. 46; abril de 1882. Pamplona, 1882; in-8°. — La Direzione (Pamplona).

Annales des Mines etc. Septième série, t. XX, 5 et 6 livraisons. Paris, 1881; in-8°. — Amministrazione delle Miniere di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société de Géographie, etc. Décembre 1881. Paris, 1881, in-8°. — Società di Geogr. (Parigi).

Processi verbali della Società toscana di Scienze naturali; vol. III, - adunanza del 13 Nov. 1881, pag. 1-27; - del 12 Marzo 1882, pag. 93-136. Pisa, 1881-82; in-8°. — Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa).

Osserv. imperiale di Rio Janeiro. — Bulletin astronomique et météorologique de l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro; Mars 1882, n. 3. Rio de Janeiro, 1882; in-4°.

Ministero d'Agr., Ind. e Comm. (Roma). — Statistica delle Banche popolari: — Situazione delle Banche alla fine del 1880 e movimento degli affari durante l'anno stesso. Roma, 1882; 1 vol. in-gr. 8°.

Id. — Annali dell'Industria e del Commercio; 1882; - Commissione centrale dei valori per le dogane, Sessione 1881-82. Roma, 1882; 1 vol. in-8°.

Id. — —— Atti della Commissione consultiva per la pesca, Sessione 1881. Roma, 1882; 1 fasc. in 8°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). — Transunti della R. Accademia dei Lincei, ecc., serie terza, vol. VI, fasc. 13. Roma, 1882; in-4°.

R. Comitato geol. d'Italia (Roma). — Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; n. 3, 4; Marzo e Aprile 1882. Roma, 1882; in-8°.

Amministrazione del Museo Austr. (Sydney). — Catalogue of the Australian Stalk and Sessile-eyed Crustacea; by W. A. Haswell, etc. Sydney, 1882; 1 vol. in-8°.

Unione per le Sc. nat. patrie del Wurtemberg (Stoccarda). — Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Würtemberg; etc. XXXVIII Jahrgang. Stuttgard, 1882; in-8°.

Il Municipio della Città di Torino. — Sessioni del Consiglio Comunale di Torino; n. 27-32. Torino, 1882; in-4°.

Id. — Bollettino medico-statistico della città di Torino; anno XI, n. 19-22, dal 7 Maggio al 3 Giugno 1882. Torino, 1882; in-4°.

R. Istit. tecnico di Torino. — Annali del R. Istituto tecnico, industriale e professionale di Torino; vol. X, anno 1881-82. Torino, 1882; in-8°.

S. M. Il Re d'Italia. — Flora Brasiliensis: Enumeratio plantarum in Brasilia hactenus detectarum, quas suis aliorumque Botanicorum Studiis descriptas et methodo naturali digestas, partim icone illustratas ediderunt C. Frid. Ph. De Martius, eoque defuncto, successor A. G. Eichler, etc.; fasc. LXVIII-LXXXV. Lipsiae, MDCCCLV-LXXXI; in-fol.°.

Sig. Principe B. Boncompagni. — Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni; t. XIV, Luglio 1881; in-4°. Roma, 1881; in-4°.

Id. — Alcune lettere inedite di Galileo Galilei pubblicate e illustrate da Gilberto Govi. Roma, 1882; 1 fasc. in-8°.

Id. — Supplément à la Bibliographie de Gergonne; par M. Charles Henry. Rome, 1882; 1 fasc. in-4°.

Notice sur un manuscrit inédit de Claude Mydorge, par M. Charles HENRY, suivie d'extraits de ce manuscrit. Rome, 1882; in-4°. — Sig. Principe B. BONCOMPAGNI.

Giacomo Manzoni; Studii di bibliografia analitica, ecc., di P. RICCARDI. Roma, 1882; 1 fasc. in-4°. — Il Direttore.

La Toscana industriale e agricola; Rivista di Scienze fisico-naturali applicate alle arti, alle industrie e all'agricoltura: Direttore Prof. Dott. P. E. ALESSANDRI; anno IV, n. 6, Giugno 1882. Prato, 1882; in-8°. — Id.

Luigi AMEDEO di LAMPORO: Della vita e delle opere di Carlo Bon-Compagni di Mombello: Cenni Sommari con note autobiografiche. Milano, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Del giurì nei giudizi civili; Prolusione al corso di diritto giudiziario civile, letta dal Prof. Avv. Francesco ANGIOINI-CONTINI. Cagliari, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Gazzetta delle campagne, agricoltura, arti e interessi rurali, ecc.; Direttore Enrico BARBERO; anno XI, n. 14-17, dal 20 Maggio al 20 Giugno 1882. Torino, 1882; in-4°. — Il Direttore.

Di Francesco Combi giustinopolitano e della sua traduzione delle Georgiche di Virgilio; Discorso di Monsignor Jacopo BERNARDI. Venezia, 1882, 1 fasc. in-8°. — L'A.

Elenco dei feudatari Siciliani sotto Re Federico II l'Aragonese; di S. V. BOZZO. Bologna, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Il castello di Brolio; Studio architettonico-militare di Raffaele CADORNA. Torino, 1882; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Parole dette dal Senatore Tancredi CANONICO nella tornata del 28 Aprile 1882. Roma, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Il Conte Carlo Conestabile; Elogio funebre per Geremia BRUNELLI. Perugia, 1882; 1 fasc. in-gr. 8°. — L'A.

Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig; V Jahrg., n. 111-113. Leipzig, 1882; in-8°. — L'A.

Sur les fonctions X_n de Legendre, par E. CATALAN (second Mémoire). Bruxelles, 1882; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Problèmes et théorèmes d'Arithmétique; par Eugène CATALAN. Bruxelles, 1882; 1 fasc. in-8°. — Id.

L'Autore. Chroniques dauphinoises et documents inédits relatifs au Dauphiné pendant la Révolution; seconde période historique, 1794-1810; par A. CHAMPOLLION-FIGEAC. Vienne, en Dauphiné, 1881; 1 vol. in-8°.

L'A. Cosmos; – Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini, di Guido CORA; vol. VII, n. 2. Torino, 1882; in-4°.

L'Editore. The metropolitan Museum of Art edited by L. P. di CESNOLA; illustrations by George GIBSON. New York; 1 fasc. in-4°.

L'A. Interpretazione della colonna della sala quadrata nelle catacombe di S. Gennaro, letta da Salomone DE BENEDETTI d'Acqui alla R. Accademia d'Archeologia, Lettere e Belle Arti in Napoli nella tornata del 2 Maggio 1882. Napoli, 1882; 1 fasc. in-fol°.

L'A. Pallade coronefora; Memoria di Leopoldo DE FEIS, Barnabita. Genova, 1882, 1 fasc. in-8°.

L'A. Stoltezza e tirannide dell'ateismo, del Senatore Tancredi DE RISO. Catanzaro, 1882; 1 fasc. in-8°.

Il Socio Corrisp. G. B. DE ROSSI. L'abside dell'antica basilica di S. Giorgio Maggiore in Napoli; Relazione della Commissione municipale per la conservazione dei monumenti, e deliberazione dell'onor. Giunta seguite dalle *memorie storiche* della basilica e dall'*esame archeologico* dell'abside medesima. Napoli, 1881; 1 fasc. in-8°.

L'A. Annotazioni paleontologiche intorno ai resti di mastodonte trovati nel Veneto; Memoria del Barone Achille DE ZIGNO. Padova, 1870; 1 fasc. in-4°.

Id. Le piante fossili dell'oolite descritte ed illustrate dal Barone Achille DE ZIGNO; vol. II, puntata 1, 2, 3. Padova, 1873-1881; in-4°.

Id. Catalogo ragionato dei pesci fossili del calcare eoceno di Monte Bolca e Monte Postale; del Barone A. DE ZIGNO. Venezia, 1874; 215 pag., in-8°

Id. Annotazioni paleontologiche: - Nuove osservazioni sull'*Halitherium* veronense Z.; Memoria del Barone A. DE ZIGNO. Venezia, 1880; 1 fasc. in-4°.

Id. Sopra un cranio di coccodrillo scoperto nel terreno eoceno del Veronese; Memoria del Barone A. DE ZIGNO. Roma, 1880; 1 fasc. in-4°.

Id. Annotazioni paleontologiche: – Nuove aggiunte alla Fauna eocena del Veneto; Memorie del Barone A. DE ZIGNO. Venezia, 1881; 1 fasc. in-4°.

L'A. Commemorazione di Giuseppe Garibaldi fatta nella R. Università di Torino il 14 Giugno 1882 dal Prof. Comm. A. FABRETTI. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°.

Di alcune equazioni relative alla teoria delle funzioni ellittiche e teoremi di geometria che vi si connettono; Memoria di Emmanuele FERGOLA. Napoli, 1882; 1 fasc. in-4°. — L'Autore.

Nuovo processo per l'amputazione totale della lingua; del Dott. G. FIORANI. Milano, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Le péage de Briançon, par le Compte Amédée de FORAS; Lecture faite à la quatrième Session du Congrès des Sociétés Savantes Savoisiennes tenu à Moutiers le 8 et le 9 Août 1881. Moutiers, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Trattato delle malattie dei bambini, ecc., redatto dal Dr. C. GERHARDT; disp. 6 e 7. Napoli, 1882; in-8°. — Il Redattore.

Viaggi e scoperte polari dalla loro origine sino ai giorni nostri, di Edoardo GIRIBALDI, Cap. di fregata. Torino, 1882; 1 vol. in-8°. — L'A.

Storia della unità elettro-magnetica di resistenza sino alle deliberazioni del Congresso degli elettricisti di Parigi; Relazione a S. E. il Ministro dell'Istruzione pubblica, del Dr. G. MENGARINI. Roma, 1882; 1 fasc. in-gr. 8°. — L'A.

Mémoires de Météorologie dynamique; Exposé des résultats de la discussion de cartes du temps des États-Unis, ainsi que d'autres documents, par M. Élias LOOMIS, traduits de l'anglais par M. H. BROCARD (n. 50, 2 série des Actualités scientifiques publiées par M. l'abbé MOIGNO). Paris, 1880; in-8°. — Il sig. Abb. MOIGNO.

Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere; herausgegeben von Jac. MOLESCHOTT; XIII Band, 1 Heft. Giessen, 1882; in-8°. — Il Socio Senatore J. MOLESCHOTT.

I colli Berici del Vicentino; Sunto geologico di Francesco MOLON. Roma, 1882. 1 fasc. in-8°. — L'A.

Osservazioni e confutazioni intorno al preteso « *Sistema nuovissimo* » dell'indice per materie proposto per le Biblioteche dal Prof. C. Maes; di C. MORANDO. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Lettere di Gian Lorenzo Bogino, di Prospero Balbo e del Conte di Perrone a Guido Ferrari, pubblicate per cura di Carlo NEGRONI. Torino, 1882; 1 fasc. in-8°. — Sig. Comm. Avv. C. NEGRONI.

Opera degli asili rurali e dell'educatorio per le istitutrici dell'infanzia e della puerizia di Palermo; Conto dell'esercizio 1879, preceduto da poche parole del Direttore F. E. SCANDURRA. Palermo, 1880; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Comm. P. B. SILORATA; vol. II, disp. 93, 94. Roma, 1882; in-4°. — Il Traduttore.

L'Autore. Il Trattato di Commercio franco-italiano al Senato del Regno; Discorsi pronunziati dal Senatore Alessandro Rossi nelle tornate del 13 e 14 Maggio 1882. Roma, 1882; 1 fasc. in-8°.

Il Traduttore. La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Commendatore P. B. Silorata vol. II, disp. 95 e 96. Roma, 1882; in-4°.

L'A. Pronostic Séricole du 27 Mars 1881 pour la Syrie, etc., par Charles Trouvet. Beyrouth (Syrie), 1881; 1 fasc. in-8°.

INDICE

DEL VOLUME XVII

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche e matematiche.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Tav. I

Torino Lit. Salussolia

Torino Lit. Salussolia

150°
140°
130°
120°
110°
100°
90°
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0°
150°
140°
130°
120°
110°
100°
90°
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0°
0

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Torino, Lit. Doyen.

Tav. V

B
C'
C
D'
D
E'
E
F'
F
e
e'
v,
D
a,
H
i,
i
U
d,
p
d
x
c,
q
c
u
a
N
y
v
N,
v, y,
D'
D
D''
H
C'
C
E''
E'
E
D
H
U
C
u
x
E
v, y
N
N,
v, y,
D'
D
D''
C'
C
E''
E'
E
D
C
u
x
U
D
v, y
N

Fig. 1

Fig

L. Vincenzi dis.

D. Rosa dis. dal vero

Torino, Lit. Salussolia

Densità
Contrazione
Concentrazione
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Calore specifico
Densità

Densità
Contrazione
Concentrazione
Fig. 2.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Calore specifico
Densità

Tav. XI.
Fig. 1a.
a
P
c
d
Fr. Doyen

Tav. XII.

Fig. 1.

Fig. 2.

Tav. VIII
N.
Torrente
3. 4. 5. 6. 7 8. 9 2
21. 11 14 16 18
10 12 13 15 17
20 19 1
N.° 10
Fig.° 2
Direzione
e
Inclinazione
Torino Lit. F.lli Doyen

Tav. XIV

Fotolip. F.lli Doyen